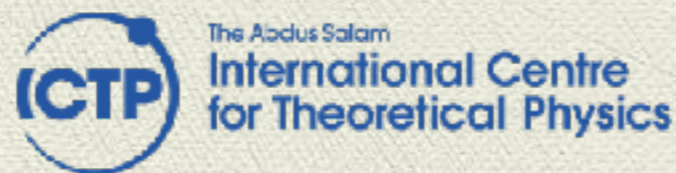


Energía Oscura en la Teoría Generalizada de Proca $SU(2)$

Andrés Navarro y Yeinzon Rodríguez García

Cosmología en Colombia. CoCo - 2019



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
BUCARAMANGA

- ◆ La introducción de una era inflacionaria (inflación) proporciona una solución a los problemas de la cosmología estándar.
- ◆ Inflación es usualmente generada por uno o más campos escalares.
- ◆ En 1974 G. Horndeski construyó la acción más general posible que involucra sólo un campo escalar con acoplamiento no mínimos a la gravedad (G. W. Horndeski, *Int. J. Theor. Phys.* 10, 363 (1974)).

- ◆ Contenido material del Universo: escalares, fermiones y vectores.
- ◆ Simetrías de la Acción: Poincare, $U(1)$, $SU(2)$.
- ◆ Ausencia de patologías: inestabilidad de Ostrogradski, Fantasma, causalidad.

- ◆ El Modelo Estándar de la física de partículas contiene campos abelianos (simetría de gauge $U(1)$) y no abelianos (simetría de gauge $SU(2)$) como los portadores de las interacciones fundamentales.
- ◆ Es comprensible preguntarse si los campos vectoriales también pueden desempeñar un papel importante en la evolución cosmológica, además de los campos escalares.

- ◆ La ruta para construir la acción generalizada de proca $SU(2)$ consiste en:
 - ◆ Contenido material: VECTORES.
 - ◆ Simetrías: Poincaré y $SU(2)$ global.
 - ◆ Ecuaciones de movimiento de segundo orden.

Galileones vectoriales con simetría $SU(2)$

- ◆ Identificar todos los posibles términos invariantes de Lorentz contruados a partir de las contracciones de los campos vectoriales.
- ◆ Agregar los índices del grupo $SU(2)$ a los términos identificados en el paso anterior y contrátelos con los invariantes primitivos del grupo $SU(2)$ (métricas inducidas y como máximo, un símbolo de Levi-Civita)
- ◆ Agrupar todos estos términos invariantes de Lorentz $SU(2)$ en combinaciones lineales generales.

Galileones vectoriales con simetría $SU(2)$

- ◆ Establecer relaciones entre los coeficientes en las combinaciones lineales para que no se propaguen más de tres grados de libertad.
- ◆ Vaya al caso del límite escalar y elimine todos aquellos términos cuya acción resultante no corresponda a la de los galileos multiescalar en la representación tridimensional de $SU(2)$.
- ◆ Generalice la acción obtenida en el espacio-tiempo curvo y agregue los contraterminos necesarios para mantener el orden de las ecuaciones de evolución.

Galileones vectoriales con simetria SU(2)

$$S = \int \left[f(R) + \sum_{N=2}^4 \mathcal{L}_{N,A}^{\text{Gal}} + \sum_{m=1}^4 \mathcal{L}_{\text{Curv},m,A}^{\text{Gal}} \right] \sqrt{-g} d^4x ,$$

$$\mathcal{L}_{\text{Curv},1,A}^{\text{Gal}} \equiv f_1^{\text{Curv}} G_{\mu\nu} A^{\mu a} A_a^\nu ,$$

$$\mathcal{L}_{\text{Curv},2,A}^{\text{Gal}} \equiv f_2^{\text{Curv}} L_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu a} F_a^{\rho\sigma} ,$$

$$\mathcal{L}_{\text{Curv},3,A}^{\text{Gal}} \equiv f_3^{\text{Curv}} \epsilon_{abc} L_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu a} A^{\rho b} A^{\sigma c} ,$$

$$\mathcal{L}_{\text{Curv},4,A}^{\text{Gal}} \equiv f_4^{\text{Curv}} L_{\mu\nu\rho\sigma} A^{\mu a} A_a^\nu A^{\rho b} A_b^\sigma ,$$

$$\mathcal{L}_{2,A}^{\text{Gal}} \equiv f_2(A_\mu^a, F_{\mu\nu}^a, \tilde{F}_{\mu\nu}^a) ,$$

$$\mathcal{L}_{3,A}^{\text{Gal}} \equiv 0 ,$$

Galileones vectoriales con simetria SU(2)

$$\mathcal{L}_4^1 \equiv \frac{\alpha}{4m_P^2} \left\{ (A_b \cdot A^b) [S_\mu^{\mu a} S_{\nu a}^\nu - S_\nu^{\mu a} S_{\mu a}^\nu + A_a \cdot A^a R] \right. \\ \left. + 2(A_a \cdot A_b) [S_\mu^{\mu a} S_\nu^{\nu b} - S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + 2A^a \cdot A^b R] \right\},$$

$$\mathcal{L}_4^2 \equiv \frac{\kappa}{4m_P^2} \left\{ (A_a \cdot A_b) [S_\mu^{\mu a} S_\nu^{\nu b} - S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + A^a \cdot A^b R] \right. \\ \left. + 2(A^{\mu a} A^{\nu b}) [S_{\mu a}^\rho S_{\nu \rho b} - S_{\nu a}^\rho S_{\mu \rho b} - A_a^\rho A_b^\sigma R_{\mu\nu\rho\sigma} \right. \\ \left. - (\nabla^\rho A_{\mu a})(\nabla_\rho A_{\nu b}) + (\nabla^\rho A_{\nu a})(\nabla_\rho A_{\mu b}) \right\},$$

$$\mathcal{L}_4^3 \equiv \frac{\lambda}{m_P^2} \tilde{G}_{\mu\sigma}^b A_a^\mu A_{\nu b} S^{\nu\sigma a} \quad G_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_\mu A_\nu^a - \nabla_\nu A_\mu^a$$

Sistemas dinámicos

- ◆ Un sistema dinámico consiste en un espacio (espacio de estado o espacio de fase) y una regla matemática que describe la evolución de cualquier punto en ese espacio.
- ◆ La forma estándar de un sistema dinámico puede ser escrita como (sistema autónomo):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

- ◆ \mathbf{x} es un elemento en el espacio de fase.
- ◆ $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es un campo vectorial.

Sistemas dinámicos

- ◆ **Estabilidad lineal:** Dado un sistema dinámico $\dot{x} = f(x)$ con un punto crítico en $x = x_0$ y con el fin de linealizar el sistema, se debe realizar primero una expansión en serie de Taylor:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x)}{1!} (x - x_0) + \frac{f''(x)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots$$

Sistemas dinámicos

- ◆ Por la definición del punto crítico, $f(x_0) = 0$ e ignorando los los términos de orden superior,

$$\dot{x} = f'(x_0)(x - x_0)$$

- ◆ Dado un sistema autónomo, con un punto crítico, la linearización del sistema:

$$M = Df(x_0) = \left(\frac{\partial f_I}{\partial x_j} \right)_{x=x_0},$$

Sistemas dinámicos

- ◆ Para un sistema autónomo en \mathbb{R}^2 , la matriz Jacobiana M revela la estabilidad del sistema.
- ◆ Los valores propios de esta matriz linealizada, evaluada sobre el punto crítico en cuestión revelan la estabilidad/inestabilidad de ese punto crítico.

Estabilidad

◆ Valores propios reales:



Valores propios	Estabilidad
$\lambda_1, \lambda_2 < 0$	Estable
$\lambda_1, \lambda_2 > 0$	Inestable
$\lambda_1 > 0 > \lambda_2$	Punto de silla
$\lambda_{1,2} = 0$	Indeterminada

Estabilidad

- ◆ Valores propios complejos: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$

Parte real	Estabilidad
$\alpha > 0$	Inestable
$\alpha < 0$	Estable
$\alpha = 0$	Oscilatorio

Λ CDM

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_p^2}{2} R + \mathcal{L} + M_p^2 \Lambda \right],$$

$$3M_p^2 H^2 = \rho_r + \rho_m + M_p^2 \Lambda,$$

$$2M_p^2 \dot{H} = -\left(\frac{4}{3}\rho_r + \rho_m\right),$$

$$\dot{\rho}_r = -4H\rho_r \quad \text{y} \quad \dot{\rho}_m = -3H\rho_m.$$

Λ CDM

- ◆ Variables adimensionales:

$$\Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 \quad \text{donde:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega_m = \frac{\rho_m}{3M_p^2 H^2} \\ \Omega_r = \frac{\rho_r}{3M_p^2 H^2} \\ \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} \end{array} \right.$$

- ◆ Se eligen las variables del sistema:

$$x \equiv \Omega_r, \quad y \equiv \Omega_\Lambda$$

Λ CDM

- ◆ Parámetro de desaceleración:

$$q = -\frac{\ddot{H}}{H\dot{H}} = -1 + \epsilon = -\frac{1}{2}(3 + x - 3y)$$

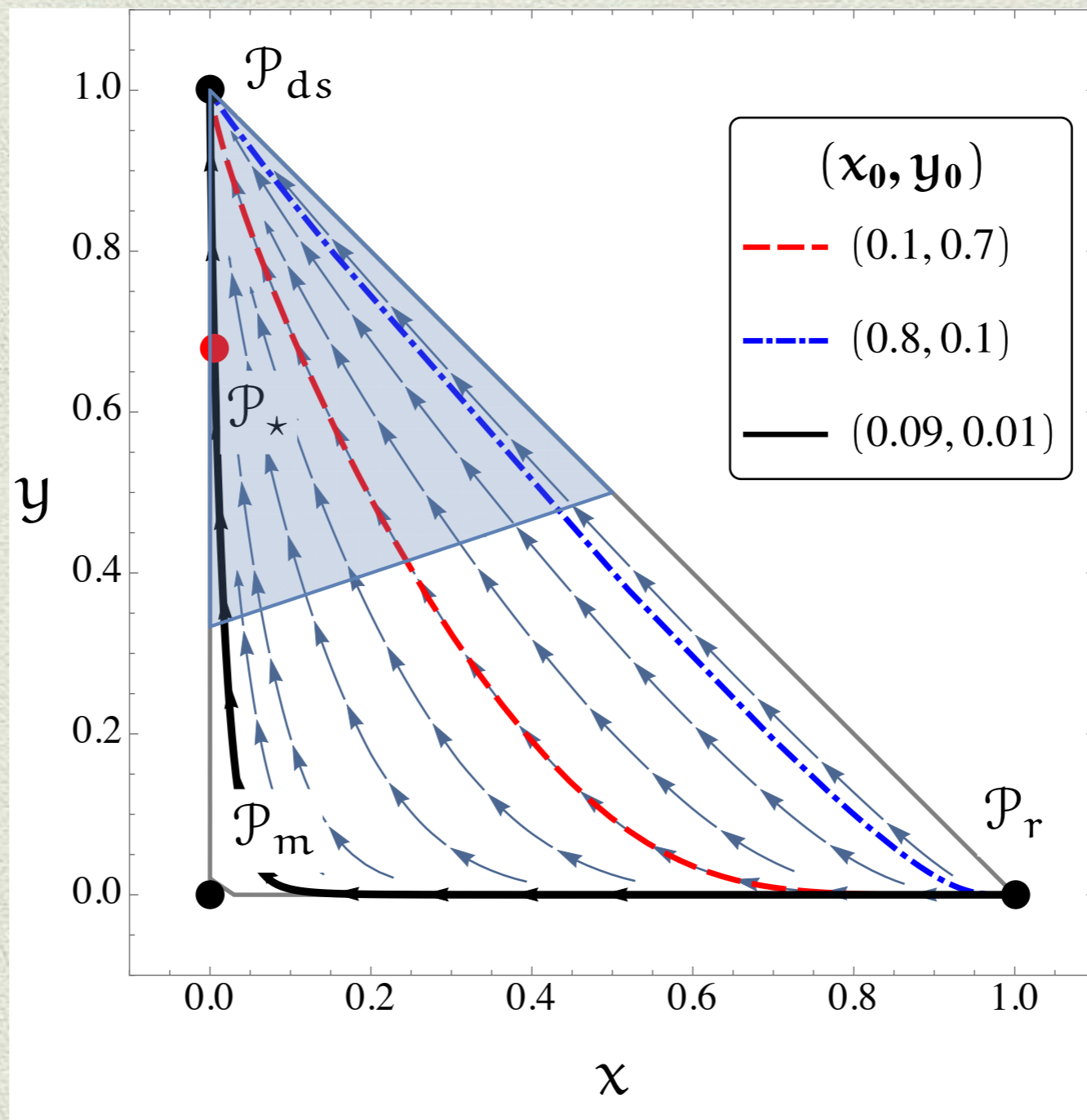
- ◆ Sistema autónomo:

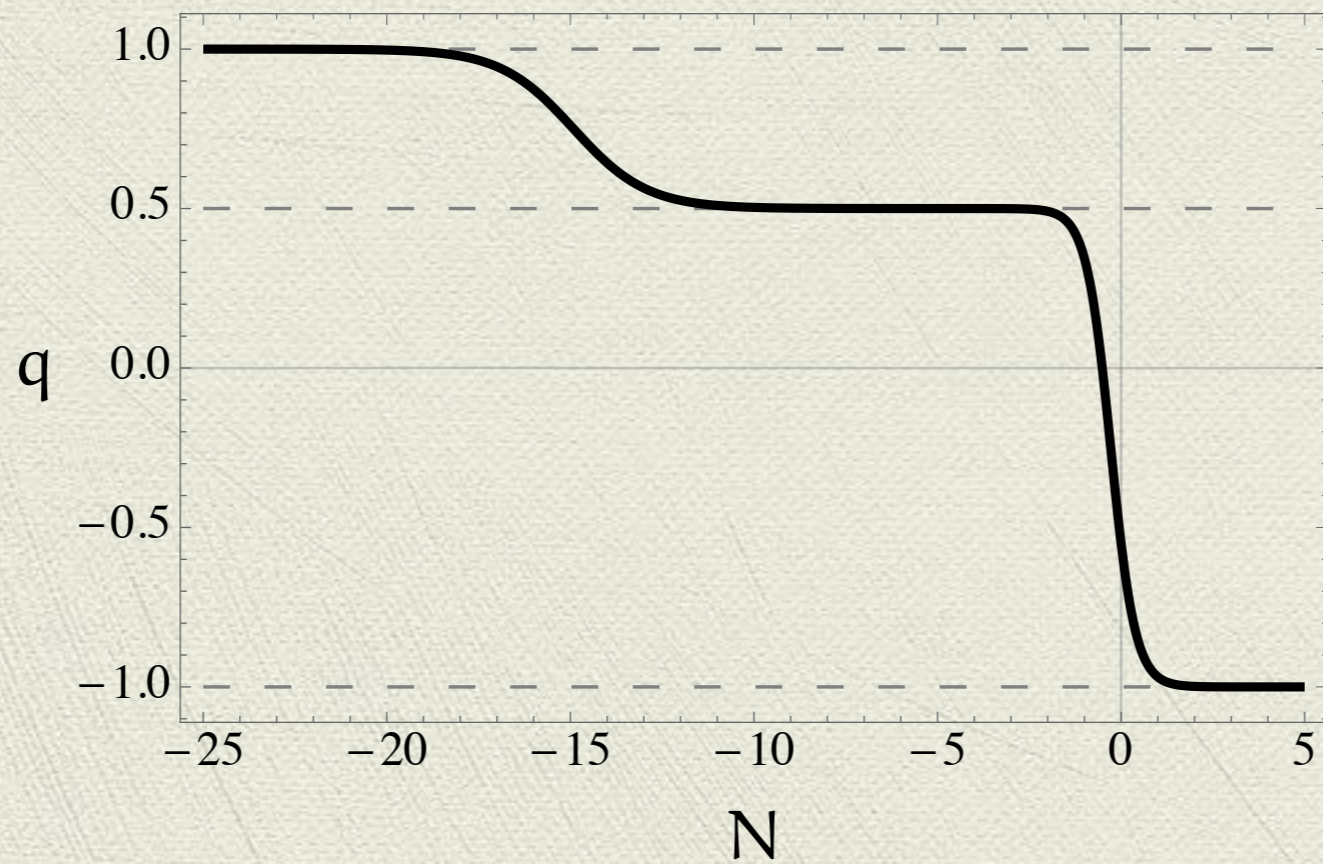
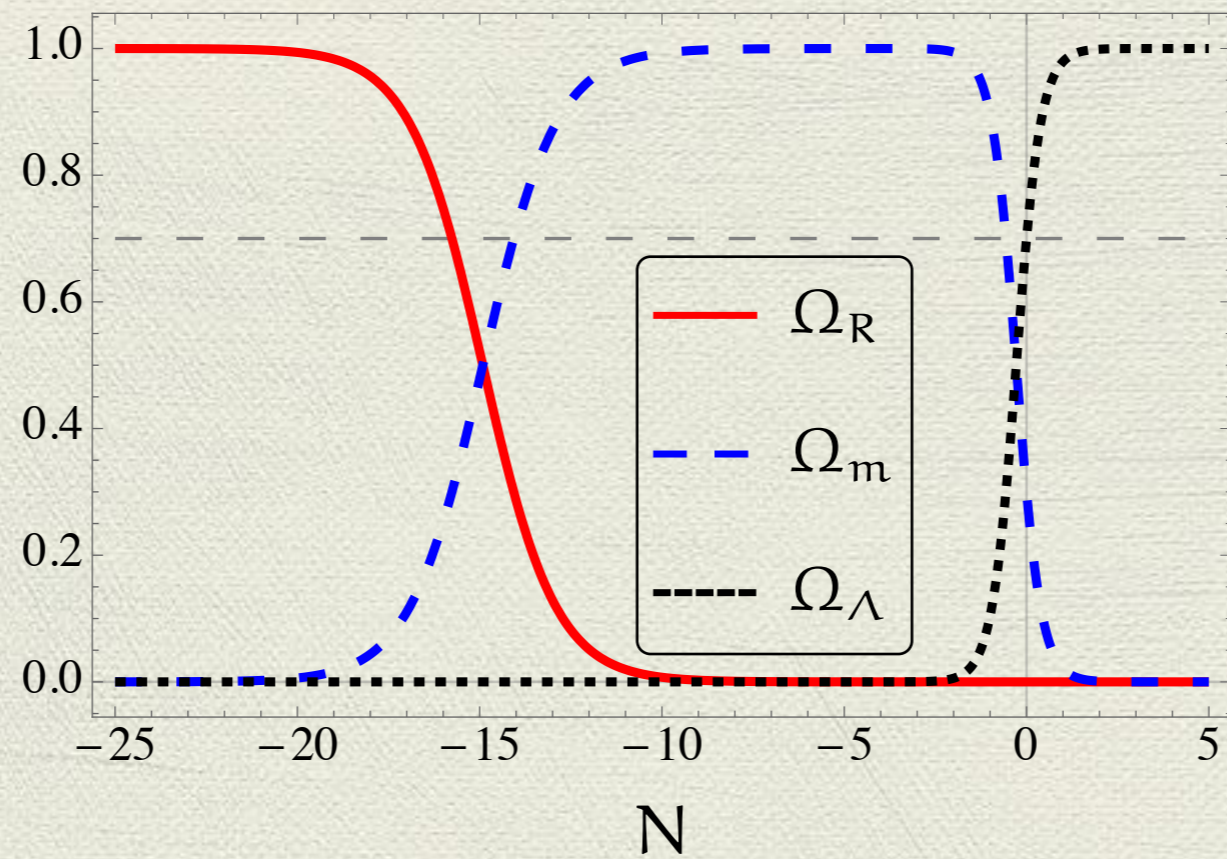
$$x' = -x(1 - x + 3y), \quad y' = (3 + x - 3y)y$$

Λ CDM

	Valores propios	Estabilidad	Dominio
$\mathcal{P}_r : (1, 0)$	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 4$	Inestable	Radiación
$\mathcal{P}_m : (0, 0)$	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = -3$	Punto de silla	Materia
$\mathcal{P}_\Lambda : (0, 1)$	$\lambda_1 = -3$ $\lambda_2 = -4$	Estable	Energía oscura

Λ CDM





Modelo de estudio: ingredientes

- ◆ Queremos describir nuestro universo observable. Por lo tanto, empleamos la métrica de Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) en el nivel de fondo.

$$A_{\mu}^a = a\psi\delta_{\mu}^a$$

- ◆ Esto solo es posible si la configuración de campo es una "tríada de cósmica":

El término S: \mathcal{L}_4^1

$$S = \int d^4x \sqrt{-\det(g_{\mu\nu})} (\mathcal{L}_{\text{E-H}} + \mathcal{L}_{\text{YM}} + \alpha \mathcal{L}_4^1),$$

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} \equiv -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu},$$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_\mu A_\nu^a - \nabla_\nu A_\mu^a + g\epsilon^a{}_{bc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$S_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_\mu A_\nu^a + \nabla_\nu A_\mu^a,$$

◆ Variables adimensionales:

$$x \equiv \frac{\dot{\psi}}{\sqrt{2}M_p H}$$

$$p \equiv \frac{\ddot{\psi}}{M_p H^2}$$

$$y \equiv \frac{\psi}{\sqrt{2}M_p}$$

$$z \equiv \frac{\sqrt{2}M_p g}{H},$$

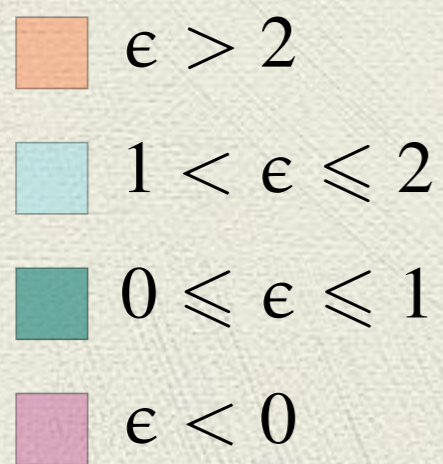
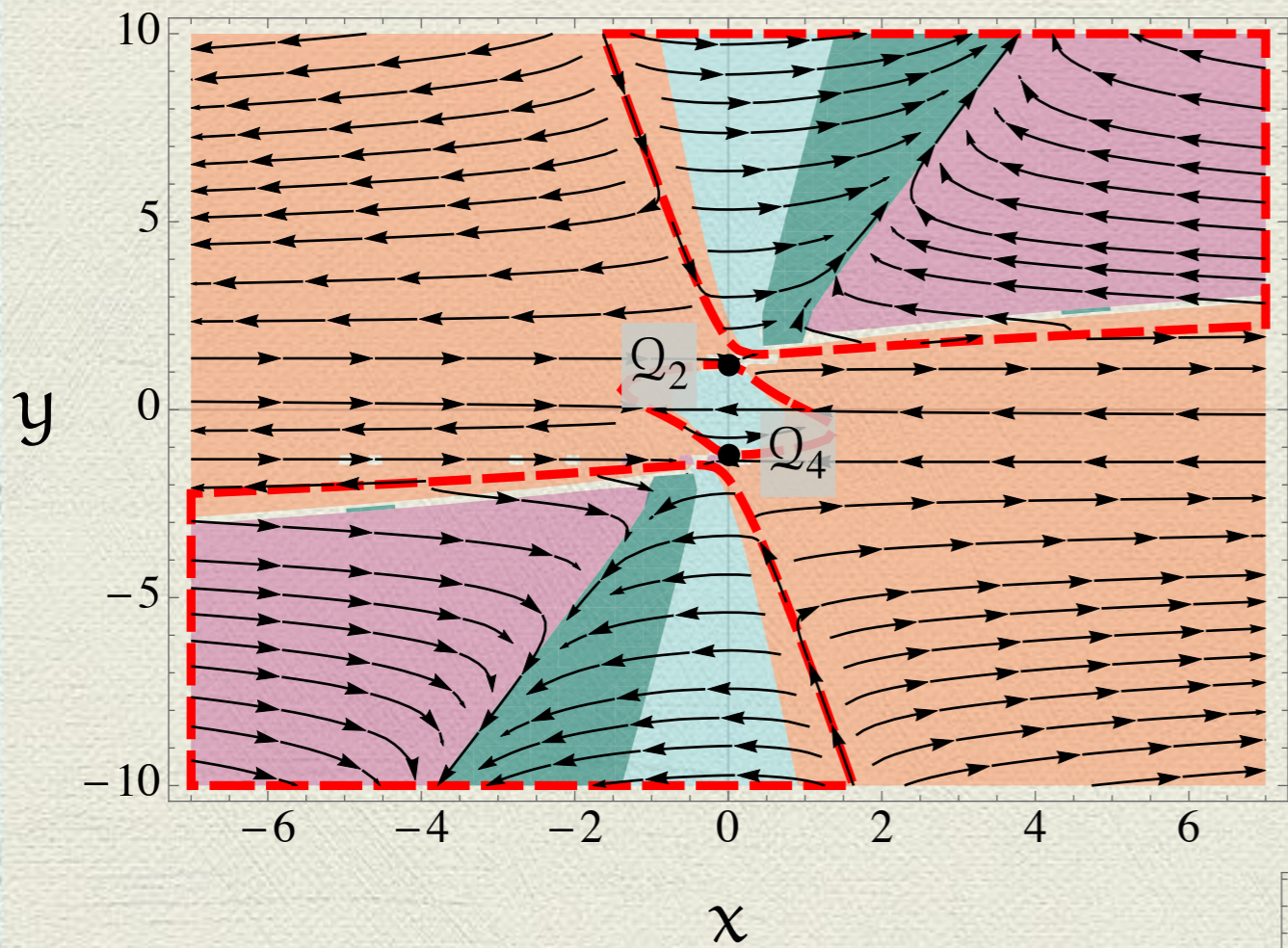
$$\epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}$$

$$z^2 y^4 + x^2 + 2xy + y^2 + \alpha (10x^2 y^2 - 188xy^3 - 32y^4) = 1,$$

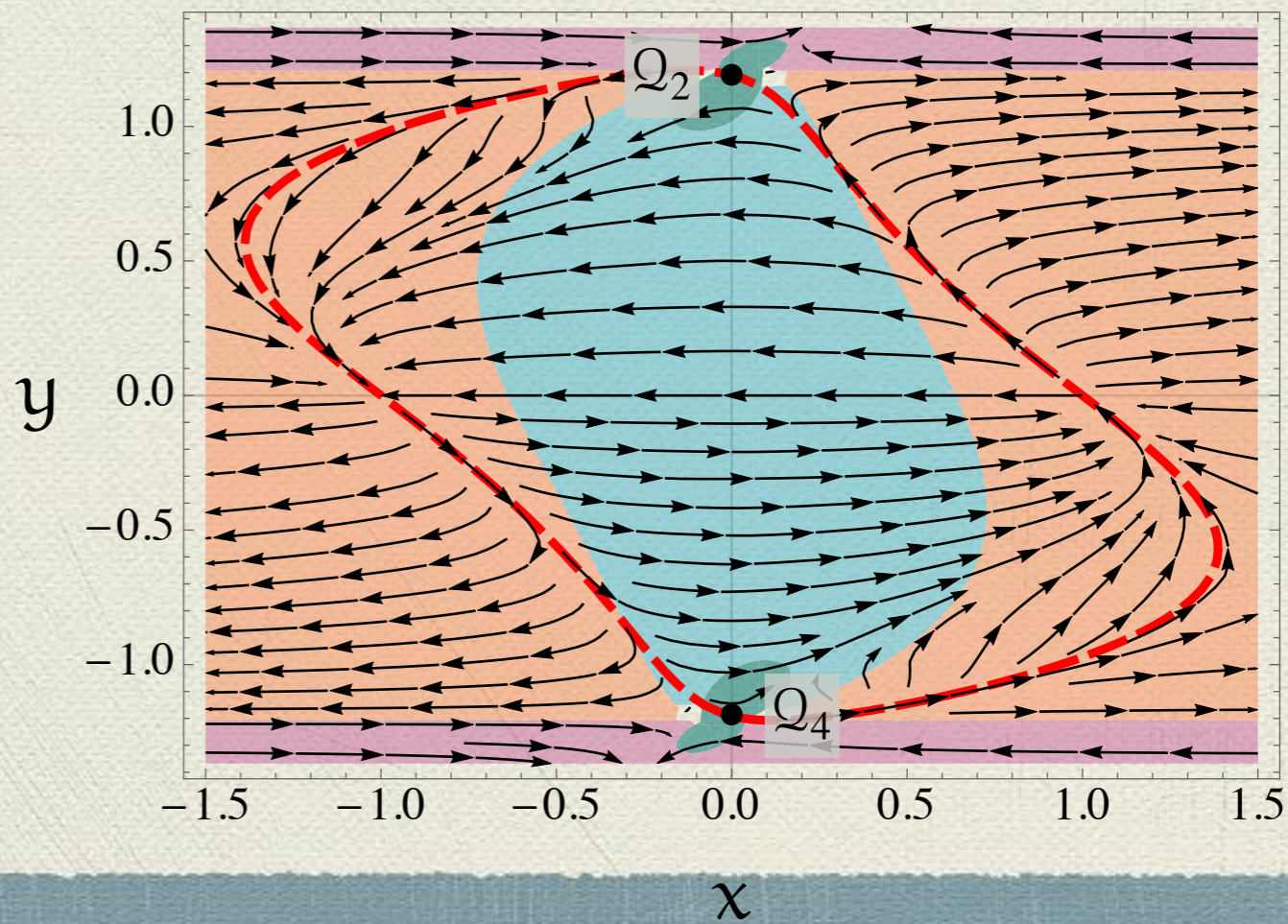
$$x^2 + 2xy + y^2 + z^2 y^4 + \alpha (104\sqrt{2}py^3 + 614x^2 y^2 + 316xy^3 + 124y^4 \epsilon - 340y^4) = -3 + 2\epsilon,$$

$$\frac{p}{\sqrt{2}} + 3x + 2y^3 z^2 - y\epsilon + 2y + \alpha (5\sqrt{2}py^2 + 10x^2 y + 30xy^2 + 94y^3 \epsilon - 218y^3)$$

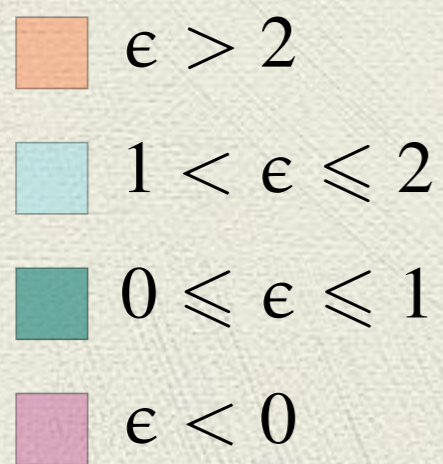
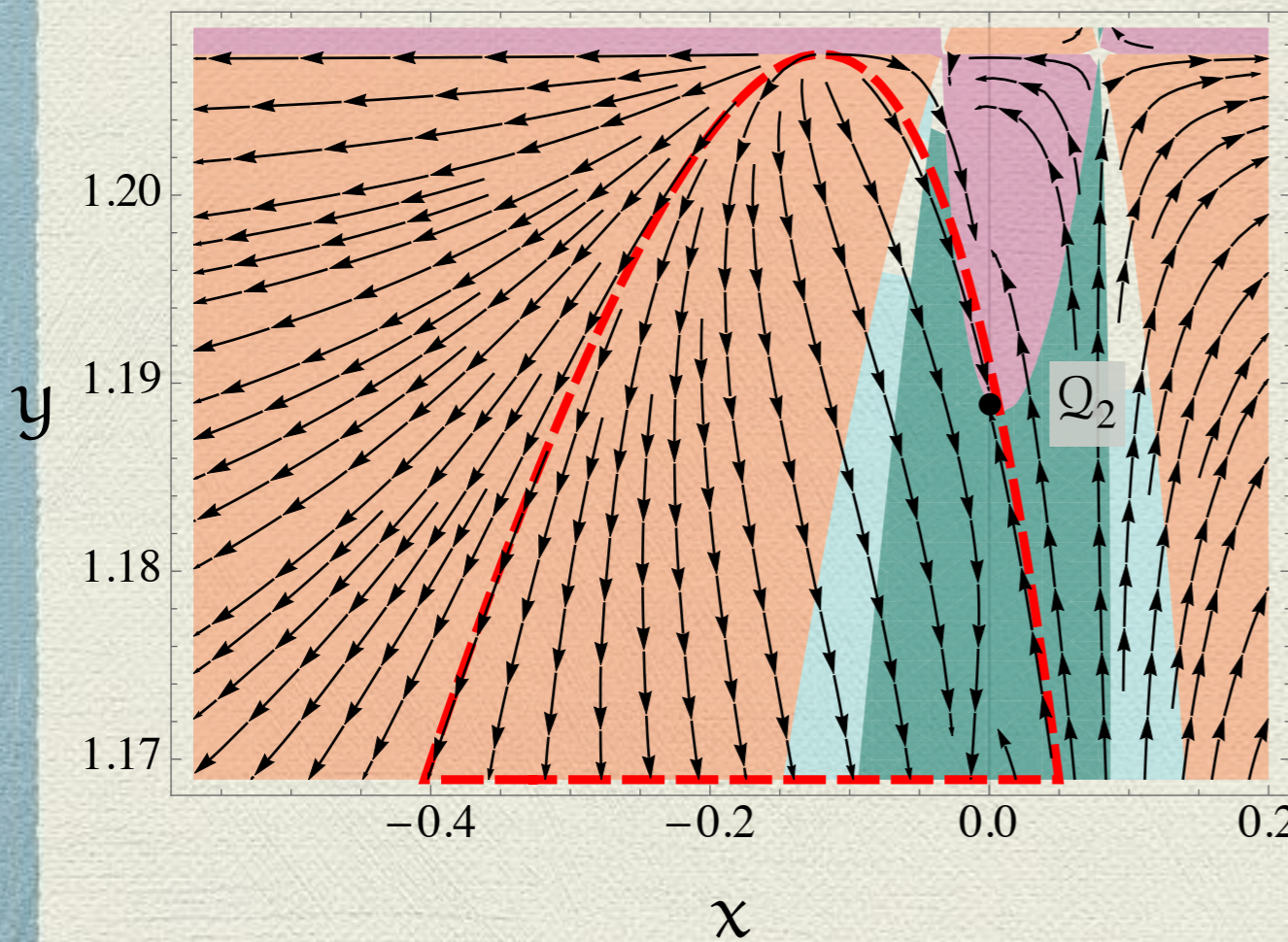
$\alpha = 0.0065$



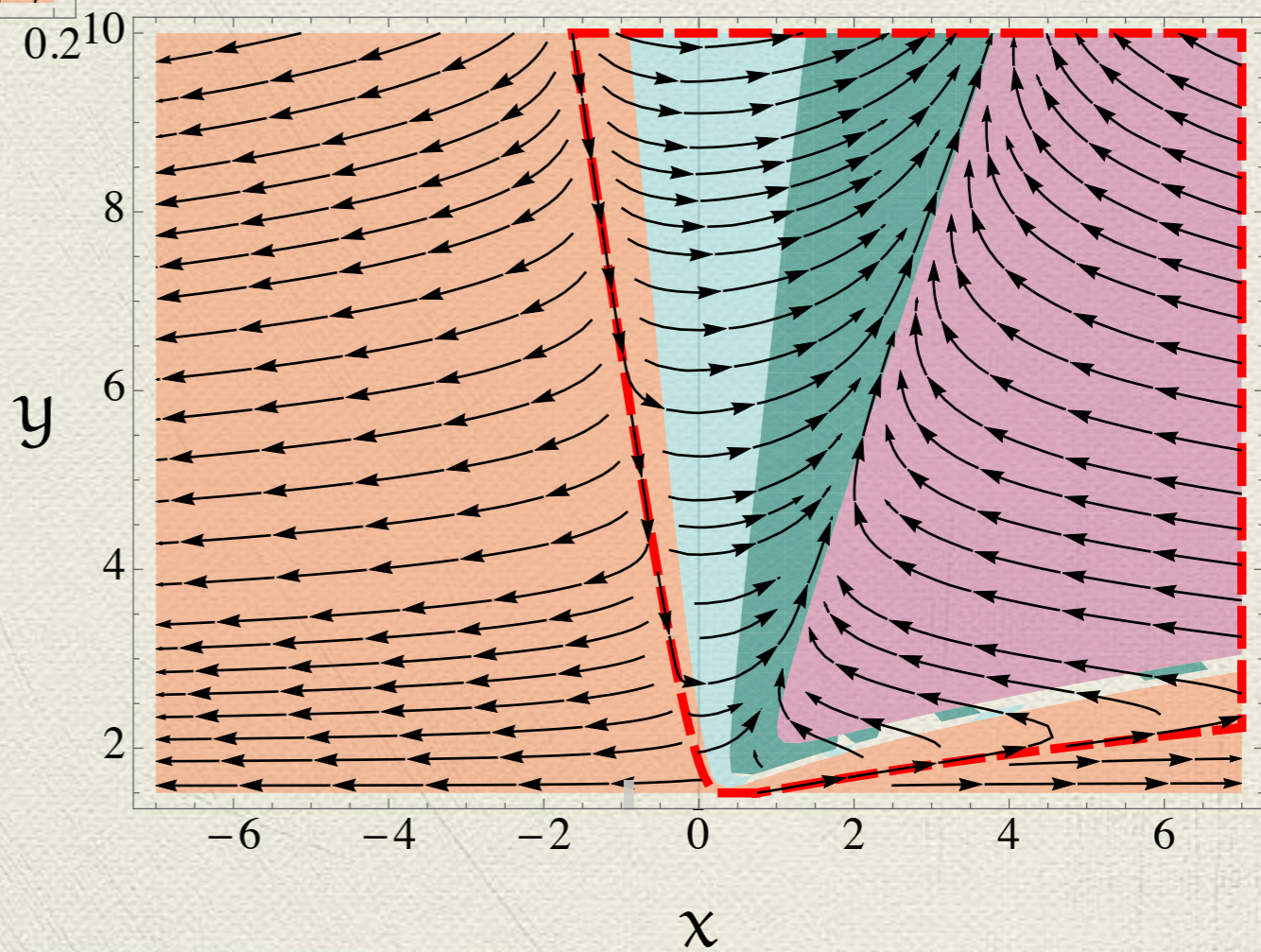
$\alpha = 0.0065$



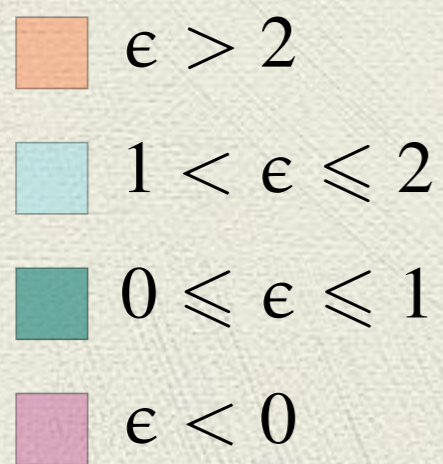
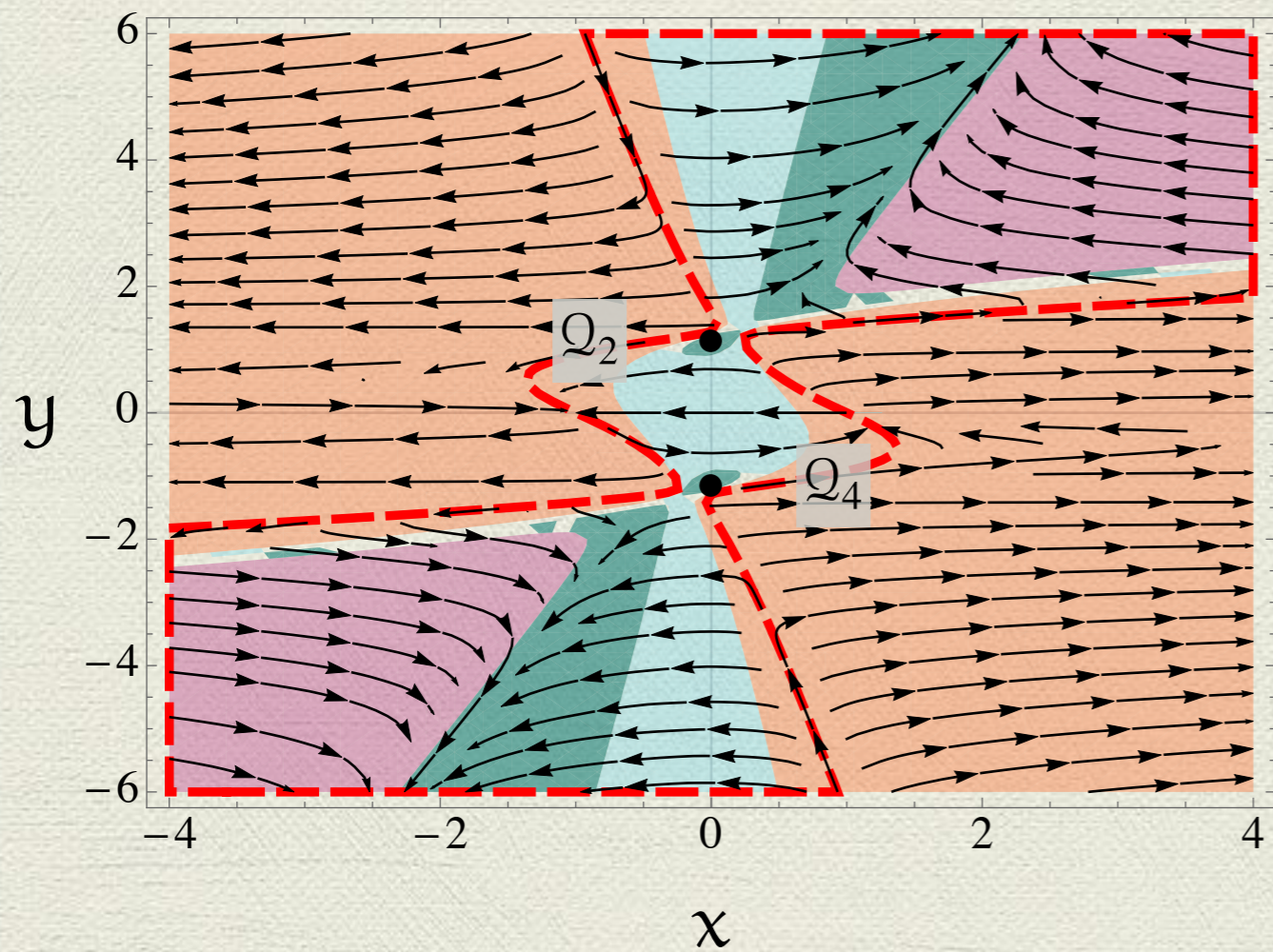
$\alpha = 0.0065$



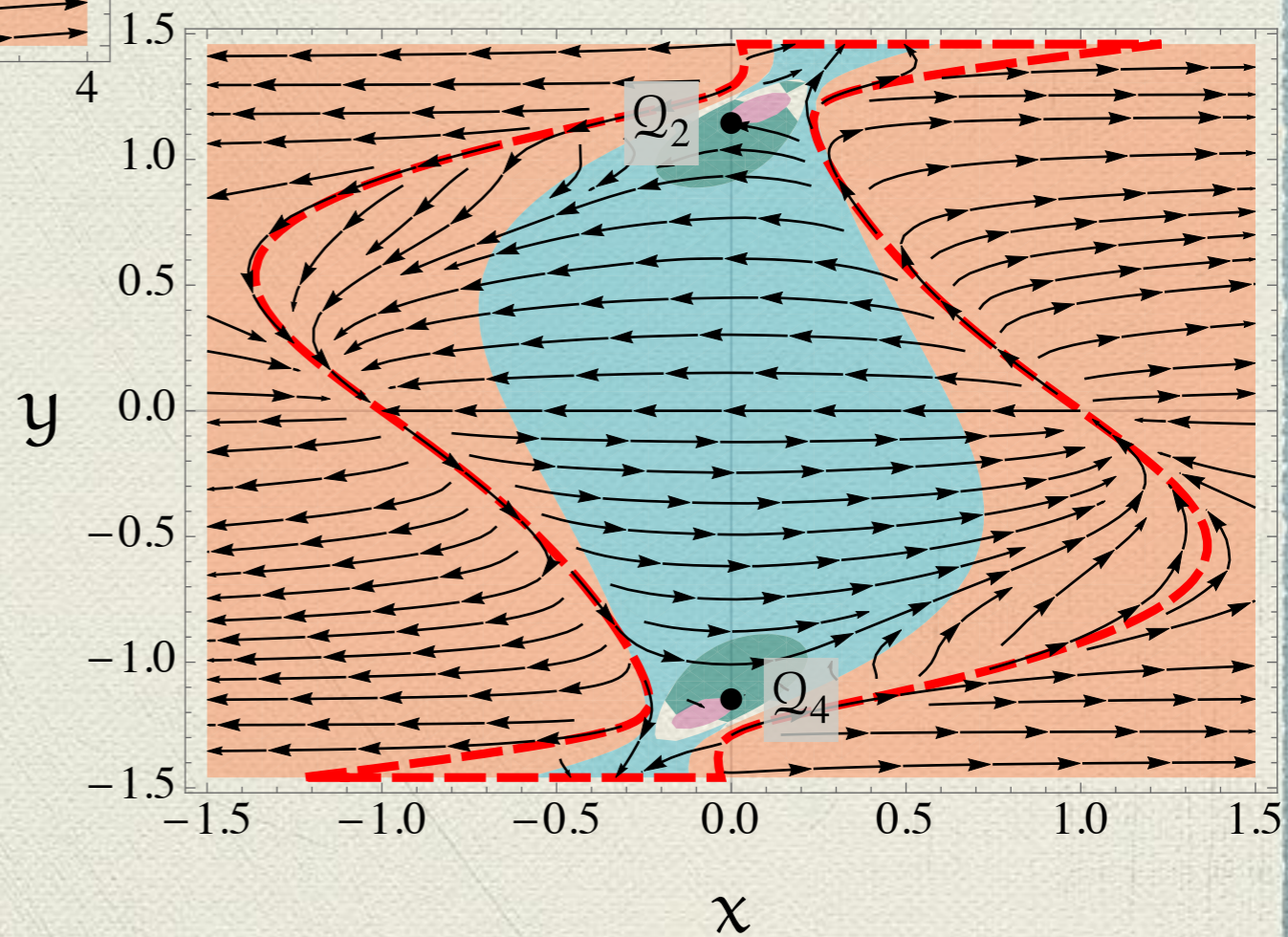
$\alpha = 0.0065$



$\alpha = 0.0075$



$\alpha = 0.0075$



Comportamiento asintótico

- ◆ Este sistema dinámico autónomo disfruta de un comportamiento asintótico.
- ◆ Dos fluidos perfectos de radiación coexistentes pero artificiales, uno asociado al Lagrangiano de Yang-Mills (el fluido positivo).
- ◆ El otro asociado al término S con densidad de energía y presión negativa (el fluido negativo).

$$x \rightarrow \beta y,$$

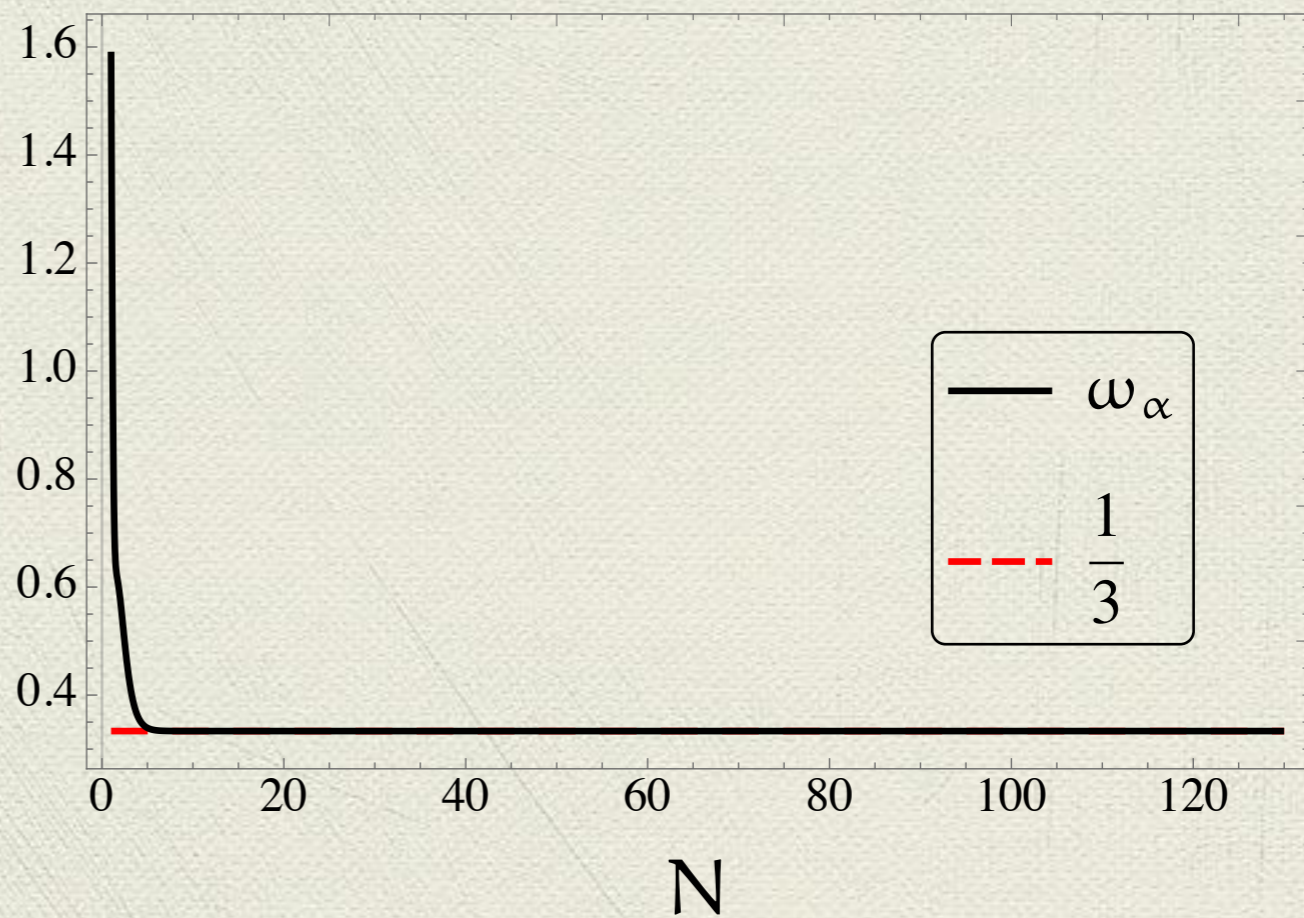
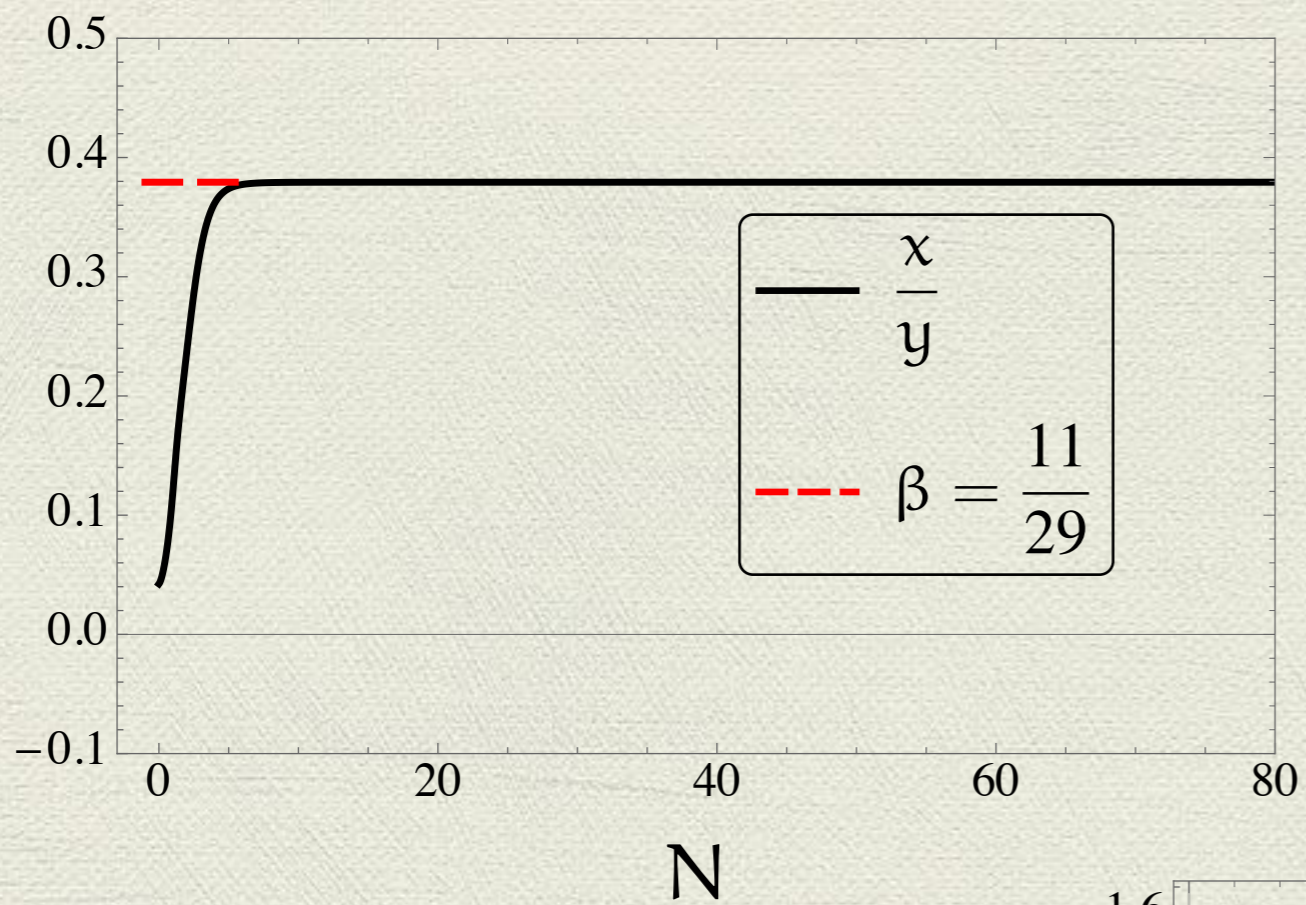
$$y \rightarrow \infty,$$

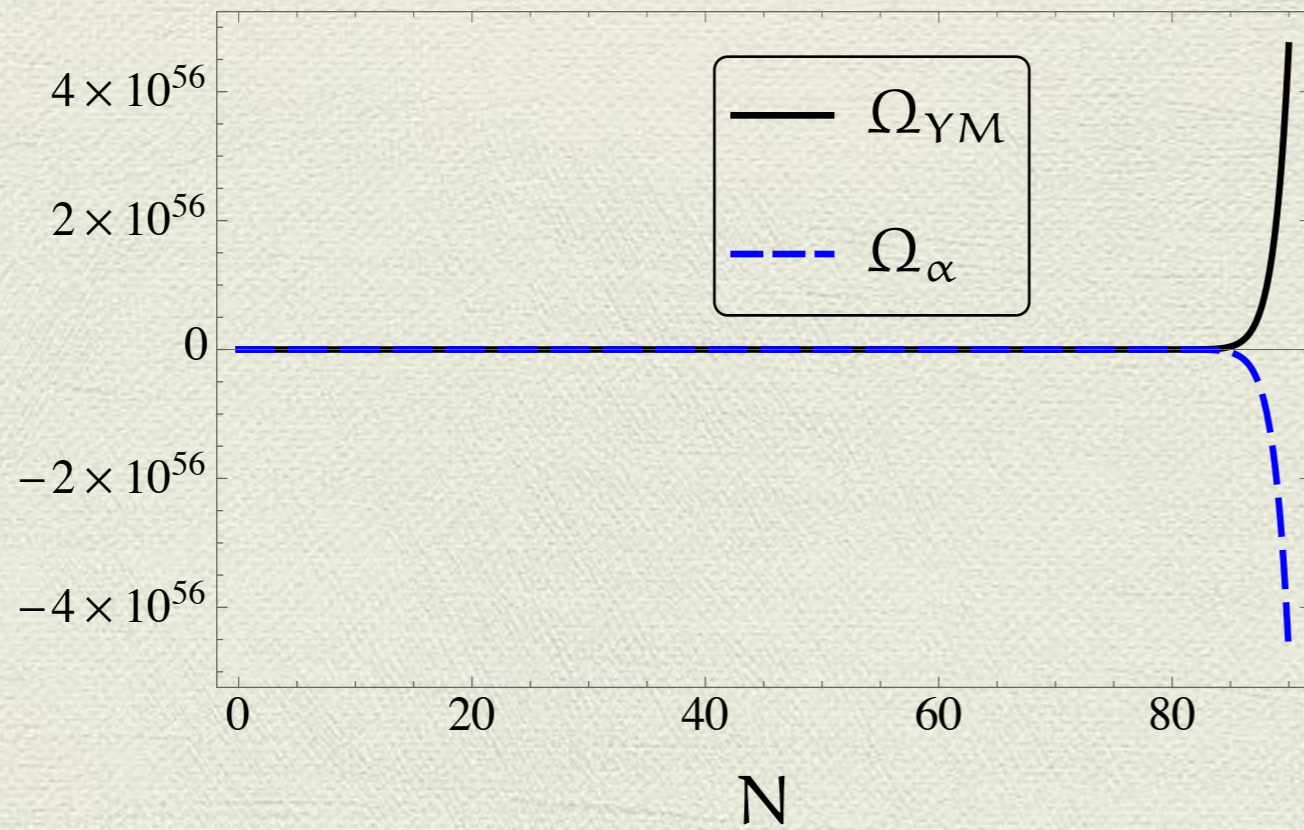
$$\text{cuando } N \rightarrow \infty,$$

◆ Lo cual resulta en:

$$\alpha > 0,$$

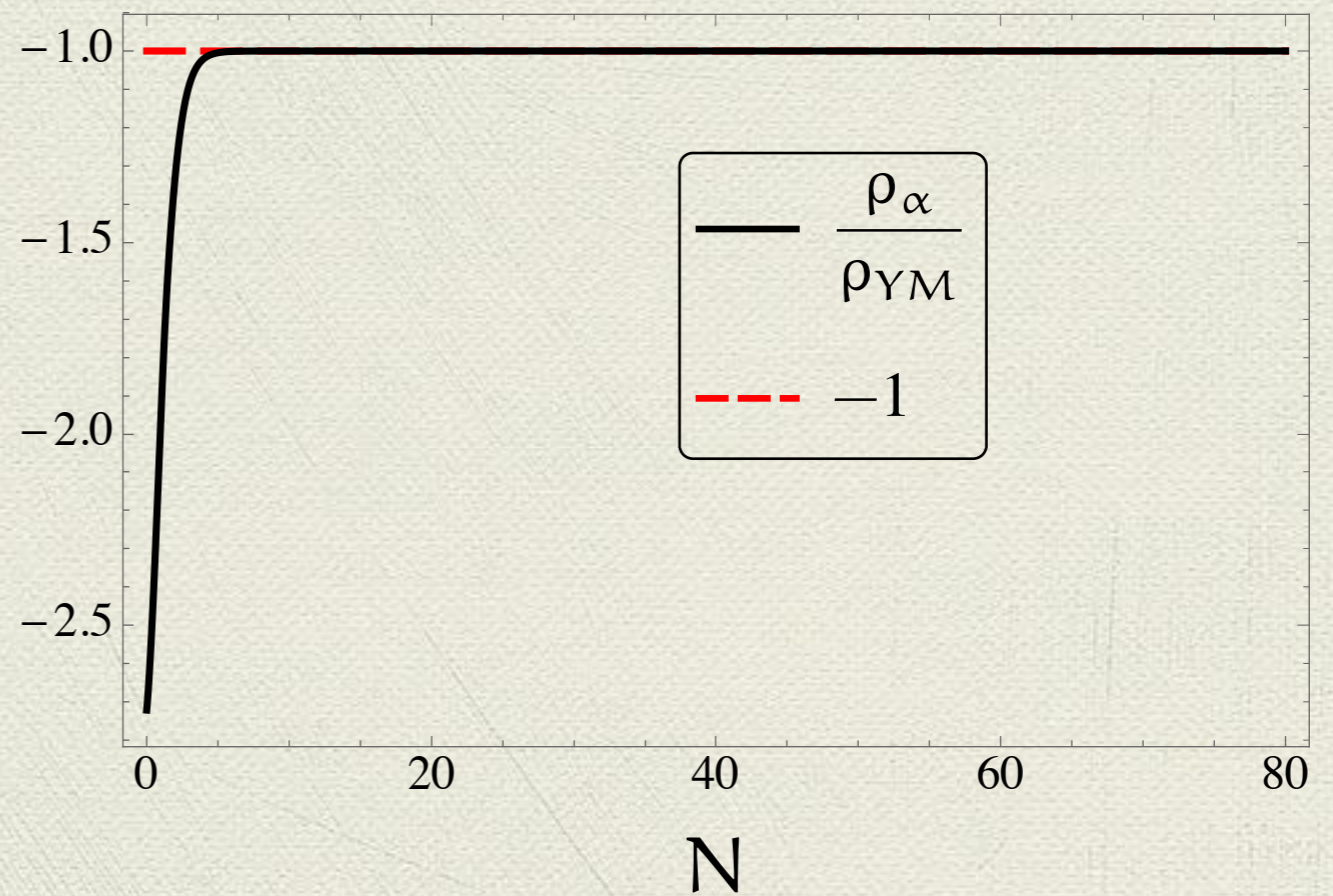
$$\beta = \frac{11}{29}$$



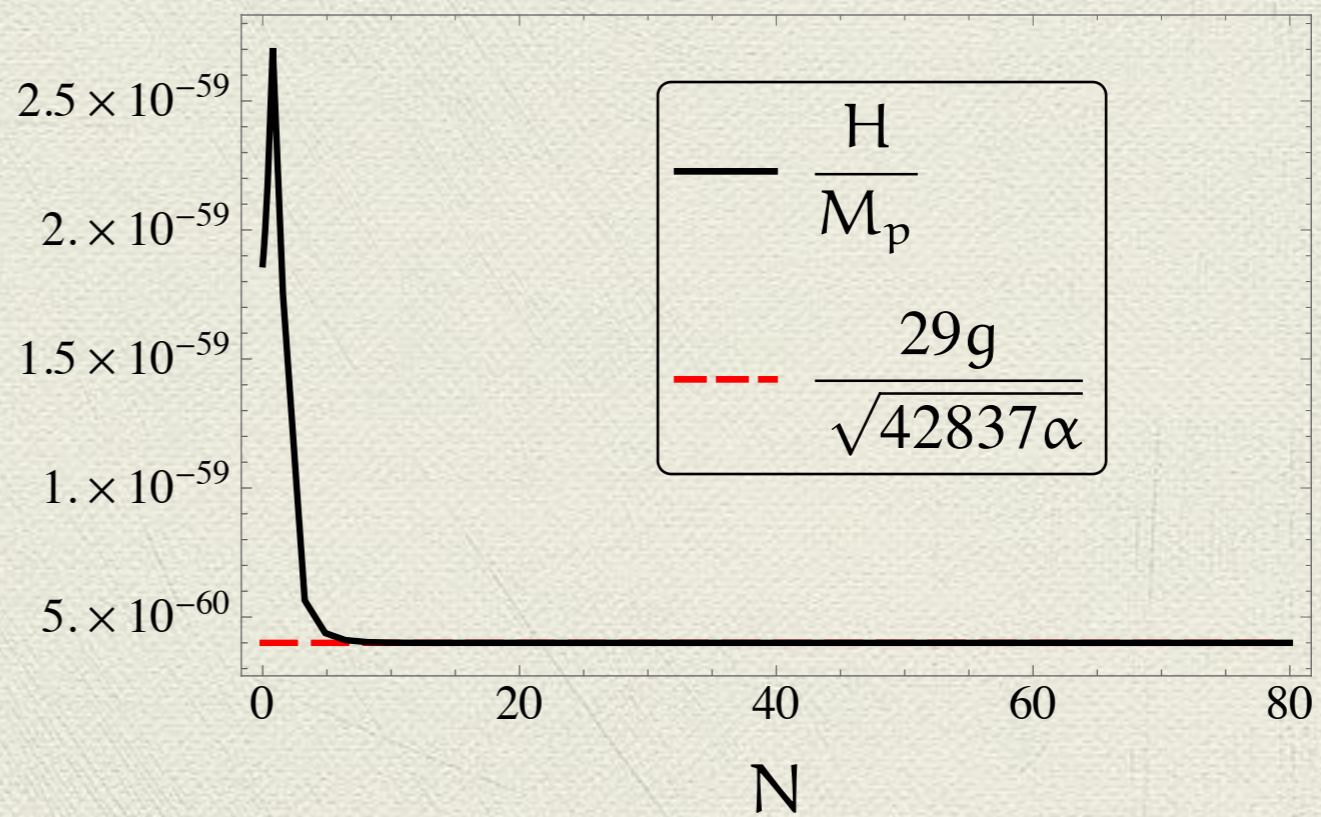
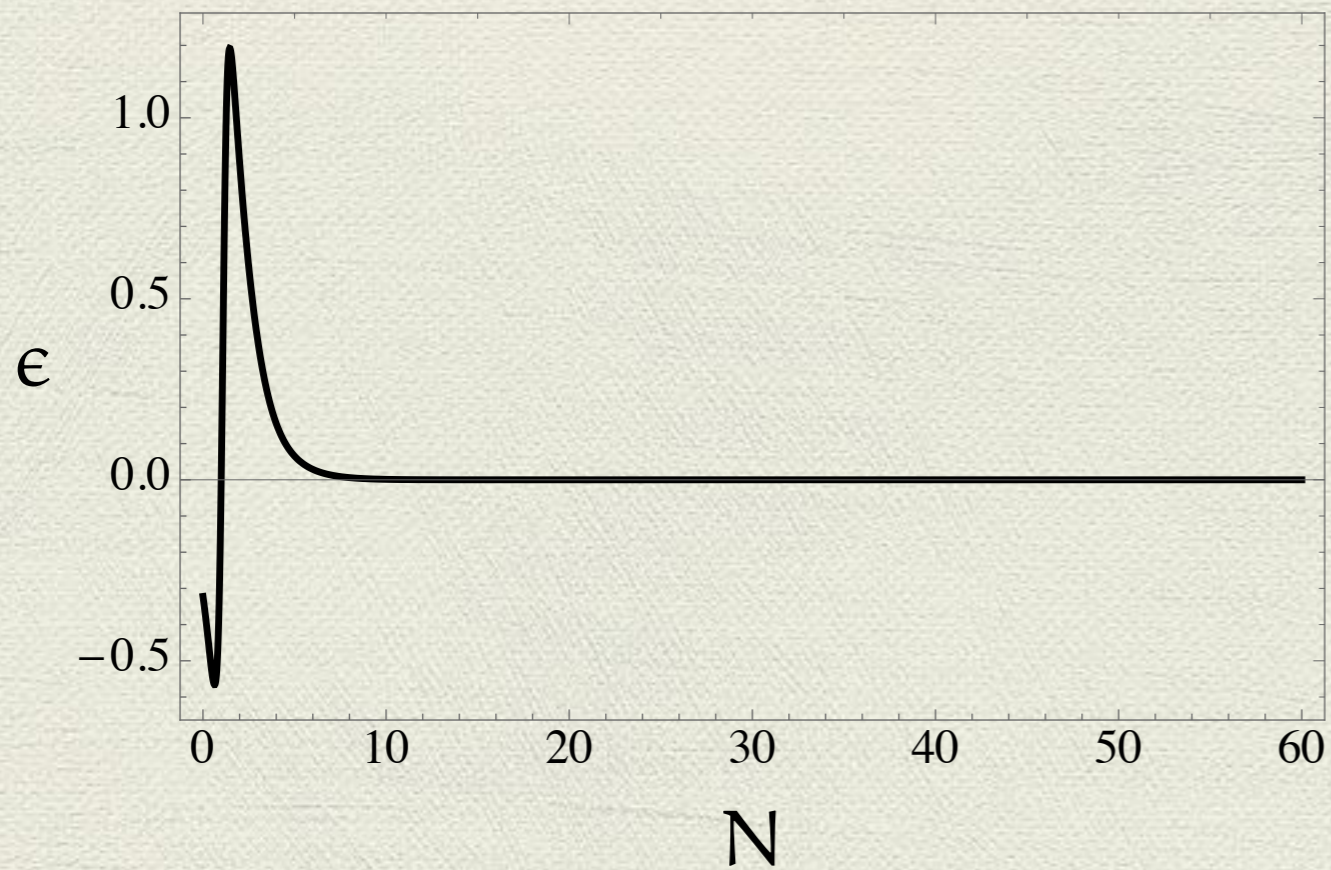


$$\rho_{YM} \rightarrow \infty$$

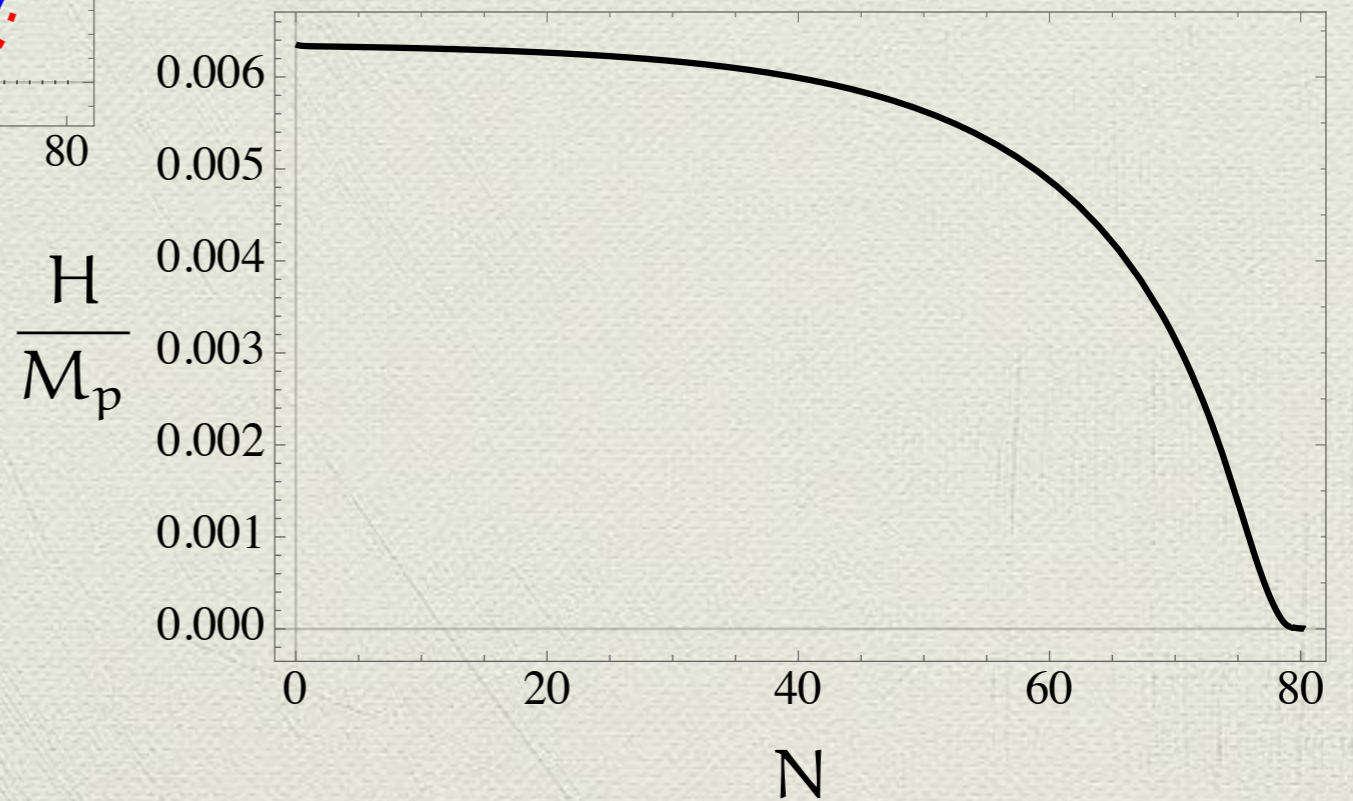
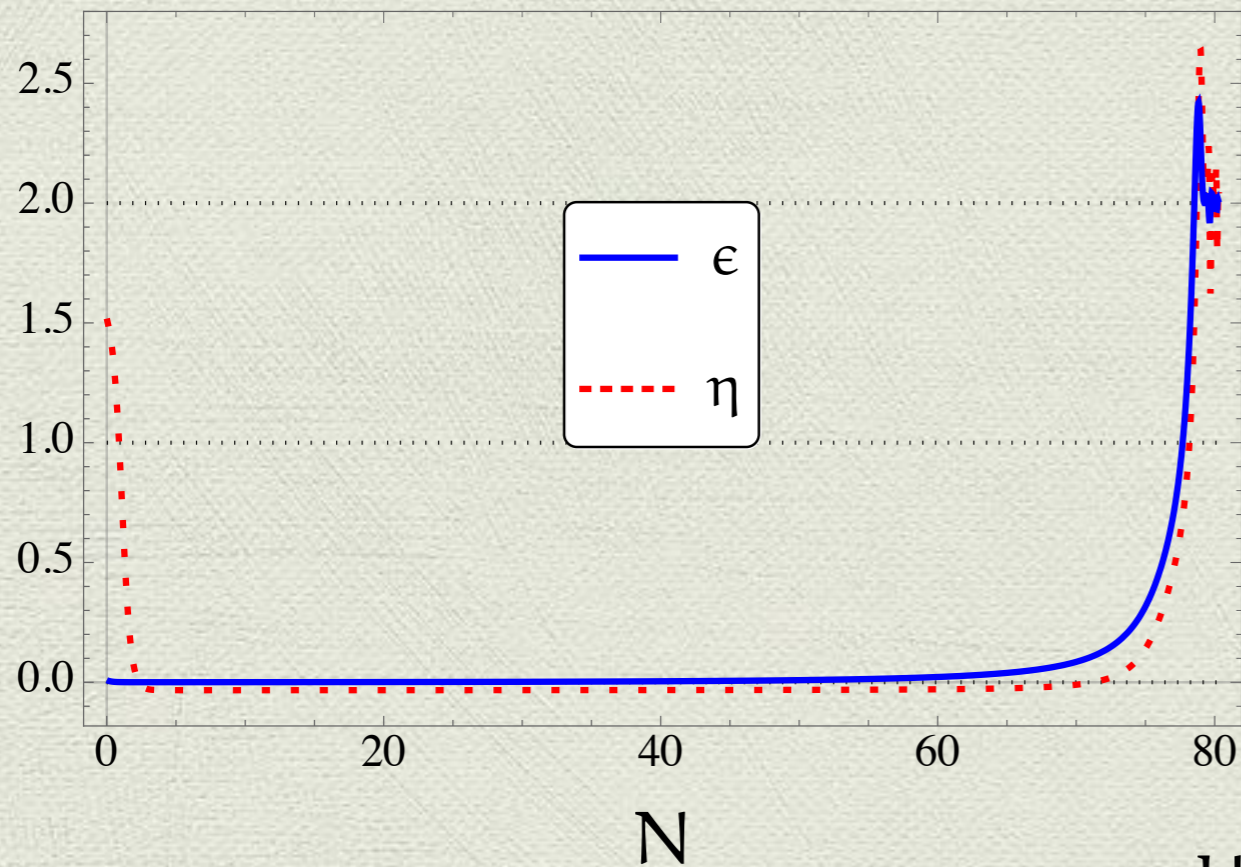
$$\rho_{\alpha} \rightarrow -\infty$$

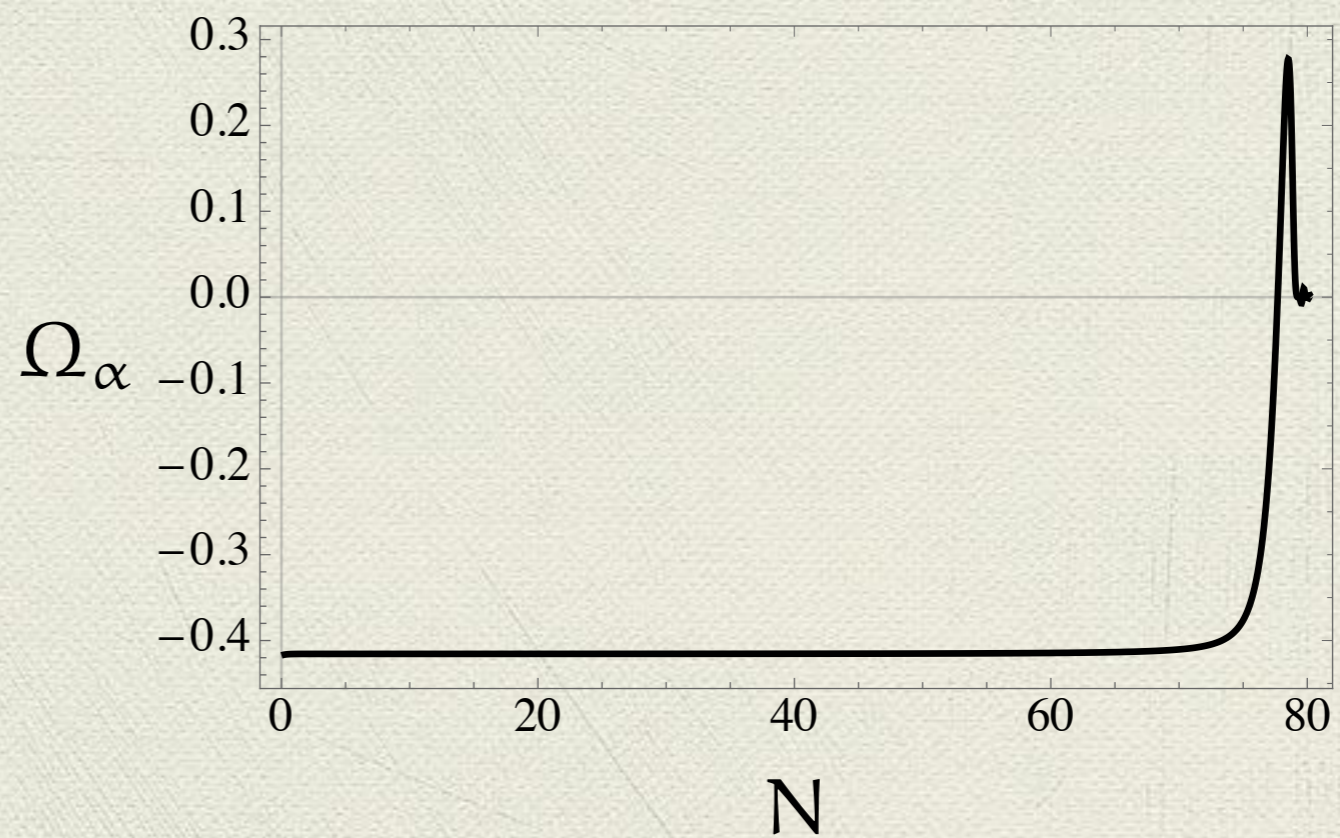
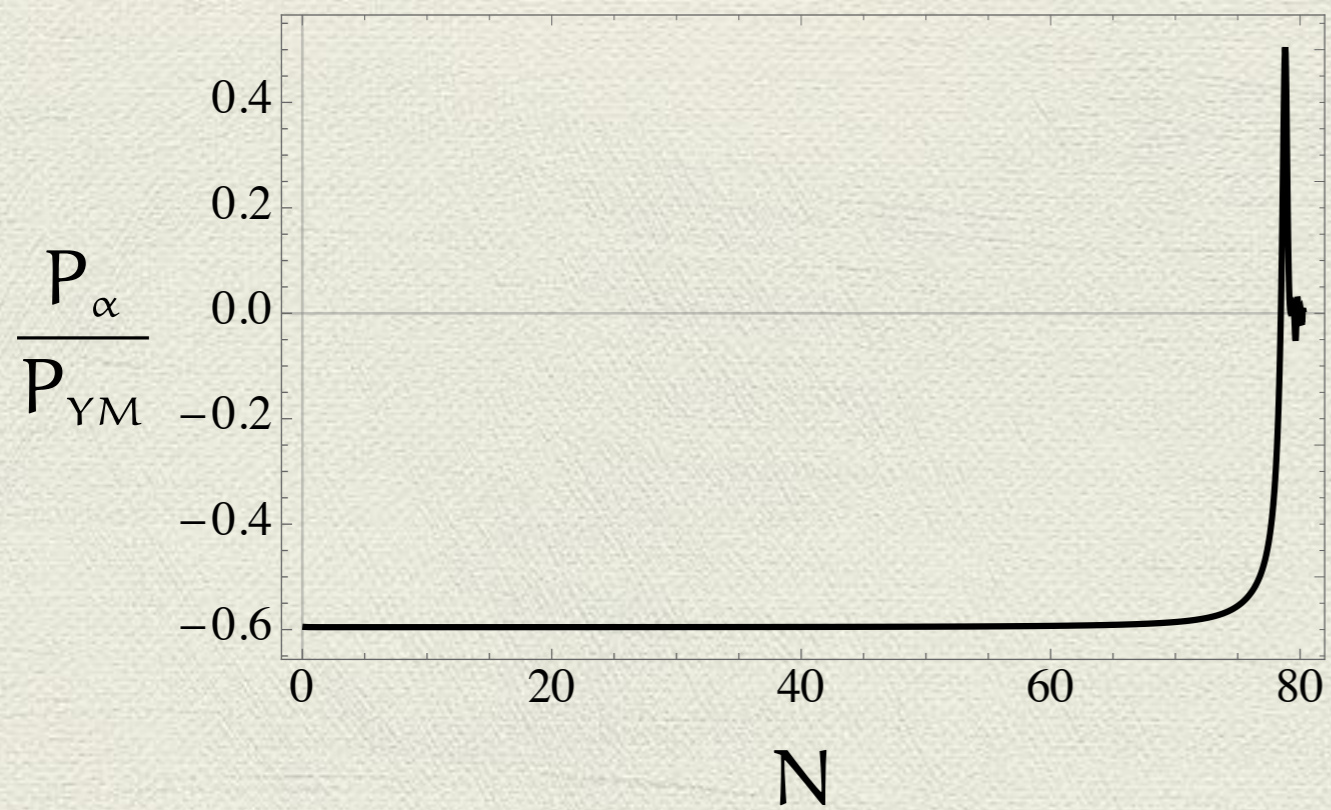


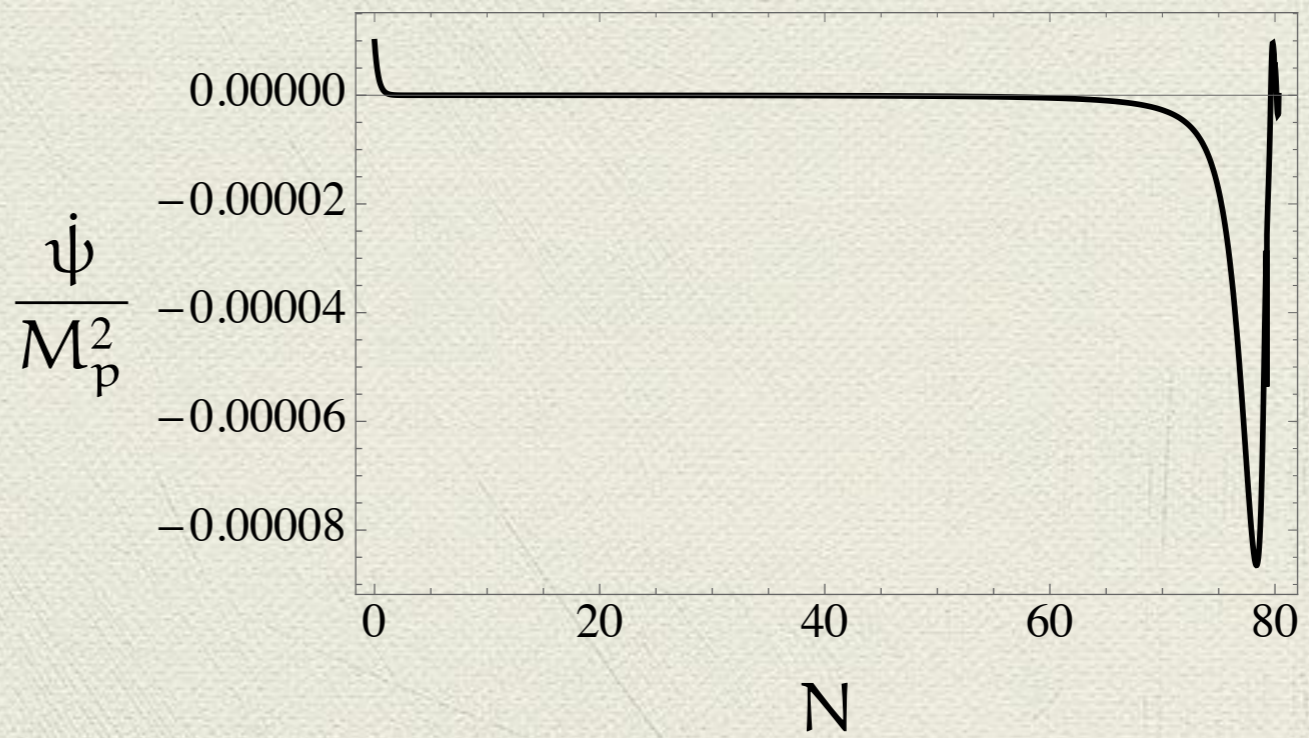
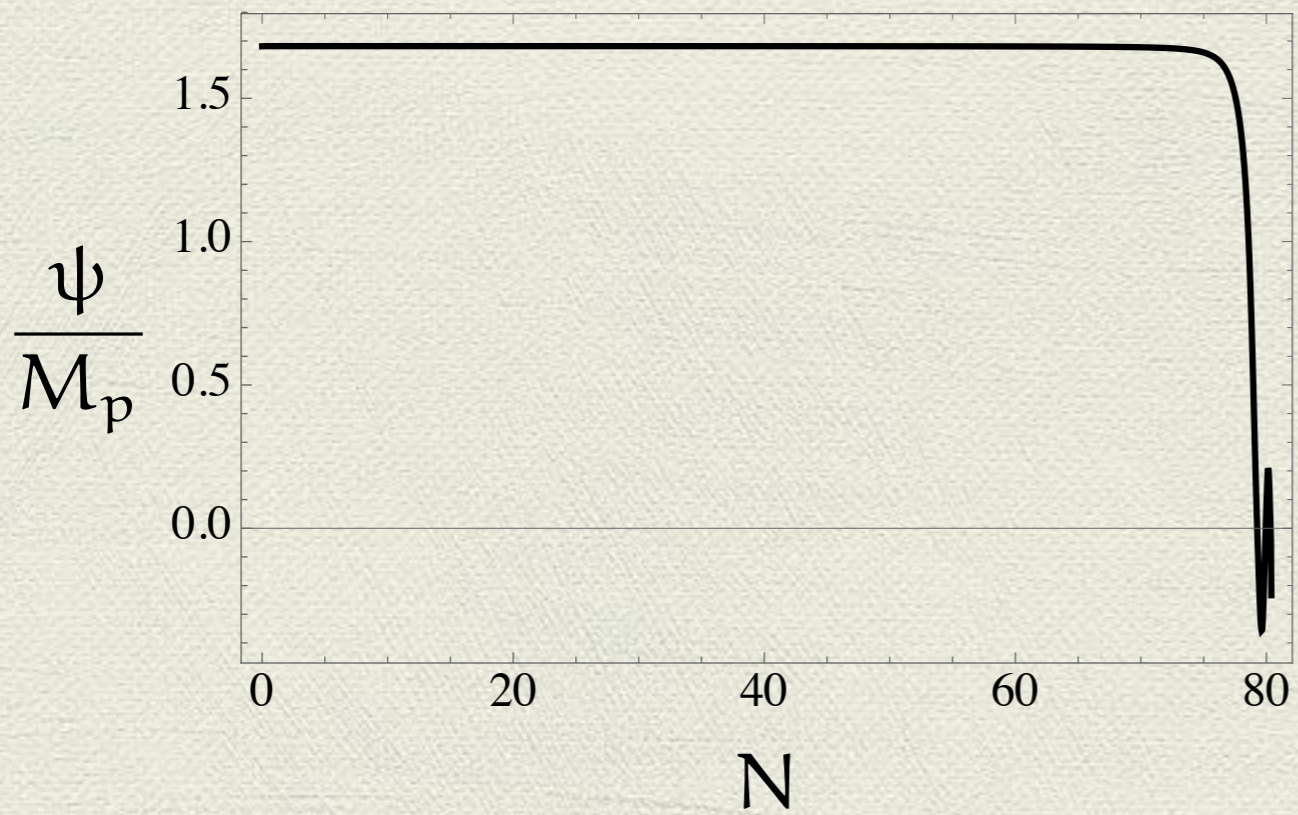
$$\rho_{\alpha} / \rho_{YM} \rightarrow -1$$



Inflación primordial





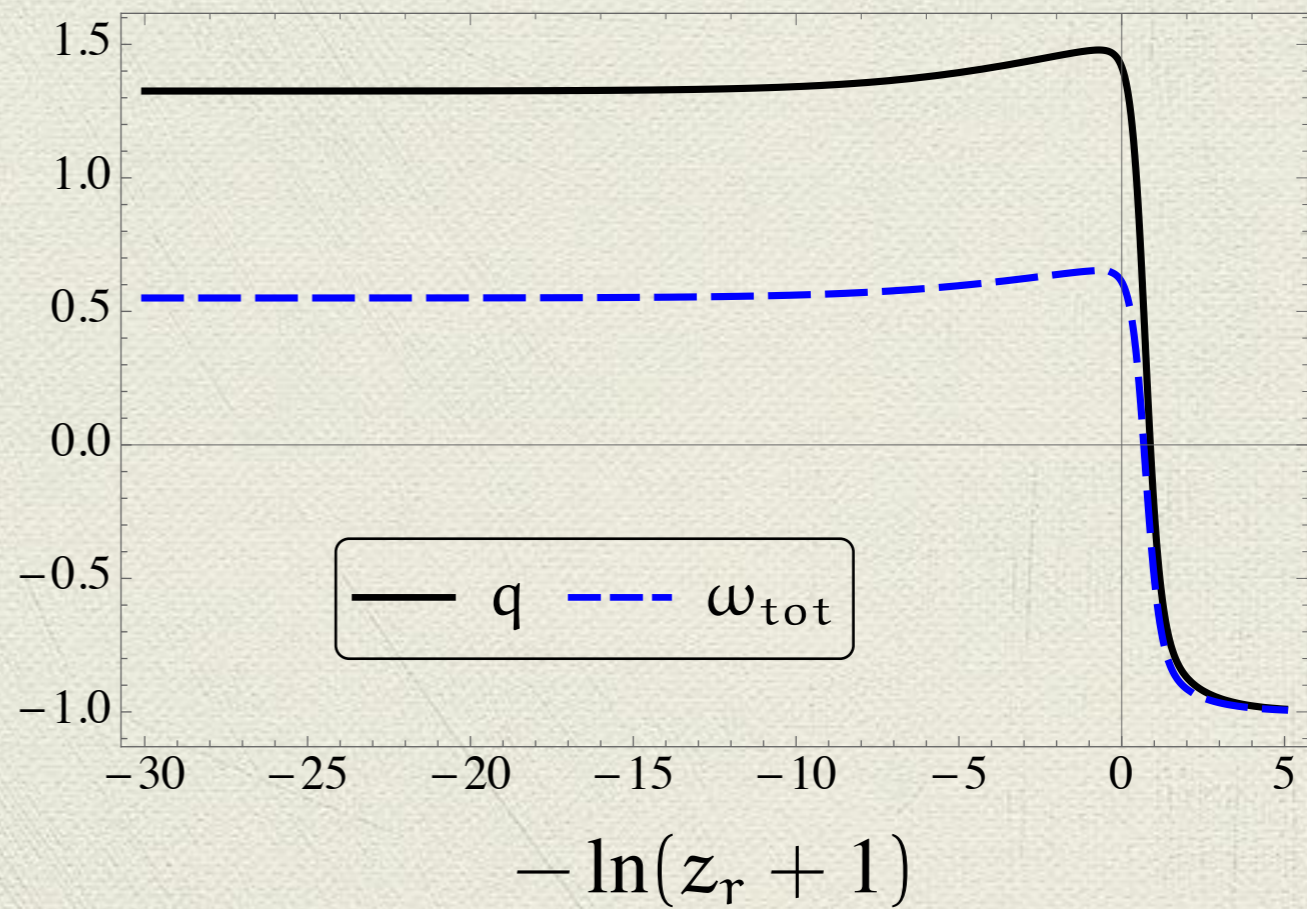
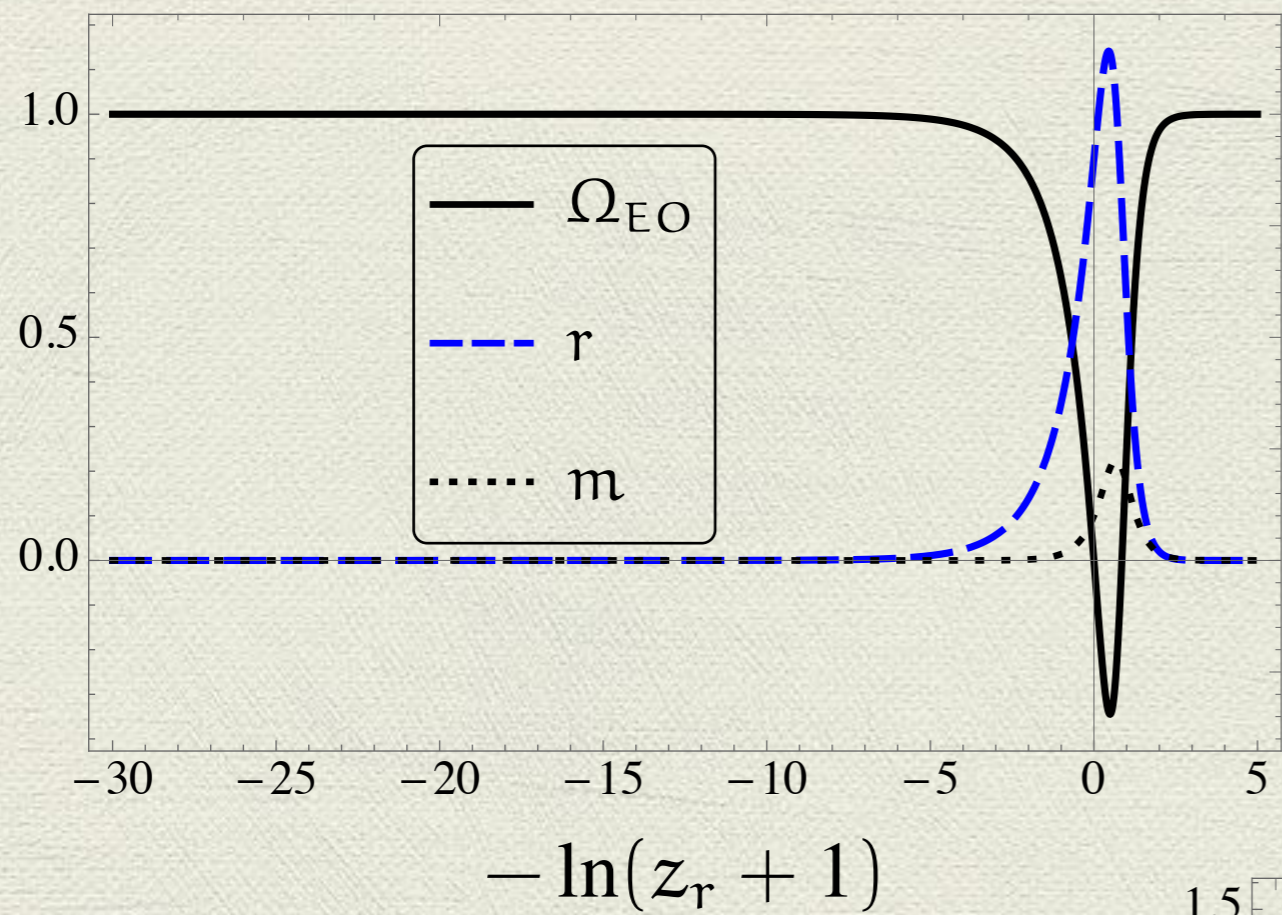


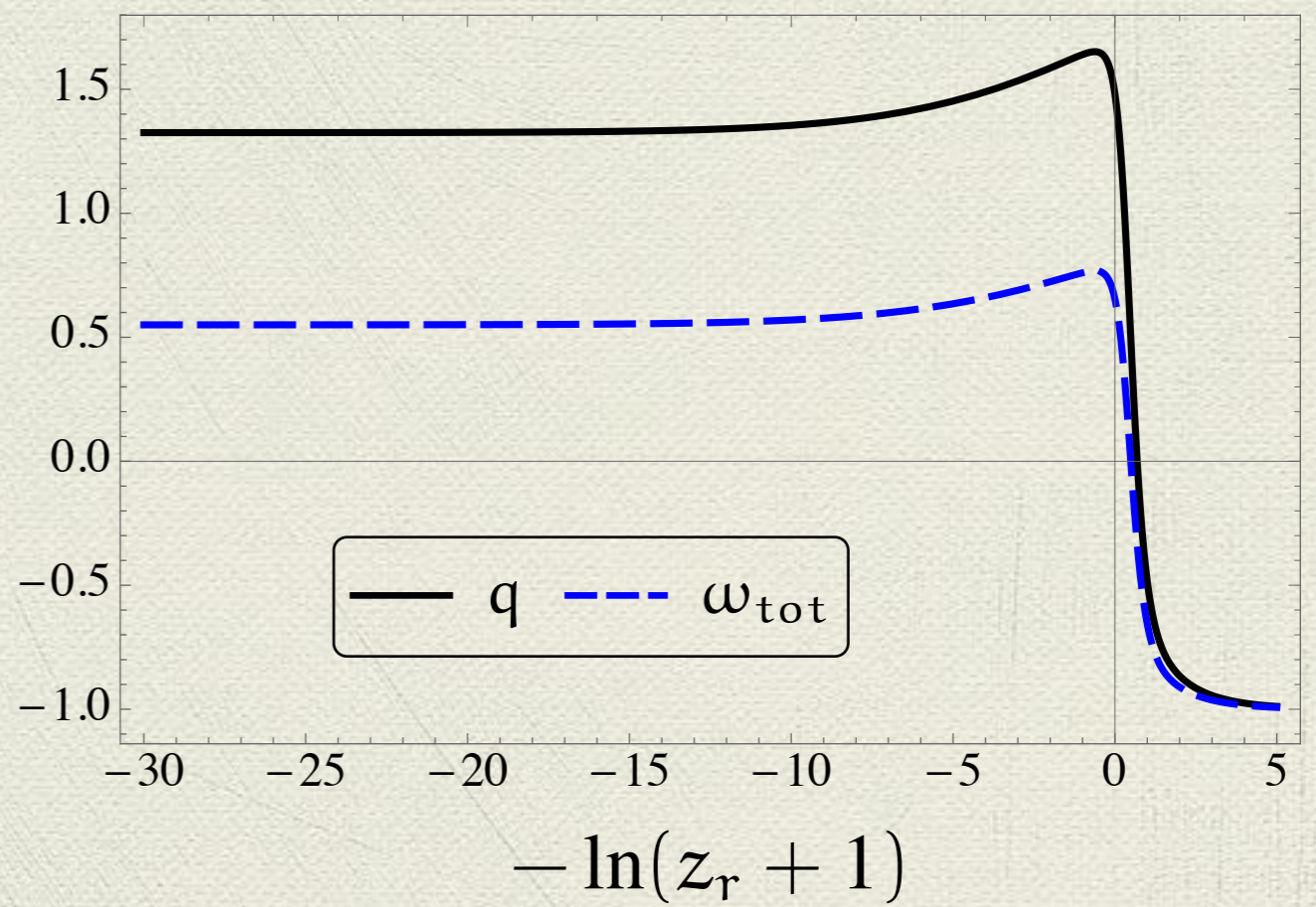
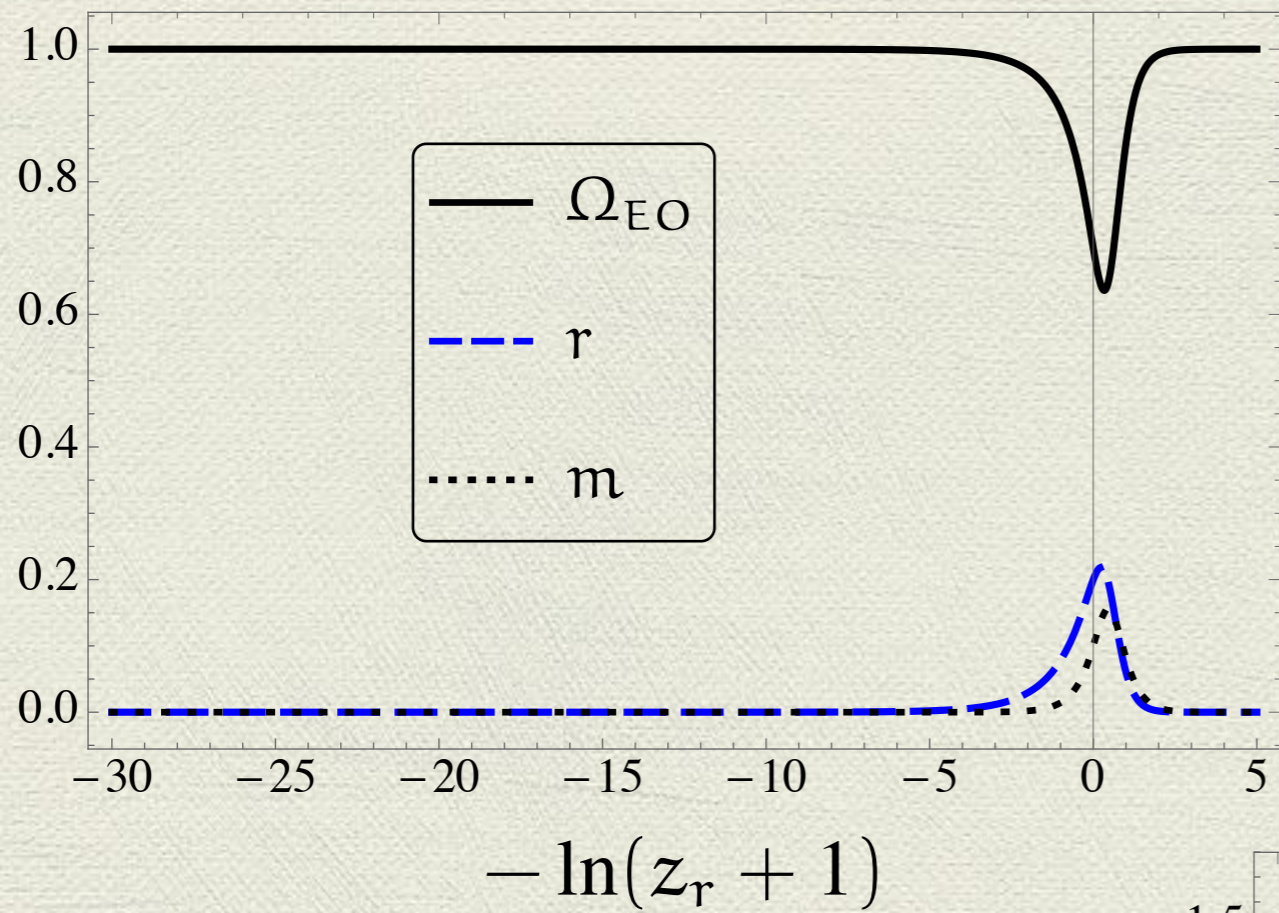
materia + radiación + $\mathcal{L}_{\frac{1}{4}}$

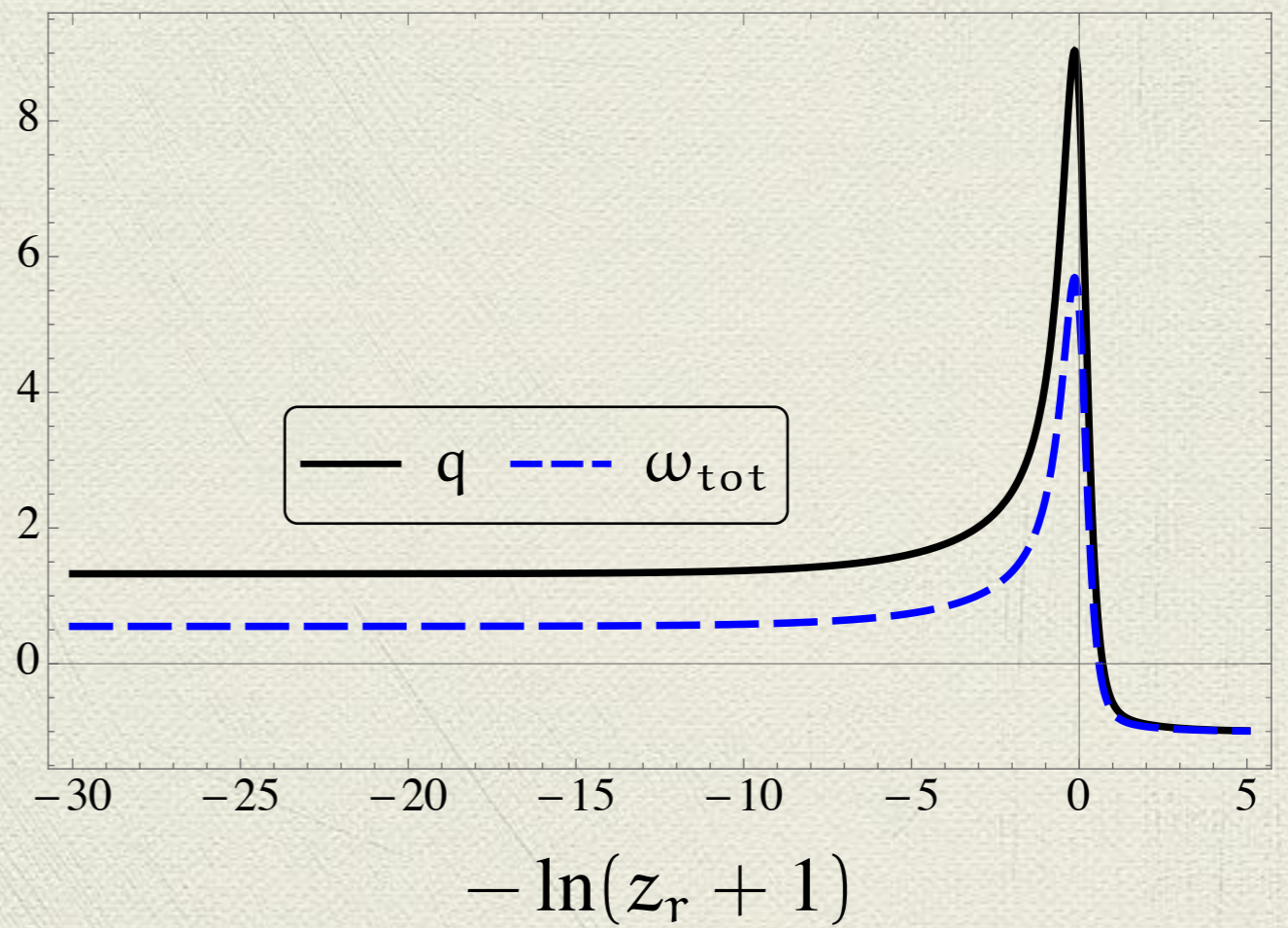
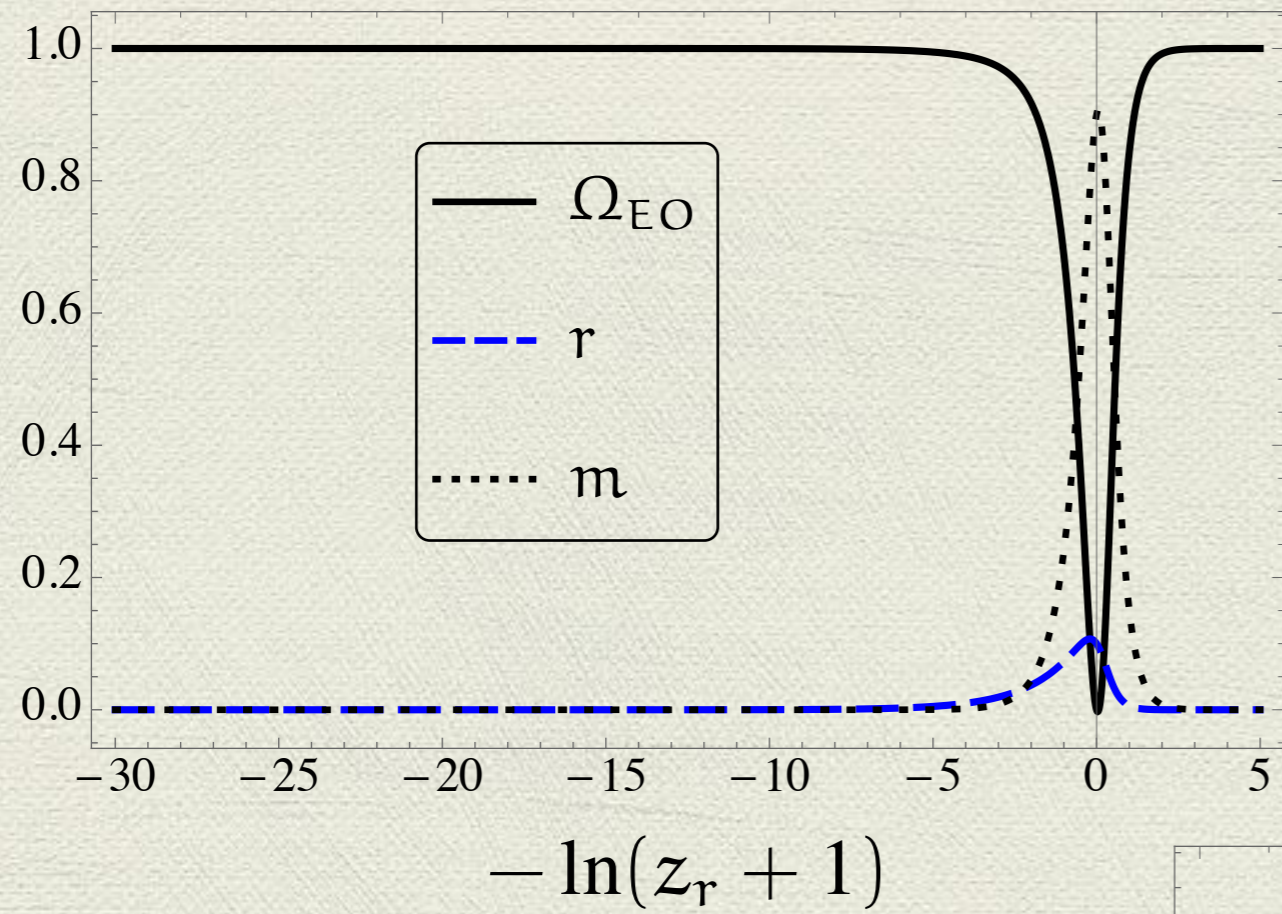
$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} [\mathcal{L}_{\text{EH}} + \mathcal{L}_{\text{YM}} + \alpha \mathcal{L}_{\frac{1}{4}} + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_r]$$

$$m = \frac{\rho_m}{3M_p^2 H^2},$$

$$r = \frac{\rho_r}{3M_p^2 H^2}.$$







Gracias