

LAS TEORÍAS GRAVITACIONALES EN EL CONTEXTO DE GEOMETRÍAS NO RIEMANNIANAS AL FILO DE LA NAVAJA DE OCKHAM

COCO 2023

WILLIAM A. JAIMES ESPÍNDOLA. ¹
YEINZON RODRÍGUEZ GARCÍA ^{1,2}

Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander.
Centro de investigaciones en ciencias básicas y aplicadas, Universidad Antonio Nariño

Gravedad de Newton – Newton Cartan

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Tiempo universal: $\lambda = at + b$

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} = 0 \quad \frac{d^2 x^j}{d\lambda^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = 0$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Tiempo universal: $\lambda = at + b$

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} = 0 \quad \frac{d^2 x^j}{d\lambda^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = 0$$

Ecuación geodésica

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Tiempo universal: $\lambda = at + b$

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} = 0 \quad \frac{d^2 x^j}{d\lambda^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = 0$$

Ecuación geodésica

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0$$

¿A qué se llega?

Coefficientes de conexión

$$\Gamma_{00}^j = \frac{\partial \Phi}{\partial x^j}$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Tiempo universal: $\lambda = at + b$

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} = 0 \quad \frac{d^2 x^j}{d\lambda^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = 0$$

Ecuación geodésica

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0$$

¿A qué se llega?

Coefficientes de conexión

$$\Gamma_{00}^j = \frac{\partial \Phi}{\partial x^j}$$

Elementos del tensor de Riemman

$$R^j{}_{0k0} = -R^j{}_{00k} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^j \partial x^k}$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan

¿Qué se tiene?

Segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x^j}{dt^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} = 0$$

Tiempo universal: $\lambda = at + b$

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} = 0 \quad \frac{d^2 x^j}{d\lambda^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = 0$$

Ecuación geodésica

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0$$

¿A qué se llega?

Coefficientes de conexión

$$\Gamma_{00}^j = \frac{\partial \Phi}{\partial x^j}$$

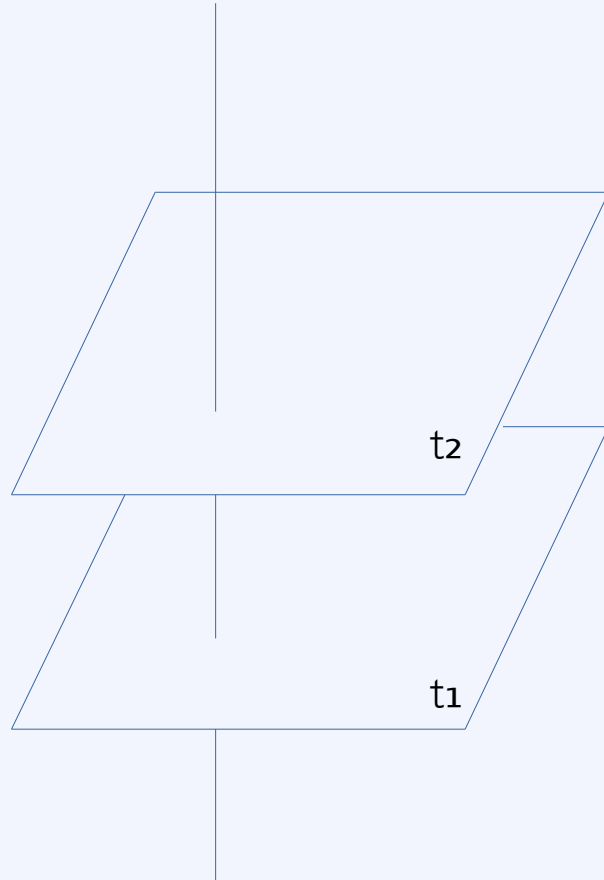
Elementos del tensor de Riemman

$$R^j{}_{0k0} = -R^j{}_{00k} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^j \partial x^k}$$

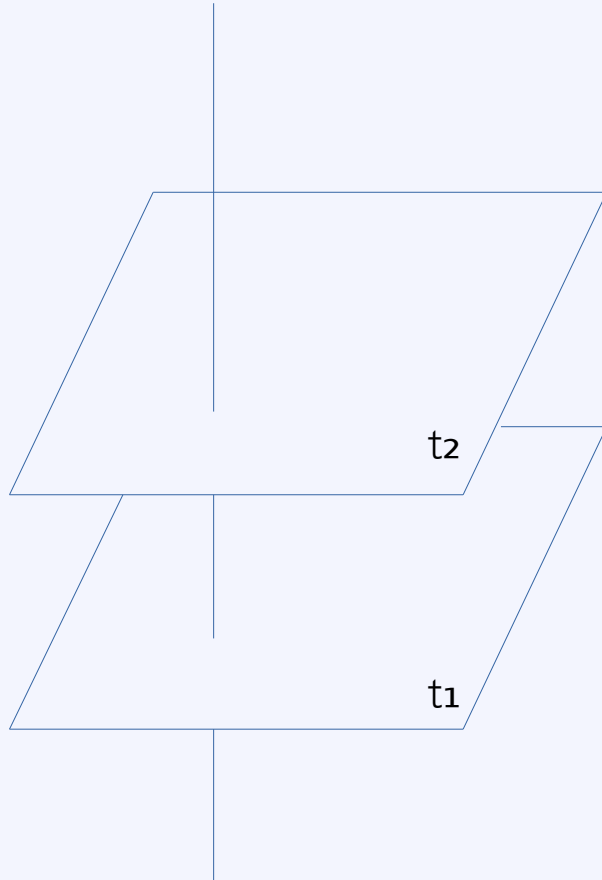
Escalar de Ricci

$$R_{00} = 4\pi\rho$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)



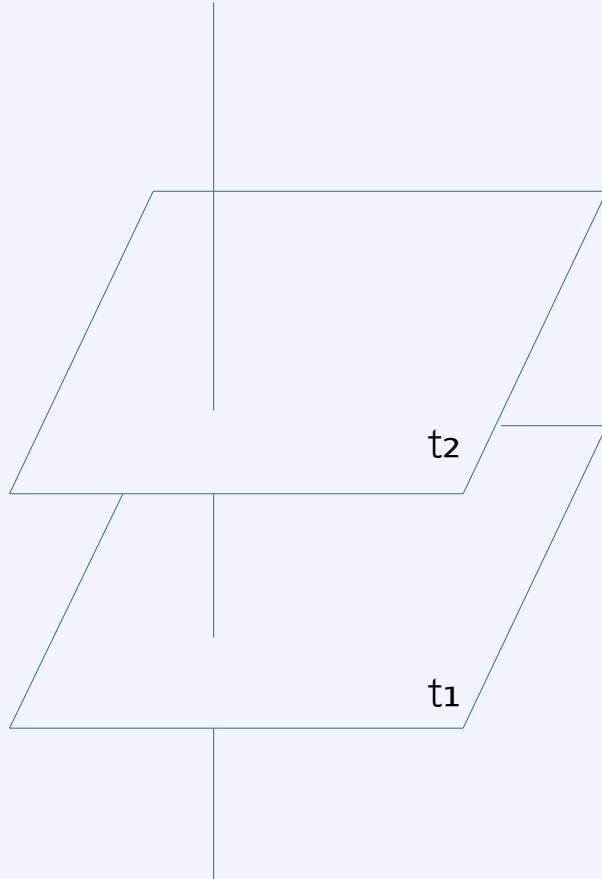
Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)



El tiempo universal es una función escalar

$$t = t(\mathcal{P})$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)



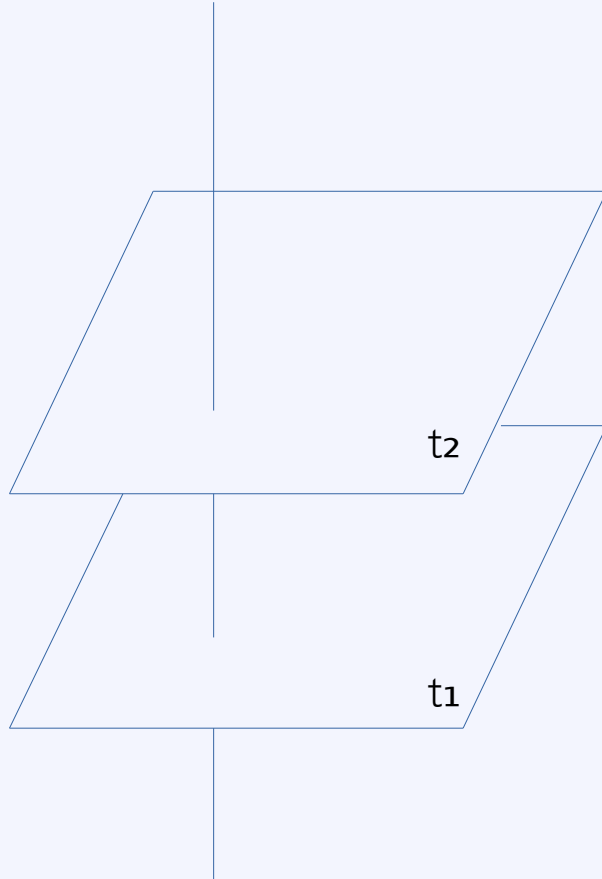
El tiempo universal es una función escalar

$$t = t(\mathcal{P})$$

El “espacio absoluto” 3-dimensional es plano y está dotado de una base coordenada galileana ortonormal (euclidiano)

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial}{\partial x^j} = \delta_{ij}$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)



El tiempo universal es una función escalar

$$t = t(\mathcal{P})$$

El “espacio absoluto” 3-dimensional es plano y está dotado de una base coordenada galileana ortonormal (euclidiano)

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial}{\partial x^j} = \delta_{ij}$$

El espaciotiempo NO es plano

$$\Gamma_{00}^j \neq 0$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)

Transformaciones de coordenadas

$$x^{\mu'} = A^{\mu'}_{\lambda} x^{\lambda} + a^{\mu'}$$

$A^{\mu'}$ → Rotaciones

$a^{\mu'}$ → Traslaciones

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)

Transformaciones de coordenadas

$$x^{\mu'} = A^{\mu'}_{\lambda} x^{\lambda} + a^{\mu'}$$

$A^{\mu'}$ → Rotaciones

$a^{\mu'}$ → Traslaciones

$$\Gamma_{0'k'}^{j'} = \Gamma_{k'0'}^{j'} = A^{j'}_i \dot{A}^i_{k'}$$

$$\Gamma_{00}^{j'} = \frac{\partial \Phi}{\partial x^{j'}} + A_i^{j'} \left(\ddot{A}^i_{l'} x^{l'} - \ddot{a}^i \right)$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)

Transformaciones de coordenadas

$$x^{\mu'} = A^{\mu'}_{\lambda} x^{\lambda} + a^{\mu'}$$

$A^{\mu'}$ → Rotaciones

$a^{\mu'}$ → Traslaciones

$$\Gamma_{0'k'}^{j'} = \Gamma_{k'0'}^{j'} = A^{j'}_i \dot{A}^i_{k'}$$

$$\Gamma_{00}^{j'} = \frac{\partial \Phi}{\partial x^{j'}} + A_i^{j'} \left(\dot{A}_{l'}^i x^{l'} - \ddot{a}^i \right)$$

La transformación me lleva de una base coordenada galileana a una base coordenada galileana si y sólo si

$$\dot{A}^i_{k'} = 0$$

$$\Phi' = \Phi - \ddot{a}_k x^k$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi = 0, \quad r = (x^j x_j)^{1/2}$$

Gravedad de Newton – Newton Cartan (Estructura del espaciotiempo)

Transformaciones de coordenadas

$$x^{\mu'} = A^{\mu'}_{\lambda} x^{\lambda} + a^{\mu'}$$

$A^{\mu'}$ → Rotaciones

$a^{\mu'}$ → Traslaciones

$$\Gamma_{0'k'}^{j'} = \Gamma_{k'0'}^{j'} = A^{j'}_i \dot{A}^i_{k'}$$

$$\Gamma_{00}^{j'} = \frac{\partial \Phi}{\partial x^{j'}} + A_i^{j'} \left(\ddot{A}^i_{l'} x^{l'} - \ddot{a}^i \right)$$

La transformación me lleva de una base coordenada galileana a una base coordenada galileana si y sólo si

$$\dot{A}^i_{k'} = 0$$

$$\Phi' = \Phi - \ddot{a}_k x^k$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi = 0, \quad r = (x^j x_j)^{1/2}$$

Coordenadas Galileanas “absolutas”

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

	Newton - Cartan	Relatividad General
¿De qué estructuras geométricas debe estar dotado el espaciotiempo?	<ol style="list-style-type: none">1) Una función escalar universal t2) Una derivada covariante3) Una métrica espacial plana (pero no se puede definir métrica temporal)4) Torsión cero y metricidad	<ol style="list-style-type: none">1) Una métrica espaciotemporal lorentziana2) Torsión cero y metricidad

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

	Newton - Cartan	Relatividad General
¿De qué estructuras geométricas debe estar dotado el espaciotiempo?	<ol style="list-style-type: none">1) Una función escalar universal t2) Una derivada covariante3) Una métrica espacial plana (pero no se puede definir métrica temporal)4) Torsión cero y metricidad	<ol style="list-style-type: none">1) Una métrica espaciotemporal lorentziana2) Torsión cero y metricidad
¿Qué sistemas coordenados son preferidos?	<ol style="list-style-type: none">1) Sistemas coordenados Galileanos2) Sistemas coordenados Galileanos absolutos	<ol style="list-style-type: none">1) Ninguno

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

Newton - Cartan

Relatividad General

¿Qué información se requiere para seleccionar un sistema coordenado preferencial?

- 1) Tres angulos de euler constantes (no debe haber rotación del marco)
- 2) Línea de mundo y una tetrada (observador).

Las cuatro funciones de posición $x^\alpha(\mathcal{P})$

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

	Newton - Cartan	Relatividad General
¿Qué información se requiere para seleccionar un sistema coordenado preferencial?	1) Tres angulos de euler constantes (no debe haber rotación del marco) 2) Línea de mundo y una tetrada (observador).	Las cuatro funciones de posición $x^\alpha(\mathcal{P})$
¿Bajo qué condiciones se puede definir simultaneidad entre dos eventos diferentes?	En general, es un concepto geométrico libre de coordenadas.	Únicamente después de escoger una coordenada temporal.

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

	Newton - Cartan	Relatividad General
¿Qué información se requiere para seleccionar un sistema coordenado preferencial?	1) Tres angulos de euler constantes (no debe haber rotación del marco) 2) Línea de mundo y una tetrada (observador).	Las cuatro funciones de posición $x^\alpha(\mathcal{P})$
¿Bajo qué condiciones se puede definir simultaneidad entre dos eventos diferentes?	En general, es un concepto geométrico libre de coordenadas.	Únicamente después de escoger una coordenada temporal.
¿Bajo qué condiciones se puede afirmar que dos eventos ocurren en el mismo lugar?	Únicamente después de escoger coordenadas galileanas.	Únicamente después de escoger coordenadas espaciales.

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

Newton - Cartan

Relatividad General

¿Bajo qué condiciones está bien definida una “distancia invariante” entre dos eventos diferentes?

Únicamente si los dos eventos viven en la misma rebanada espacial.

Únicamente si los dos están lo suficientemente cercanos, o si hacen parte de la misma línea de mundo preferencial.

Requerimientos para Newton - Cartan vs Relatividad General

Newton - Cartan

Relatividad General

¿Bajo qué condiciones está bien definida una “distancia invariante” entre dos eventos diferentes?

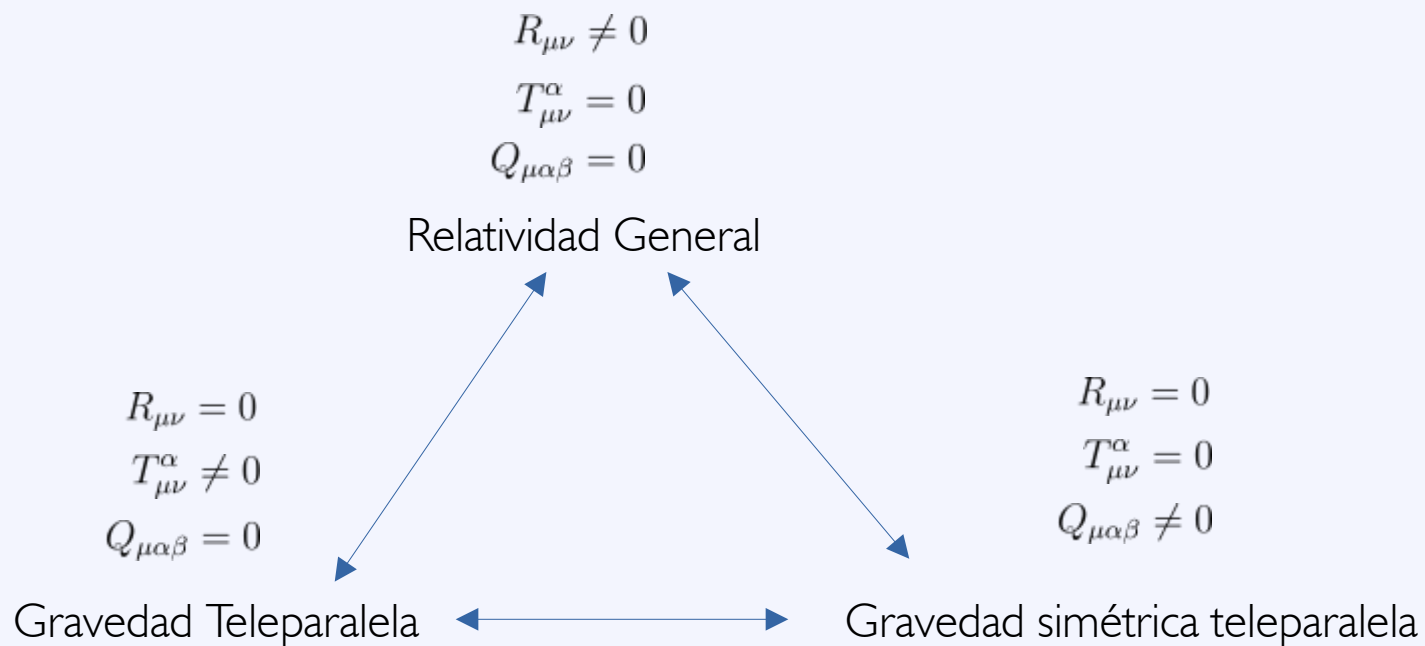
Únicamente si los dos eventos viven en la misma rebanada espacial.

Únicamente si los dos están lo suficientemente cercanos, o si hacen parte de la misma línea de mundo preferencial.

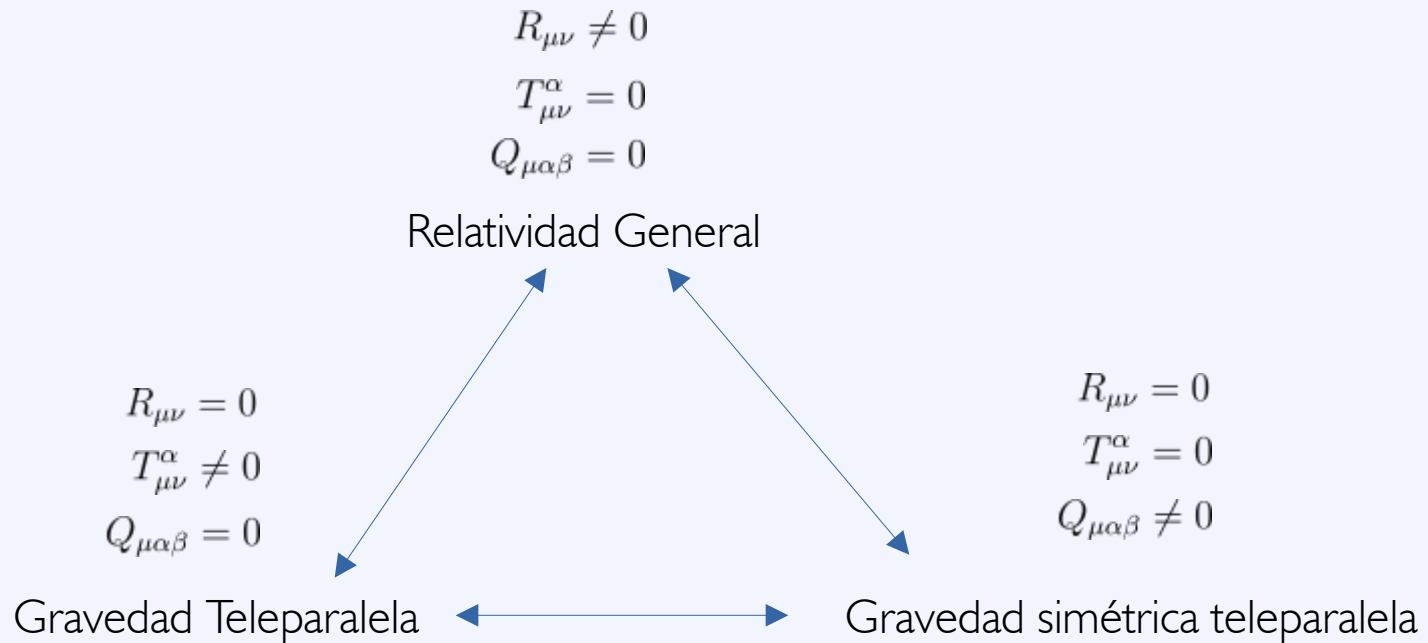
Navaja de Ockham

“En igualdad de condiciones, la explicación más simple suele ser la más probable”

La trinidad de la gravedad



La trinidad de la gravedad



¿Cuál teoría de gravedad es más simple?

Gracias