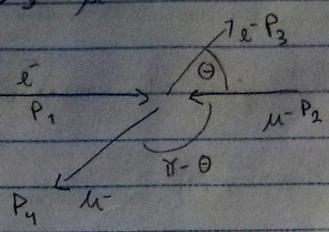


FEPA Tente 7 de dezembro
 João Dinho → UA

no CMS
 $P_1 = (E, 0, 0, E)$ $P_2 = (E, 0, 0, -E)$

90%
 E



$$s = (P_1 + P_2)^2 \quad t = (P_1 - P_3)^2 \quad u = (P_1 - P_4)^2$$

porque tem as mesmas massas

Por conservação do momento $P_1 + P_2 = P_3 + P_4$ e sabemos que $P_2 = -P_1 = E_1 = E_2$

$$\begin{aligned} \Delta = (P_1 + P_2)^2 &= P_1^2 + 2P_1 P_2 + P_2^2 = m_1^2 + 2P_1 P_2 + m_2^2 = 2m_1^2 + 2(E_1 E_2 - \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2) \\ &= 2m_1^2 + 2(E_1^2 - P_1^2) = 2m_1^2 + 2((m_1^2 + P_1^2) - P_1^2) = 4(m_1^2 + P_1^2) = 4E^2 \end{aligned}$$

(dependendo das massas)

depois da colisão $\rightarrow E_1 = E_2 = E_3 = E_4$ e $|\vec{P}_1| = |\vec{P}_3| = |\vec{P}_2| = |\vec{P}_4|$

$$\begin{aligned} U = (P_1 - P_3)^2 &= P_1^2 - 2P_1 P_3 + P_3^2 = 2m_1^2 - 2E_1 E_3 + 2P_1 P_3 = 2m_1^2 - 2E^2 + 2P^2 \cos\theta \\ &= -2P^2(1 - \cos\theta) \leq 0 \quad \equiv -2E^2(1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

O mesmo processo é repetido para a variável u mas com ângulo diferente

$$u = (P_1 - P_4)^2 = \dots = -2P^2(1 + \cos(\pi - \theta)) = -2P^2(1 - \cos\theta)$$

70%
 (2)
 (a)

$$M \rightarrow 1+2+3 \quad (P_1, P_2, P_3) \rightarrow (m_1, m_2, m_3)$$

As transições de fase são descritas pela regra de ouro de Fermi que por definição:

$$R_n(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{(3n)}} \prod_{i=1}^n \frac{d^3 P_i}{2E_i} \delta\left(\sum_i P_i - P\right) \delta\left(\sum_i E_i - E\right)$$

$n=3$

$$R_3(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{d^3 P_1}{2E_1} \frac{d^3 P_2}{2E_2} \frac{d^3 P_3}{2E_3} \delta(P_1 + P_2 + P_3 - P) \delta(E_1 + E_2 + E_3 - E)$$

②

no centro de massa $p=0$ e $E=M$

$$R_3(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \delta(p_1 + p_2 + p_3) \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M)$$

Aplicando o Delta de Dirac do momento eliminamos o $d^3 p_3$

$$R_3(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M)$$

Devido à simetria esférica do sistema, usamos coordenadas esféricas

$$R_3(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{p_1^2 p_2^2}{8E_1 E_2 E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) dp_1 dp_2 \sin\theta_1 d\theta_1 d\phi_1 \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2$$

relacionamos $\sin\theta_2$ com $\sin\theta_{12}$ onde θ_{12} é o ângulo relativo entre p_1 e p_2

$$R_3(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{8\pi^2 p_1^2 p_2^2}{8E_1 E_2 E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) dp_1 dp_2 \sin\theta_{12} d\theta_{12}$$

ent $p_1 + p_2 + p_3 = 0 \Rightarrow p_3 = -(p_1 + p_2)$

$$p_3^2 = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos\theta_{12}$$

derivando:

$$2p_3 dp_3 = -2p_1 p_2 \sin\theta_{12} d\theta_{12} \Rightarrow d\theta_{12} \sin\theta_{12} = -\frac{p_3}{p_1 p_2} dp_3$$

ent:

$$R_3(E) = -\frac{\pi^2}{(2\pi\hbar)^9} \int \frac{p_1 p_2 p_3}{E_1 E_2 E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) dp_1 dp_2 dp_3$$

sabendo que $p_i d_i = E_i dE_i$:

$$R_3(E) = -\frac{\pi^2}{(2\pi\hbar)^9} \int dE_1 dE_2 dE_3 \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M)$$

3

Podemos eliminar o dE_3 com o Delta Dirac da energia

$$R_3(E) = -\frac{\pi^2}{(2\pi\hbar)^9} \int dE_1 dE_3$$

$$\rightarrow M_{12}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 \text{ podemos substituir } dE_1 \text{ e } dE_3 \text{ por } d(M_{12}^2) \text{ e } d(M_{23}^2)$$

Calcular auxiliares:

$$M_{12}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 = (M - E_3)^2 - p_3^2 = M^2 + m_3^2 - 2ME_3$$

$$\text{Diferenciando: } d(M_{12}^2) = -2M dE_3 \Leftrightarrow dE_3 = -\frac{1}{2M} d(M_{12}^2)$$

$$\text{e mesmo é feito para } E_1 \Rightarrow dE_1 = \frac{1}{2M} d(M_{23}^2)$$

$$R_3(E) = -\frac{\pi^2}{(2\pi\hbar)^9} \frac{1}{4M^2} \int d(M_{12}^2) d(M_{23}^2)$$

$$\text{A condição vista nas aulas } \boxed{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}$$

→ Daí nos os limites do Dalitz plot com os valores máximos é dada quando não existe contribuição das massas, sistema em repouso.

→ O valor máximo é dado quando a energia do 3º sistema é nula e as massas das outras 2 partículas é máxima
 ↓
 e a massa?

$$(m_i + m_j)^2 \leq m_{ij}^2 \leq (M - m_k)^2 \quad \text{60\%}$$

b)

10% e os valores das massas das partículas?

→ Como o plot não é plano, existe interferência e por isso as outras partículas

→ As distribuições angulares dependem do spin das partículas.

$\rho_{000} \rightarrow \text{spin } 1/2$

$\rho_{001} \rightarrow \text{spin } 0$

$\rho_{100} \rightarrow \text{spin } 0$

→ a interferência obliqua é relevante ao ρ_{000}

→ ρ_{001} e ρ_{100} nos as interferências perpendiculares aos eixos.

4

É necessário aplicar os operadores a algo

100% ✓

3

$$[P^\mu, x^\nu] \Rightarrow [\hat{p}^\mu, x^\nu] \psi = \hat{p}^\mu (x^\nu \psi) - x^\nu (\hat{p}^\mu \psi) =$$

$$= i\hbar \frac{d}{dx_\mu} (x^\nu \psi) - x^\nu i\hbar \frac{d}{dx_\mu} \psi = \checkmark$$

$$= i\hbar \frac{d}{dx_\mu} x^\nu \psi + x^\nu i\hbar \frac{d}{dx_\mu} \psi - x^\nu i\hbar \frac{d}{dx_\mu} \psi \Rightarrow 0$$

$$= i\hbar \frac{d}{dx_\mu} g^{\nu\sigma} x_\sigma \psi = i\hbar g^{\nu\sigma} \frac{d}{dx_\mu} x_\sigma \psi$$

$$= i\hbar g^{\nu\mu} \psi = i\hbar g^{\mu\nu} \psi \longrightarrow [P^\mu, x^\nu] = i\hbar g^{\mu\nu}$$

ψ é um fator multiplicativo a derivada não é aplicada nele

4

Klein Gordon equation (KG)

30% ✓

$$P_\mu P^\mu \psi = m_0^2 c^2 \psi$$

podem ser escrita da seguinte forma

$$\left(\square + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = \left(\frac{d^2}{c^2 dt^2} - \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d^2}{dy^2} - \frac{d^2}{dz^2} + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0$$

$$\text{considerando } \psi = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} P_\mu x^\mu\right) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} (P_0 x^0 - P \cdot x)\right] = \exp\left[\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et)\right]$$

usando ψ na eq. de KG:

$$\frac{d^2}{c^2 dt^2} \psi = \frac{d}{c^2 dt} \left(\exp\left[\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et)\right] \right) = \frac{-E^2}{c^2 \hbar^2} \left(\exp\left[\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et)\right] \right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi = \frac{d}{dx} \left(\exp\left[\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et)\right] \right) = \frac{-P^2}{\hbar^2} \left(\exp\left[\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et)\right] \right)$$

$$\left(\frac{+E^2}{c^2 \hbar^2} - \frac{P^2}{\hbar^2} \right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} P_\mu x^\mu\right) = m_0^2 c^2 \exp\left(-\frac{i}{\hbar} P_\mu x^\mu\right)$$

$$\Rightarrow \frac{E^2}{c^2} - PP = m_0^2 c^2 \checkmark$$

OK ✓

que resulta na seguinte solução

$$E = \pm \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2} \quad \text{a solução positiva e negativa é interpretada como estando ligada a partículas e antipartículas.}$$

5

para construir o vetor densidade corrente tomamos o complexo ψ^*

$$(\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi = 0 \rightarrow \psi^* (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi = 0$$

$$(\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi^* = 0 \rightarrow \psi (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi^* = 0$$

$$\psi^* (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi - \psi (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m_0^2 c^2) \psi^* = 0$$

$$\psi (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu) \psi - \psi (\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu) \psi^* = 0$$

$$\hat{P}^\mu = i \hbar \frac{d}{dx^\mu} = i \hbar \nabla_\mu$$
$$\hat{P}_\mu = i \hbar \frac{d}{dx^\mu} = i \hbar \nabla_\mu$$

$$-\psi^* [\nabla_\mu \nabla^\mu] \psi + \psi [\nabla_\mu \nabla^\mu] \psi^* = 0$$

$$-\psi^* \nabla_\mu \nabla^\mu \psi - \psi \nabla_\mu \nabla^\mu \psi^* = 0$$

$$\nabla_\mu \{ \psi^* \nabla^\mu \psi - \psi \nabla^\mu \psi^* \} = 0$$

$$\nabla_\mu \psi^* \nabla^\mu \psi + \underbrace{\psi^* \nabla_\mu \nabla^\mu \psi - \nabla_\mu \psi \nabla^\mu \psi^* - \psi \nabla_\mu \nabla^\mu \psi^*}_{\text{cancelam-se porque } \hat{P}^\mu \text{ é igual a uma matriz}} = 0$$

cancelam-se porque \hat{P}^μ é igual a uma matriz

$$\nabla_\mu \{ \psi^* \nabla^\mu \psi - \psi \nabla^\mu \psi^* \} = 0$$

$$j_\mu = \psi^* \nabla^\mu \psi - \psi \nabla^\mu \psi^*$$

vetor densidade corrente $\rightarrow j_\mu = \frac{i\hbar}{2m_0} (\psi^* \nabla_\mu \psi - \psi \nabla_\mu \psi^*)$

- \rightarrow o que é derivada no tempo vai ser a densidade
- \rightarrow o que é derivada no espaço vai ser a corrente

$\rho = ?$

Aplicando uma carga na densidade de corrente:

$$\rightarrow j_\mu = \frac{ie\hbar}{2m_0} (\psi^* \nabla_\mu \psi - \psi \nabla_\mu \psi^*)$$

30%

usando a seguinte função: $\psi = A \exp(-\frac{i}{\hbar} P_\mu x^\mu) = A \exp(\frac{i}{\hbar} (P \cdot x - Et))$

obtemos a seguinte expressão: $P^\mu P_\mu - m_0^2 c^2 = 0 = P_0^2 - P^2 - m_0^2 c^2$

$$E^2 = c^2 (P^2 + m_0^2 c^2)$$

$$\hookrightarrow E/c = P_0$$

(6)

Consequentemente existe 2 soluções possíveis

$$E_p = \pm c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Podemos interpretar este resultado como partículas e antipartículas têm carga (+e) e (-e) respectivamente

Para partículas neutras $\psi^* = \psi$.

e a combinação das soluções para partículas (+, -) e neutras?