

Implementing the Compressed Sensing Protocol in Cosmology

Diego A. Barbosa Trujillo
Advisor: Ph.D. Jaime E. Forero-Romero

Universidad de los Andes

30 de mayo de 2019

Cosmología en Colombia COCO

Uno de los grandes retos de la Cosmología actual es explicar la naturaleza de la energía oscura y materia oscura en el Universo.

Composición de Materia en el Universo

Según el modelo cosmológico estandar actual y basado en observaciones la materia en el Universo se compone de

- $\Omega_b = 0.04$
- $\Omega_{dm} = 0.26$
- $\Omega_\Lambda = 0.70$

Uno de los principales propósitos del proyecto DESI (Dark Energy Spectroscopic Instrument) es observar el efecto de la energía oscura en la expansión del Universo a través de

- Mapeo de alrededor de 25 millones de galaxias.
- 2.4 millones de espectros de cuásares hasta un redshift de $z=3.5$.

Usando la oscilación acústica de bariones impresa en la estructura a gran escala del Universo.

BAO's

Las oscilaciones acústicas de bariones es una técnica prometedora en cosmología observacional para medir la historia de la expansión del Universo (Energía oscura).

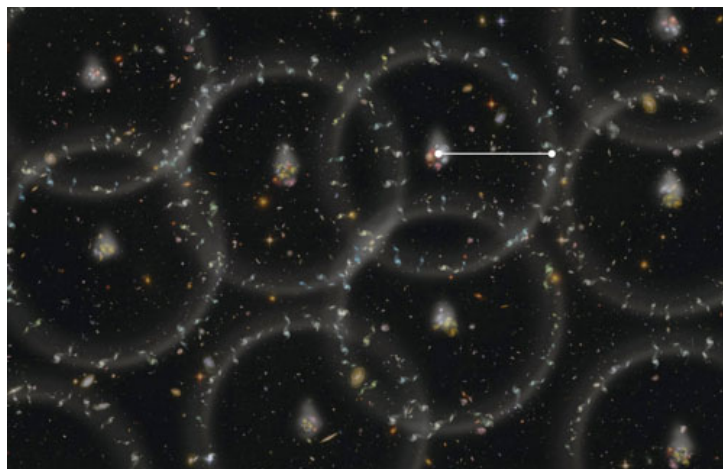


Figura 1: Imagen tomada de [BOSS project]. Imagen de esferas de bariones alrededor de los grupos de materia oscura iniciales.

BAO-Función de correlación de dos puntos

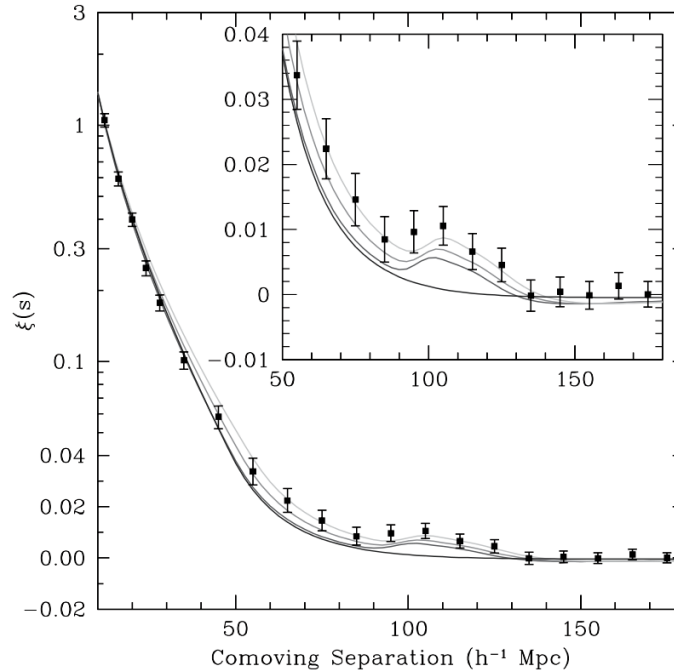


Figura 2: Imagen tomada de [Eisenstein et al. (2005)]. Función de correlación de una muestra de SDSS.

Lyman-Alpha Forest

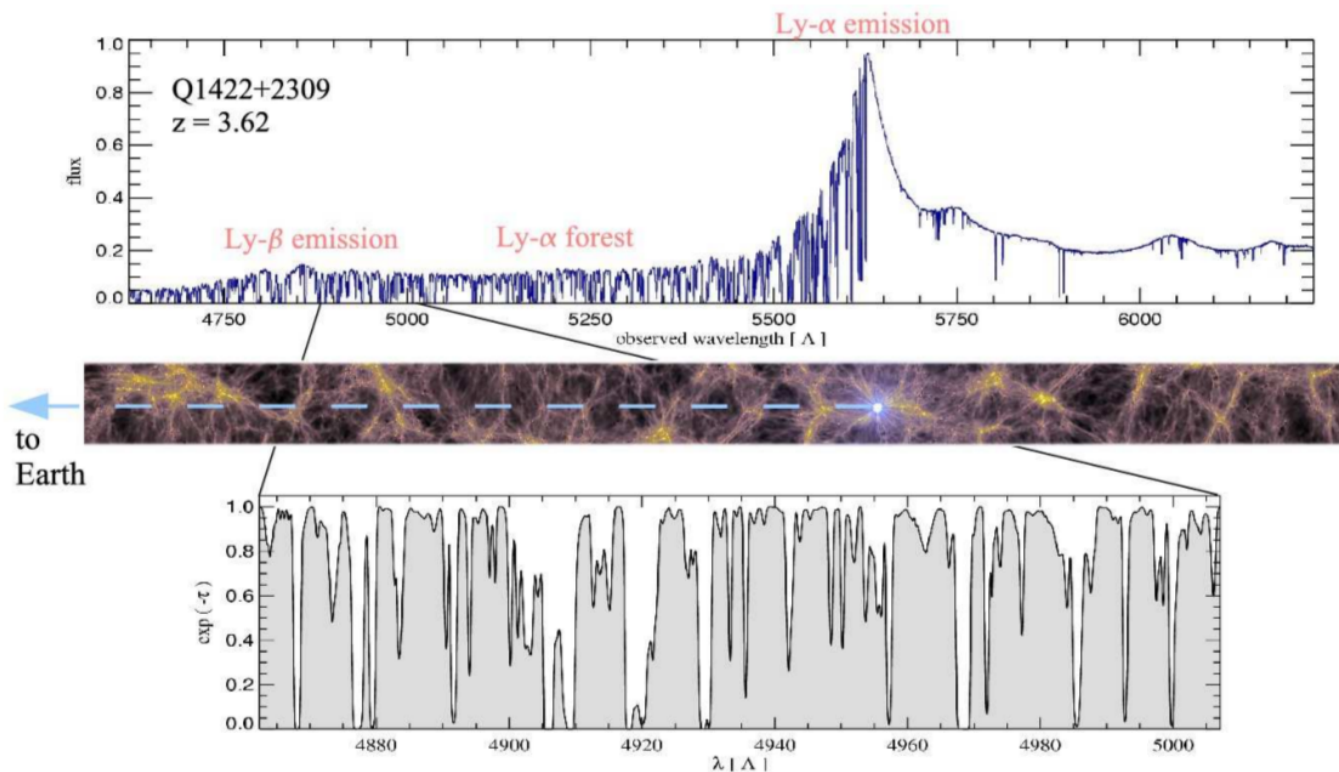


Figura 3: Imagen tomada de [C.S. Frenk et al]. Figura de arriba muestra el espectro de un cuásar en $z=3.62$.

Lyman-Alpha Forest

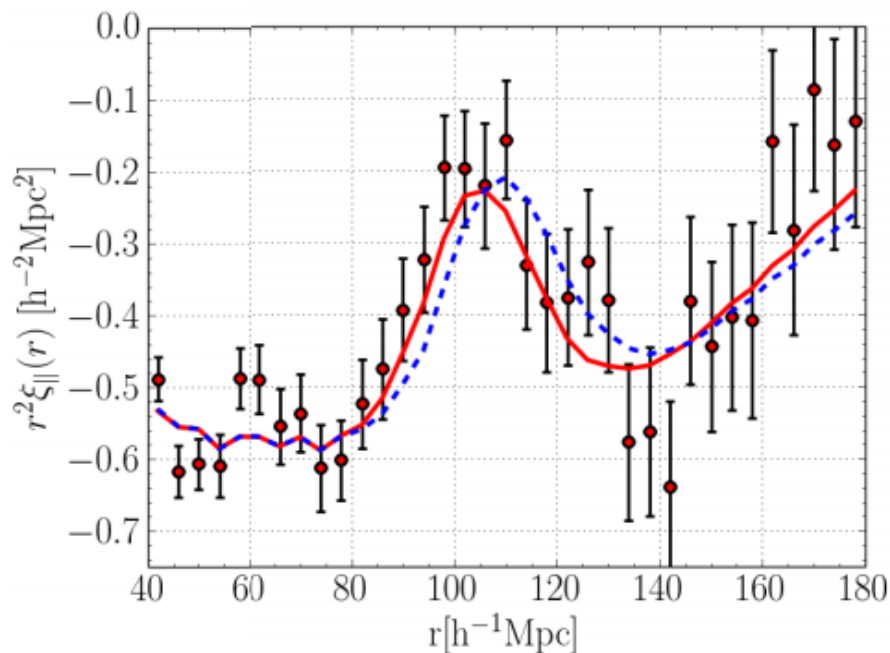


Figura 4: Imagen tomada de [BOSS project]. Función de correlación del Lyman-Alpha Forest.

Señales en cosmología

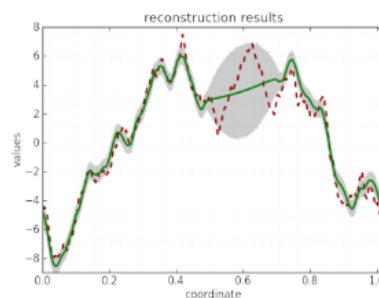
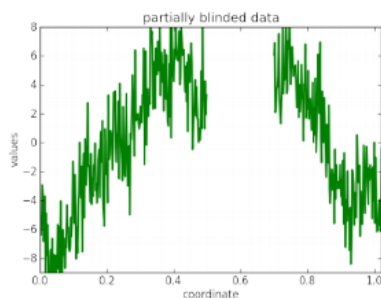
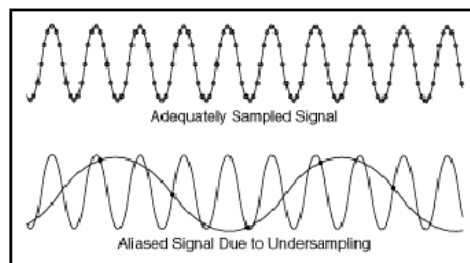
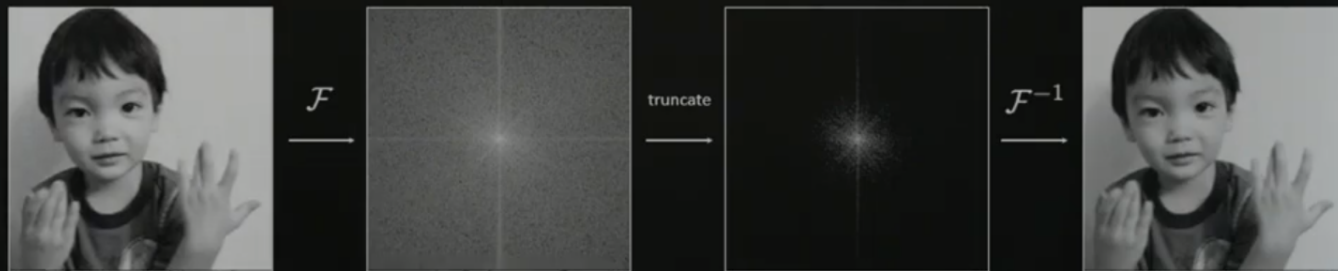


Figura 5: Arriba: Imagen tomada de [National Instruments]. Aliasing en una señal armónica. Abajo: Imagen tomada de [Nifty]. Reconstrucción con datos cortados.

Compressed Sensing

Compressed Sensing Vs Compresión



Compression
VS

Compressed Sensing

10% random† measurements



† subject to some specific constraints

reconstruct by
minimizing ℓ_1 -norm of Fourier coeff.



Donoho, 2006
Candes, Romberg, Tao, 2006
Baraniuk, 2006

Compressed Sensing Vs Compresión

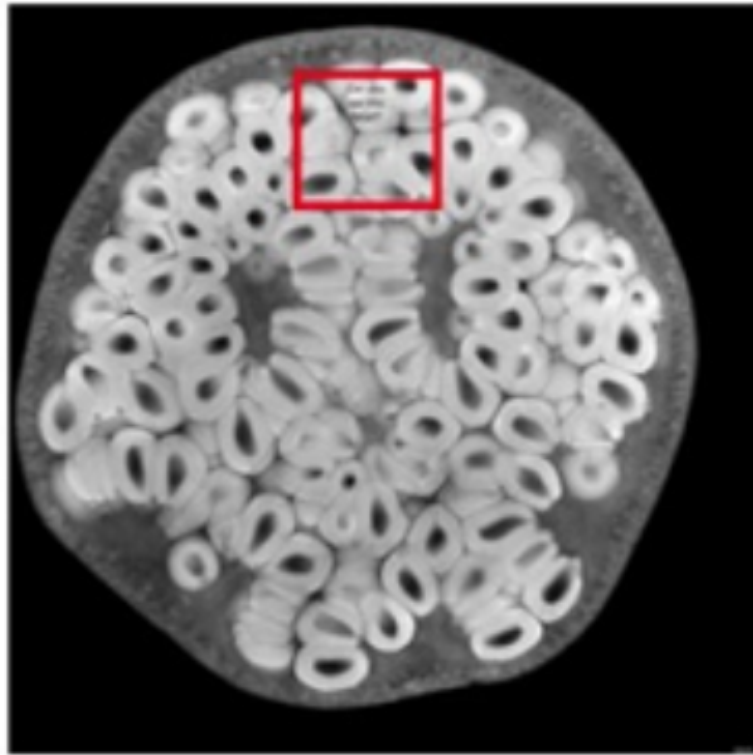


Figura 6: Imagen tomada de [Andy Ellison]. Imagen de células obtenidas a través de MRI tiempo largo de exposición.

Compressed Sensing Vs Compresión



Figura 7: Imagen tomada de [Andy Ellison]. Imagen de células obtenidas a través de MRI tiempo corto y Fourier.

Compressed Sensing Vs Compresión

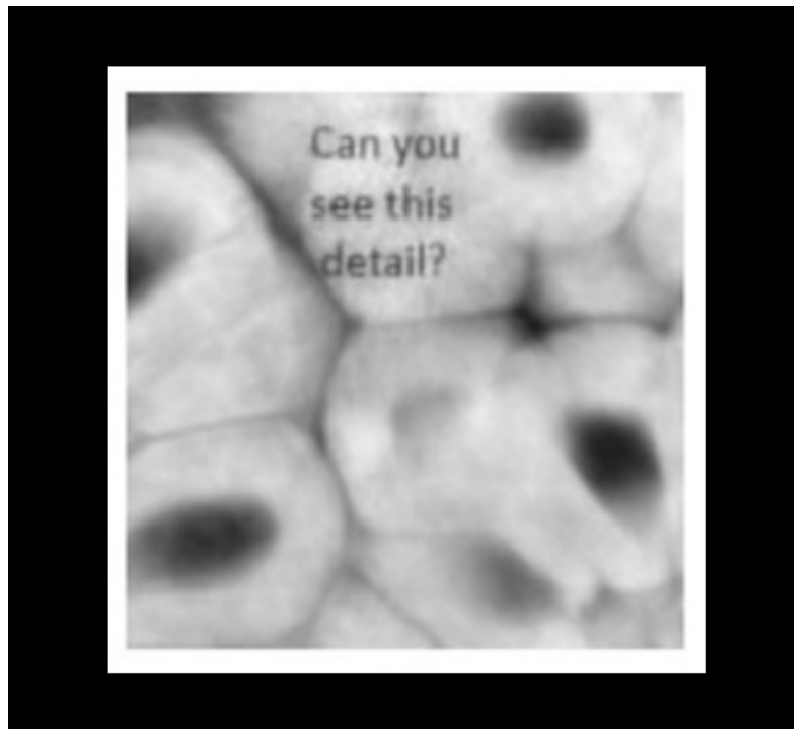


Figura 8: Imagen tomada de [Andy Ellison]. Imagen de células obtenidas a través de MRI tiempo corto Compressed Sensing.

Ejemplo

Para ilustrar el protocolo tomemos una señal armónica

$$y(t) = \sin(2\pi(73)t) + \sin(2\pi(531)t). \quad (1)$$

observamos su representación en tiempo y en frecuencia

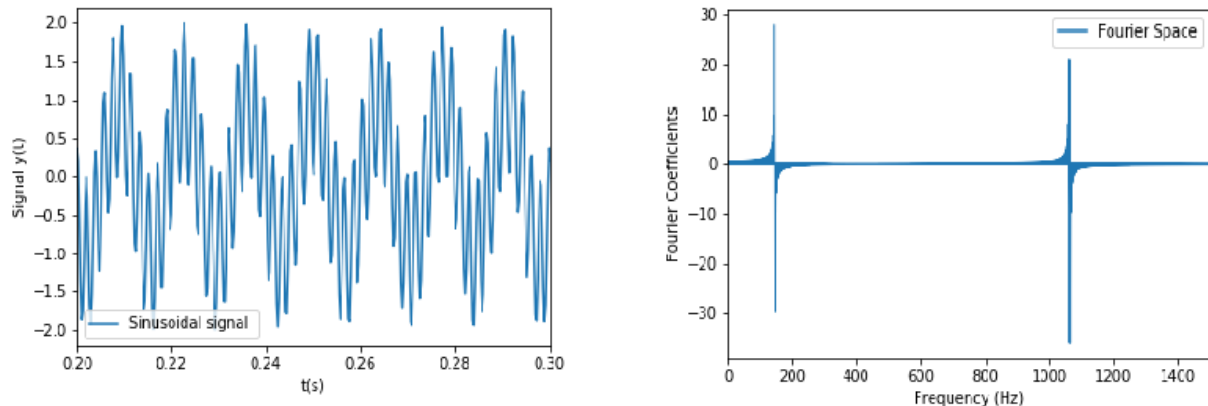


Figura 9: Señal sinusoidal en en el dominio de frecuencia y el dominio del tiempo.

Ejemplo

Usando los puntos aleatorios que se observan en la figura, hacemos la reconstrucción de la señal armónica.

$$y(t) = \sin(2\pi(73)t) + \sin(2\pi(531)t). \quad (2)$$

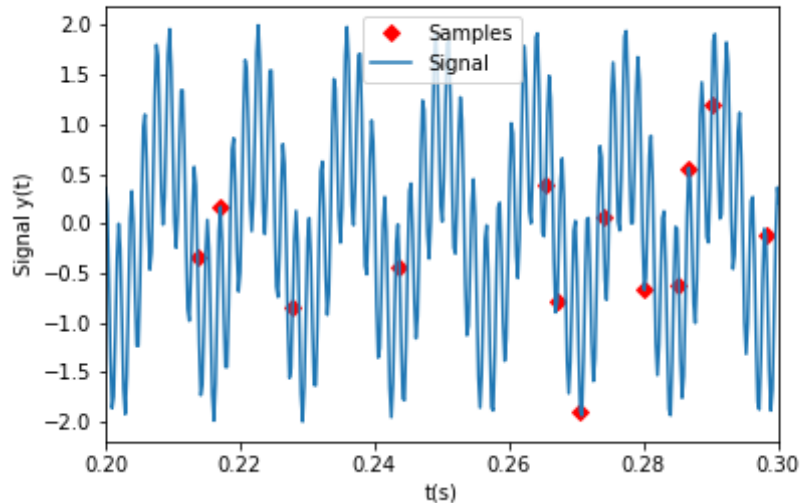


Figura 10: Señal sinusoidal junto con los puntos muestreados.

Ejemplo

Después de aplicar el protocolo de CS y aplicar la transformada inversa de Fourier observamos el resultado.

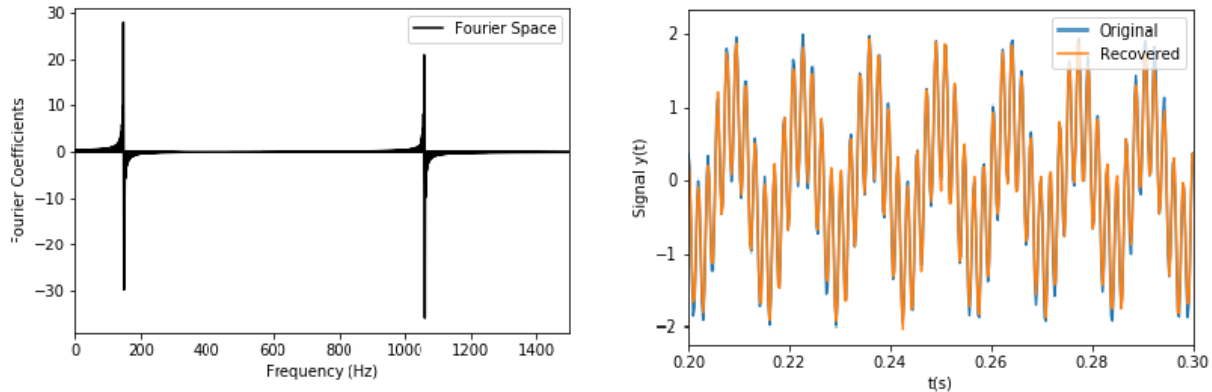
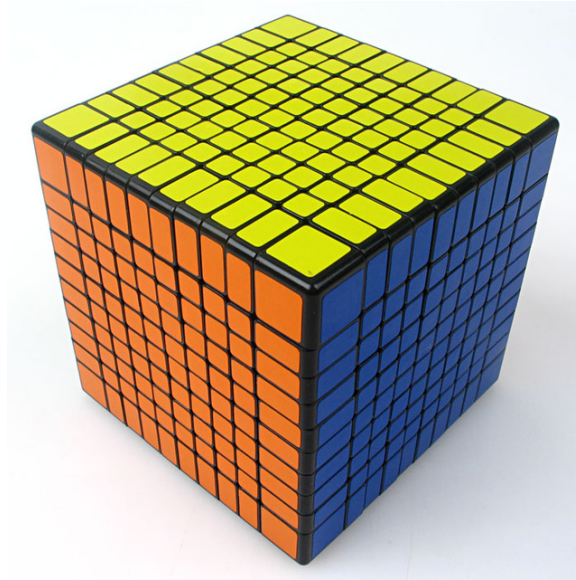


Figura 11: Señal senoidal original y reconstruida.

Resultados Preliminares

Resultados preliminares

Tomamos el catálogo halos de la simulación Multidark Planck y realizamos la interpolación en una grid de 256^3 .



Con este campo de densidad de número de halos por unidad de volumen tomamos 500 vectores unidimensionales y aplicamos el protocolo de Compressed Sensing.

Resultados preliminares

Implementamos el protocolo de CS en un campo de densidad de número de halos por unidad de volumen, reconstruyendo la señal con un 35 % del total de los puntos originales..

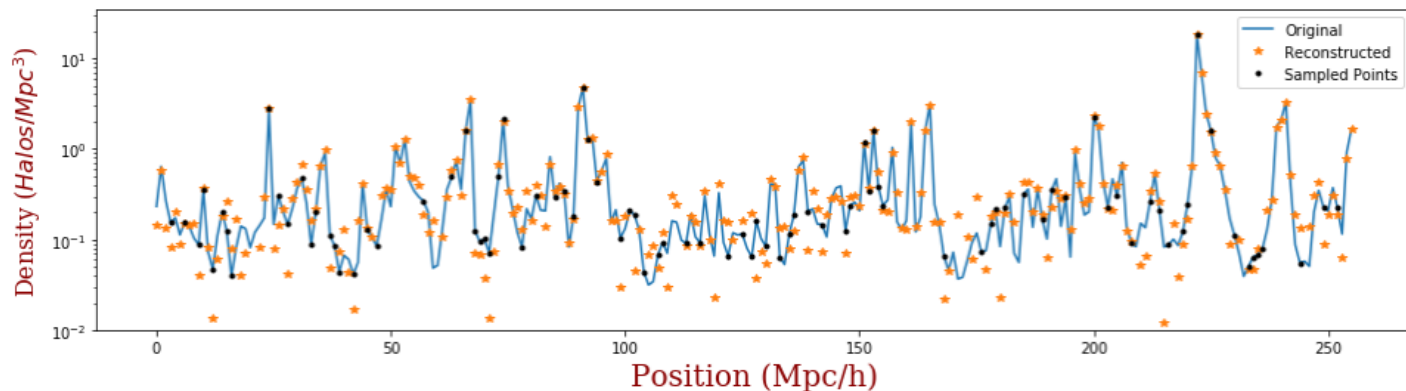


Figura 12: Valores de densidad de halos por unidad de volumen originales vs. valores de densidad de halos por unidad de volumen reconstruidos en escala semilogarítmica

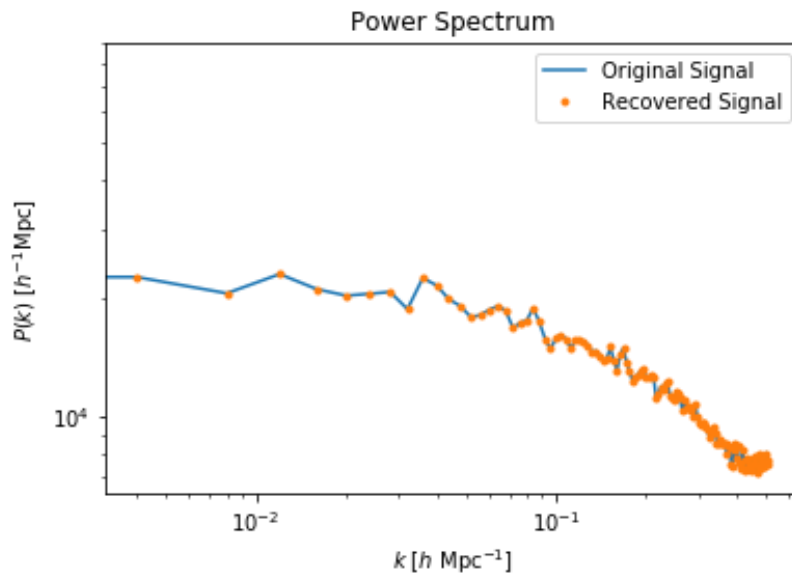


Figura 13: Espectro de potencia original vs reconstruido

Resultados preliminares

Con los puntos de densidad calculamos el espectro de potencias de la señal y cuantificamos el error en el proceso de recuperación en la siguiente gráfica

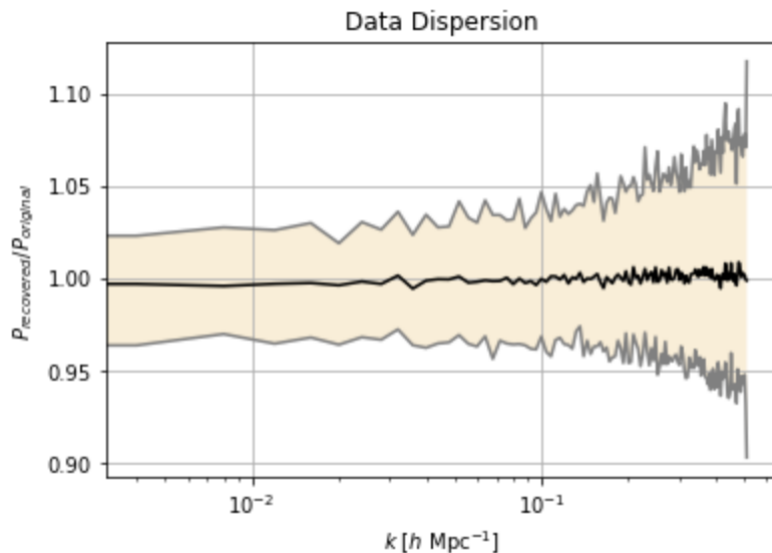















Figura 14: Relación entre los valores del espectro de potencias recuperado y el espectro de potencias original $P_{\text{recuperado}}/P_{\text{original}}$ para cada número de onda k .

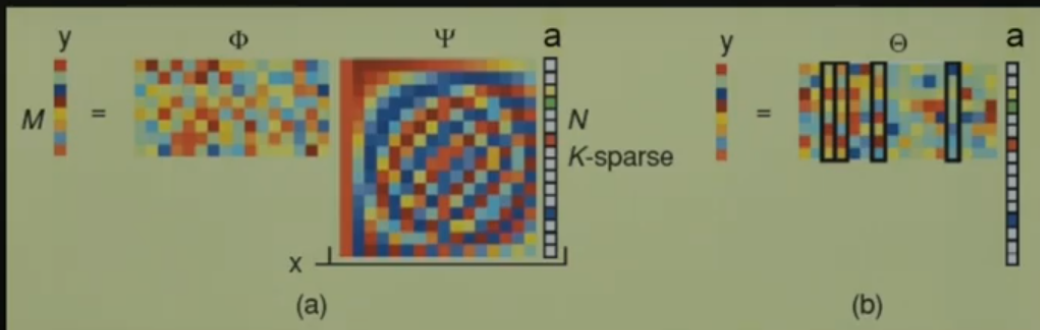
- Compressed Sensing ofrece una mejora sustancial con respecto a los métodos tradicionales para la reconstrucción de las señales.
- En las pruebas que hemos realizado con señales armónicas y campos de densidad de halos por unidad de volumen obtenemos muy buenos resultados.
- Nuestro siguiente paso es implementar el método en señales Lyman-alpha fores y mapas tridimensionales del universo con datos incompletos y de baja resolución.

¡Gracias!

-  David H. Weinberg, Romeel Dave, Neal Katz, Juna A. Kollmeier, *The Lyman-alpha Forest as a Cosmological Tool*
arXiv:astro-ph/0301186v1
-  Elad M. *Sparse and Redundant Representations* . Springer, 2009.
-  Emmanuel Candès, Justin Romberg, and Terence Tao, *Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information*. IEEE Trans. on Information Theory, 52(2) pp. 489 - 509, February 2006
-  Emmanuel Candès and Justin Romberg, *Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions*. Foundations of Comput. Math., 6(2), pp. 227 - 254, April 2006
-  David Donoho, *Compressed sensing*. IEEE Trans. on Information Theory, 52(4), pp. 1289 - 1306, April 2006
-  Hockey R.W, Eastwood J.W *Computer Simulation Using Particles*. IOP Publishing 1988

-  SDSS collaboration, P. McDonald et al., *The Lyman-alpha Forest Power Spectrum from the Sloan Digital Sky Survey*. ApJ Supplement 163 (2006) 80 [astro-ph/0405013].
-  A. Aghamousa et al. [DESI Collaboration], *The DESI Experiment Part I: Science, Targeting, and Survey Design* arXiv:1611.00036 [astro-ph.IM], December 2016
-  R. Rubinstein, R. Bruckstein, A.M. Elad, M. Proceedings of the IEEE, 98, 1045–1057.
-  Hockey R.W, Eastwood J.W *Computer Simulation Using Particles*. IOP Publishing 1988
-  Schneider P, *Extragalactic astronomy and cosmology : an introduction*. Springer 2006
-  R. Candès, T. Tao, 2006, IEEE Transactions on Information Theory, 52, 5406–5425.
-  Donoho, D. 2006, IEEE Transactions on Information Theory, 52, 1289–1306.

Formulación CS



from Baraniuk, 2007.

IN: low-dimensional
measurements

random
measurement
matrix

OUT: sparse
coefficients

$$y = \Phi x = \Phi \Psi a = \Theta a$$

transform
basis

To reconstruct:

minimize $\|a\|_1$,
such that $y = \Theta a$

Proofs by:

- Candès, Romberg & Tao, 2006.
- Donoho, 2006.