Producción cosmológica gravitacional de partículas escalares en un fondo inflacionario de tipo “rapid-turn”.

Diego Nicolás Ordóñez Peña

Modelo: inflación + producción

- Acción:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{-\frac{M_p^2}{2}R + \frac{1}{2}G_{IJ}\partial_\mu\varphi^I\partial^\mu\varphi^J - V(\varphi) + \frac{1}{2}\left[\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi - m_\psi^2\psi^2\right]\right\}$$

- Campos φ^I desarrollan la inflación y evolución E-T.

- Campo ψ espectador: Produce partículas por interacción gravitacional.

Modelo: espacio-tiempo FLRW

- Espacio-tiempo en expansión. Homogéneo, isotrópico y espacialmente plano:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)d\vec{x}^2 = a^2(\eta)[d\eta^2 - d\vec{x}^2]$$

$$\sqrt{-g} = a^3(t) = a^4(\eta)$$

- Campos inflacionarios homogéneos e isotrópicos:

$$\varphi^I = \varphi^I(t)$$

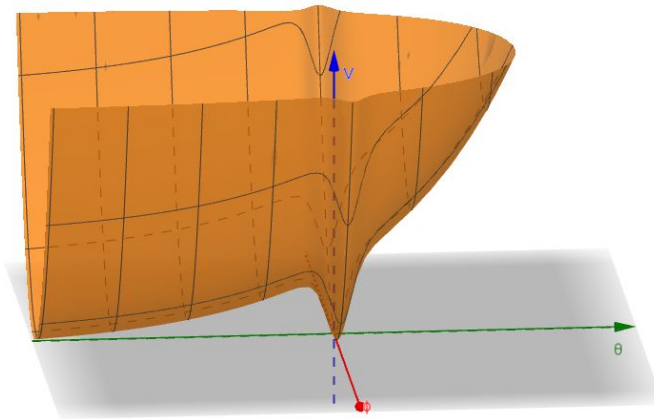
Inflación “multifield” y rapid-turn

- Para el modelo monodromo de inflación

$$S_I = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{-\frac{M_p^2}{2}R + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \phi^2\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta) - V(\phi,\theta)\right\}$$

$$V(\phi,\theta) = V_0 e^{-\alpha(\theta-\theta_0)/V_0}\tanh^2\left(\frac{\theta}{f}\right) + \frac{1}{2}m^2(\phi-\phi_0)^2$$

- Dinámica de campos polar plana.
- Violación de conservación de momento angular.



Inflación “multifield” y rapid-turn

- Ecuaciones de movimiento

$$0 = \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \phi\dot{\theta}^2 + m^2(\phi - \phi_0)$$

$$0 = \frac{d}{dt}(\phi^2\dot{\theta}) + 3H\phi^2\dot{\theta} + \partial_\theta V$$

$$3M_p^2H^2 = \frac{1}{2}(\dot{\phi}^2 + \phi^2\dot{\theta}^2) + V(\phi,\theta)$$

- Transformaciones: adimensionalización del problema:

$$t \to N: \; dN = Hdt\,, \quad \tilde{\phi} = \frac{\phi}{\gamma}\,, \quad \pi_\phi = \frac{d\tilde{\phi}}{dN}\,, \quad \pi_\theta = \tilde{\phi}^2\frac{d\theta}{dN}.$$

Inflación “multifield” y rapid-turn

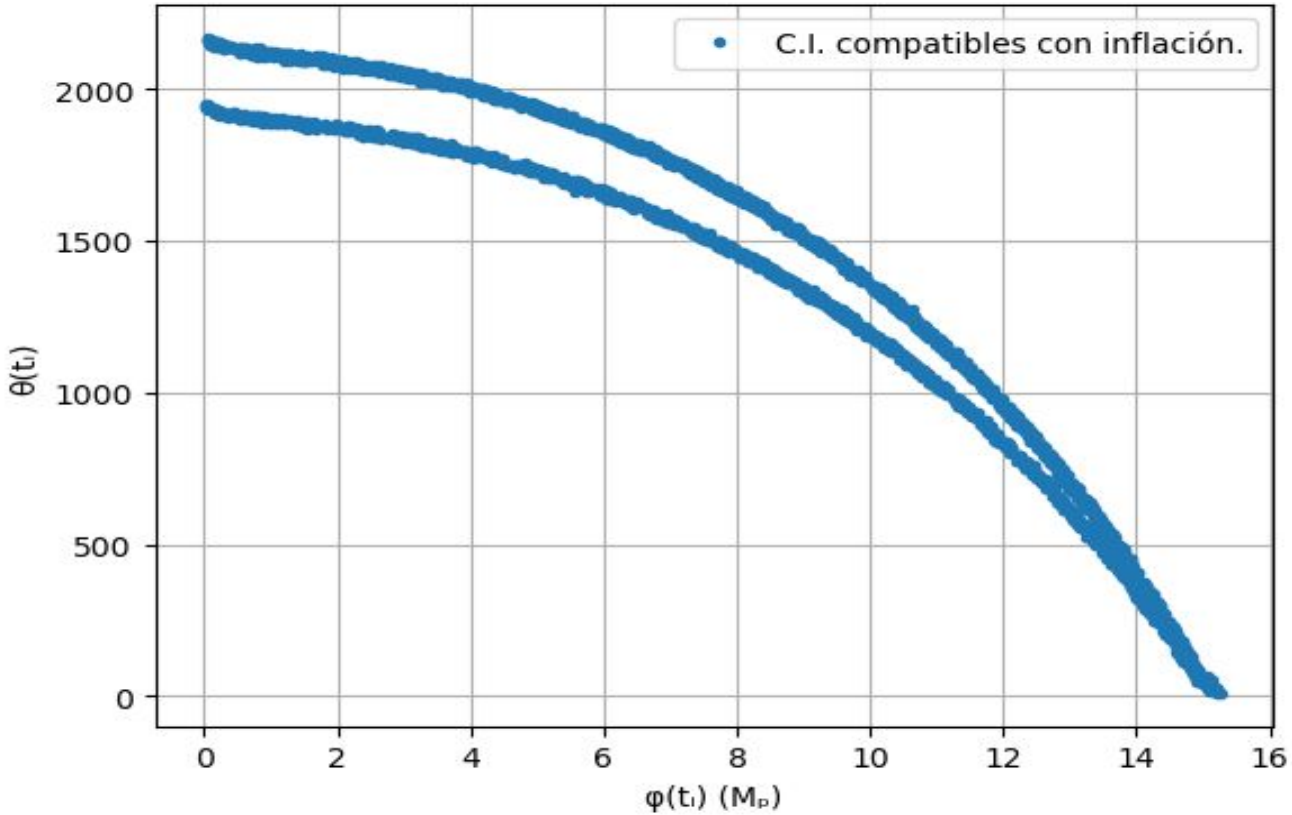
- Parámetros:

$$V_0 = 7.49 \times 10^{-10} M_{\rm Pl}^4 \ , \ \theta_i = 2000 \ , \ \alpha = -5.05 \times 10^{-13} M_{\rm Pl}^4,$$
$$f = 10 \ , \ \phi_0 = 6.80 \times 10^{-4} M_{\rm Pl} \ , \ m = 4.00 \times 10^{-4} M_{\rm Pl} \ .$$

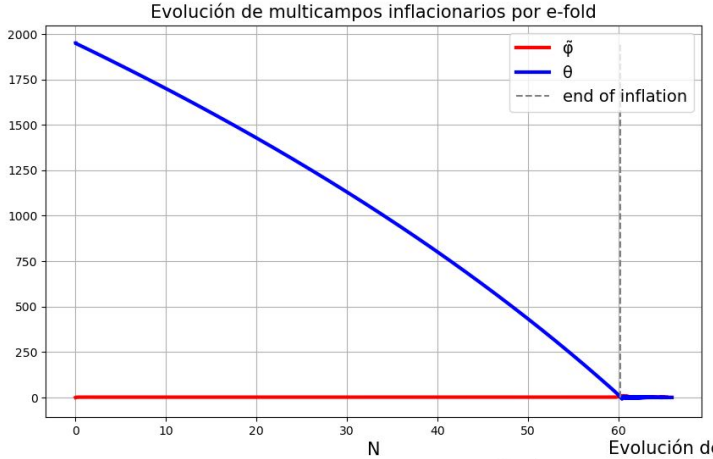
- ¿Condiciones iniciales del sistema? Asumiendo $\dot{\phi}_0 = \dot{\theta}_0 = 0$, se busca que $N_e \sim 60$.

Inflación “multifield” y rapid-turn

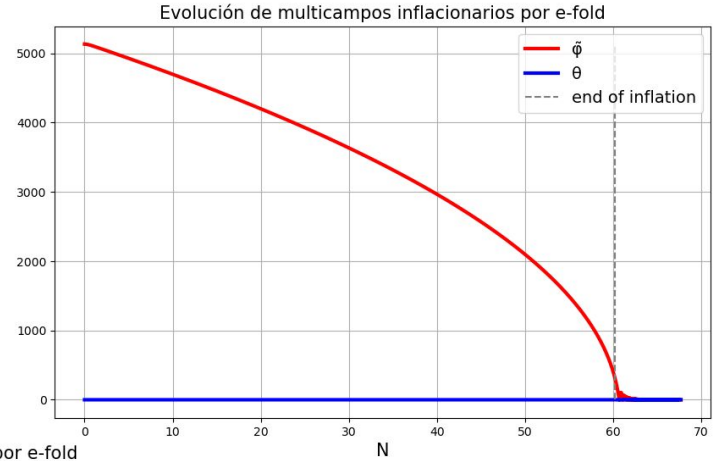
Condiciones iniciales



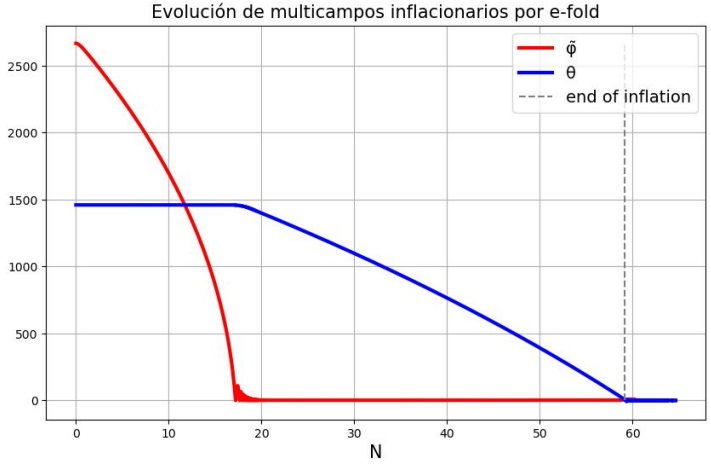
Inflación “multifield” y rapid-turn



$\phi << \theta$

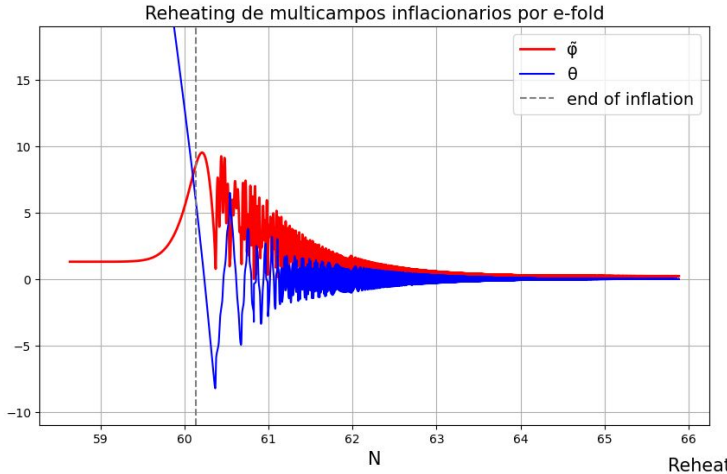


$\phi >> \theta$

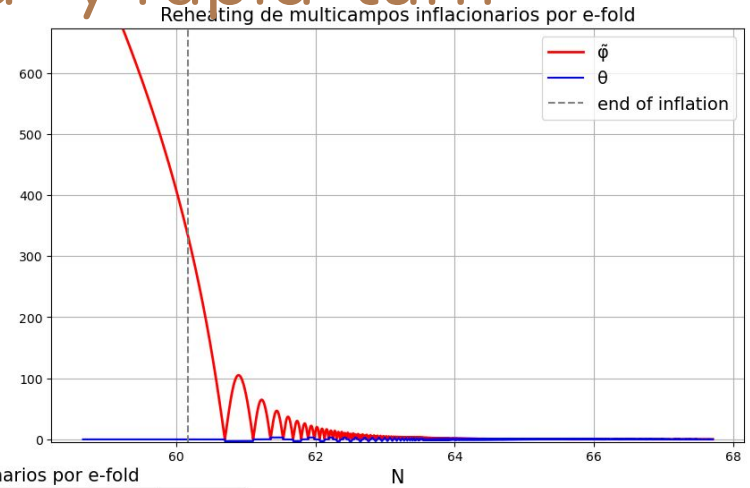


$\phi \sim \theta$

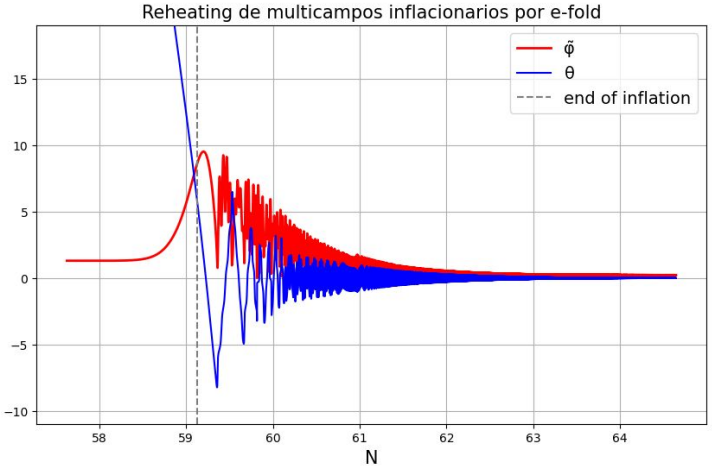
Inflación “multifield” y rapid-turn



$\phi << \theta$

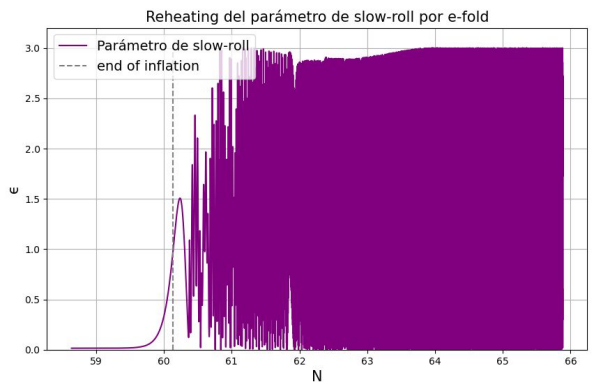


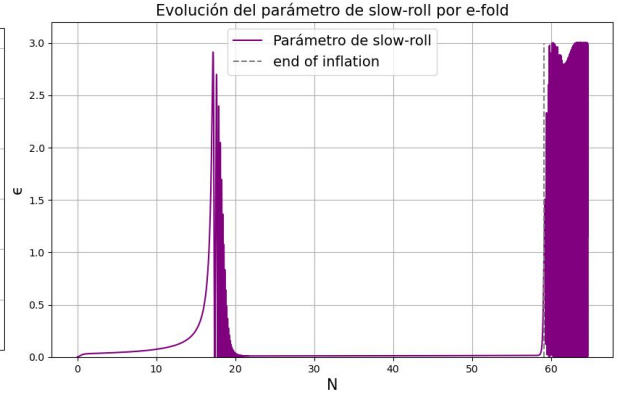
$\phi >> \theta$

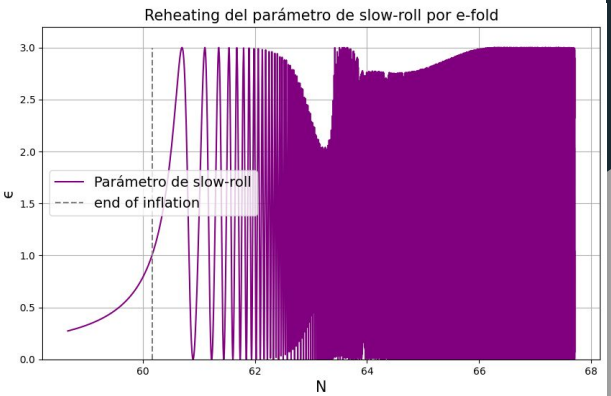


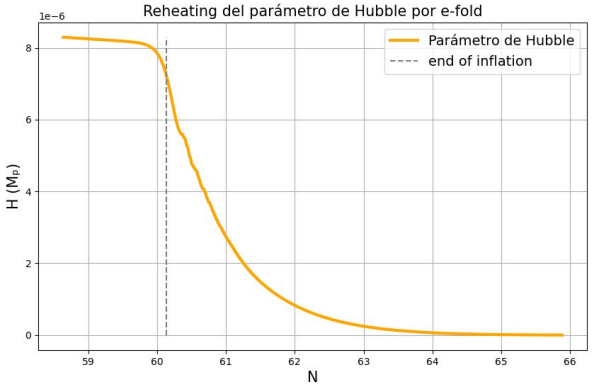
$\phi \sim \theta$

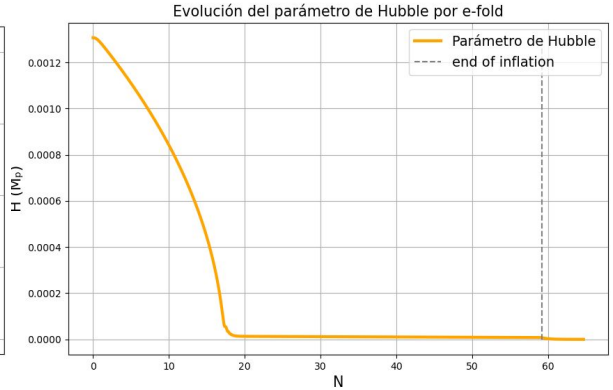
Inflación “multifield” y rapid-turn

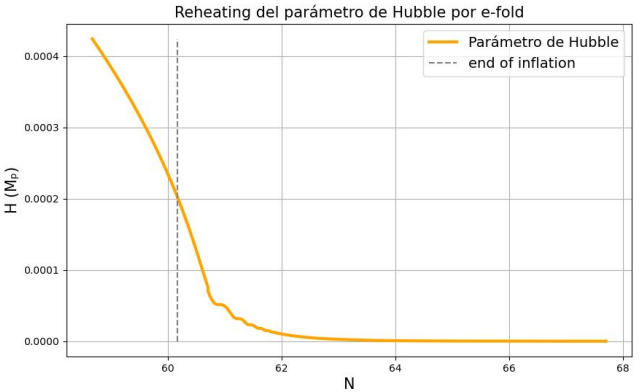












$\phi << \theta$ $\phi \sim \theta$ $\phi >> \theta$

Producción de materia: campo espectador

- Para la acción del campo espectador

$$S_s = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi - m_\psi^2\psi^2\right]$$

- Cambios de variable $t \to \eta,\ \chi = a(\eta)\psi,\ m_\psi \to m_\chi$:

$$S_s = \frac{1}{2}\int d^4x\left[\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\chi\partial_\nu\chi - m_{\text{eff}}^2(\eta)\chi^2\right],$$

$$m_{\text{eff}}^2(\eta) = a^2 m_\chi^2 - \frac{a''}{a}.$$

Producción de materia: campo espectador

- Campo cuántico: expansión en modos

$$\hat{\chi}(x^\mu) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \left[\chi_k(\eta) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \hat{a}_{\vec{k}} + \chi_k^*(\eta) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \hat{a}_{\vec{k}}^\dagger \right]$$

$$\hat{\pi}(x^\mu) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \left\{ \partial_\eta \chi_k(\eta) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \hat{a}_{\vec{k}} + \partial_\eta \chi_k^*(\eta) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \hat{a}_{\vec{k}}^\dagger \right\}$$

donde

$$\chi_k'' + \omega_k^2(\eta)\chi_k = 0, \qquad W\left\{\chi_k(\eta), \chi_k^*(\eta)\right\} = i,$$

$$\omega_k^2(\eta) = k^2 + a^2 m_\chi^2 - \frac{a''}{a}, \qquad \partial_\eta \chi_k = \pm i\omega_k(\eta)\chi_k$$

Producción de materia: campo espectador

Se propone la solución exacta para el problema

$$\chi_k(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k(\eta)}} \left\{ a_k(\eta) e^{i\int \omega_k d\eta} + b_k(\eta) e^{-i\int \omega_k d\eta} \right\}$$

donde

$$\partial_\eta a_k = \frac{1}{2} A_k \omega_k b_k e^{2i\int \omega_k d\eta}$$

$$\partial_\eta b_k = \frac{1}{2} A_k \omega_k a_k e^{-2i\int \omega_k d\eta}$$

$$1 = |a_k(\eta)|^2 - |b_k(\eta)|^2$$

Parámetro adiabático:

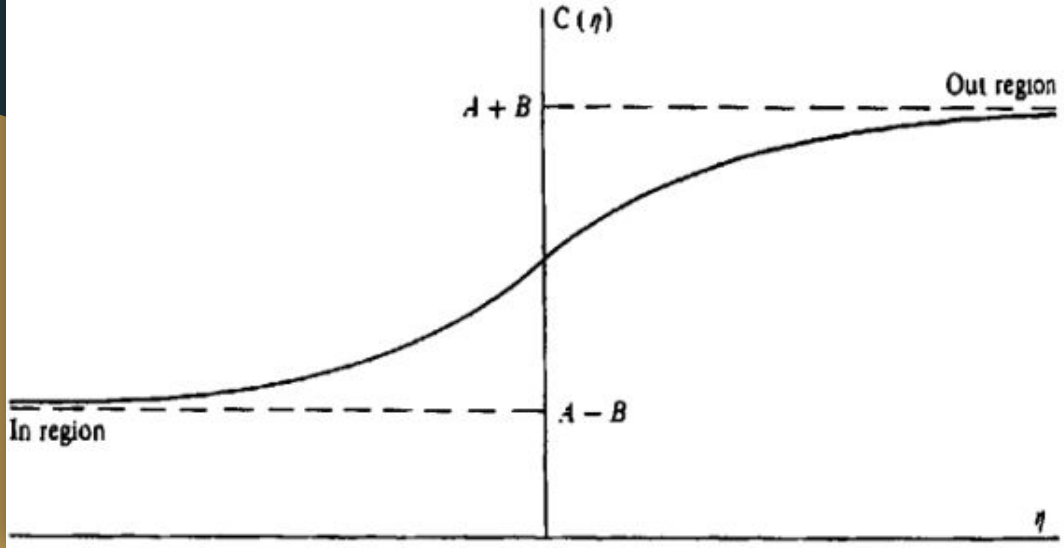
$$|A_k(\eta)| = \left| \frac{\partial_\eta \omega_k}{\omega_k^2} \right|$$

Producción de materia: campo espectador

Representaciones no equivalentes: modos asintóticos y vacío adiabático

$$\chi_k^{in}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k(\eta)}} \left\{ a_k^{in}(\eta) e^{i\int \omega d\eta} + b_k^{in}(\eta) e^{-i\int \omega d\eta} \right\},$$

$$\chi_k^{out}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k(\eta)}} \left\{ a_k^{out}(\eta) e^{i\int \omega d\eta} + b_k^{out}(\eta) e^{-i\int \omega d\eta} \right\}.$$



$$\chi_k^{in}(\eta) \neq \chi_k^{out}(\eta)$$

Condición de vacío adiabático en regiones asintóticas:

$$|A_k(\eta)| << 1$$

Producción de materia: campo espectador

- Representaciones no equivalentes: Transformaciones de Bogoliubov

$$\chi_k^{in(\eta)} = \alpha_k \chi_k^{out}(\eta) + \beta_k \chi_k^{out*}(\eta)$$

- Finalmente:

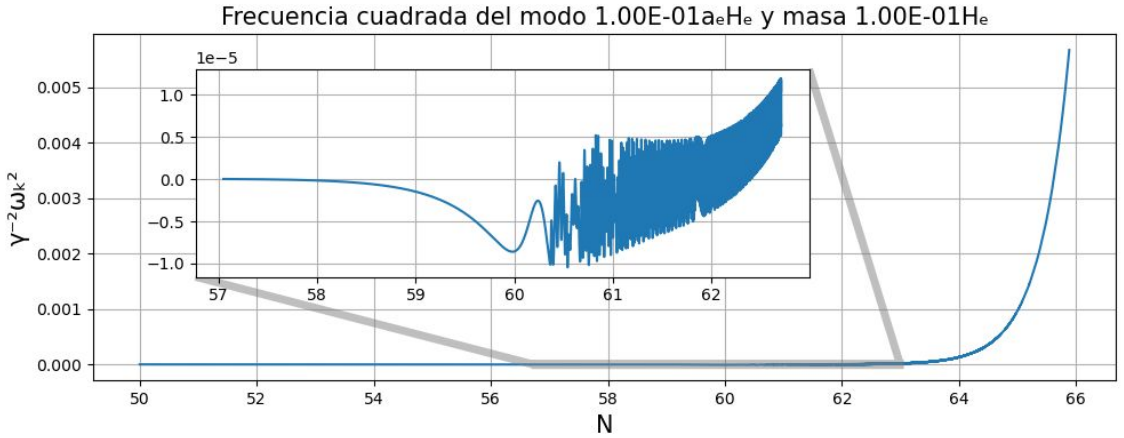
$$\beta_k = \lim_{\eta \to \infty} b_k^{in}(\eta),$$

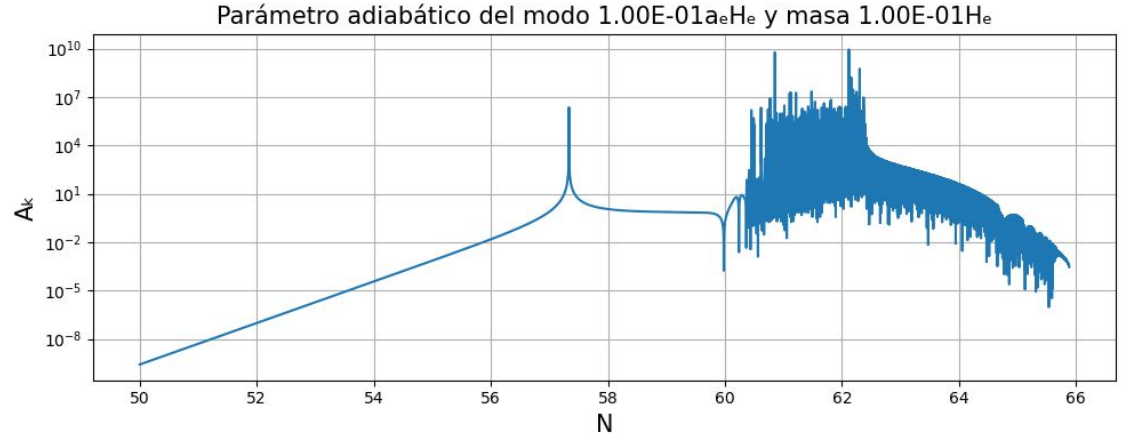
$$\Rightarrow |\beta_k|^2 = \lim_{\eta \to \infty} \left\{ \frac{1}{2\omega_k} |\partial_\eta \chi_k^{in}|^2 + \frac{\omega_k}{2} |\chi_k^{in}|^2 - \frac{1}{2} \right\}$$

- El espectro de producción de partículas es

$$n_k = \frac{k^3}{2\pi^2} |\beta_k|^2$$

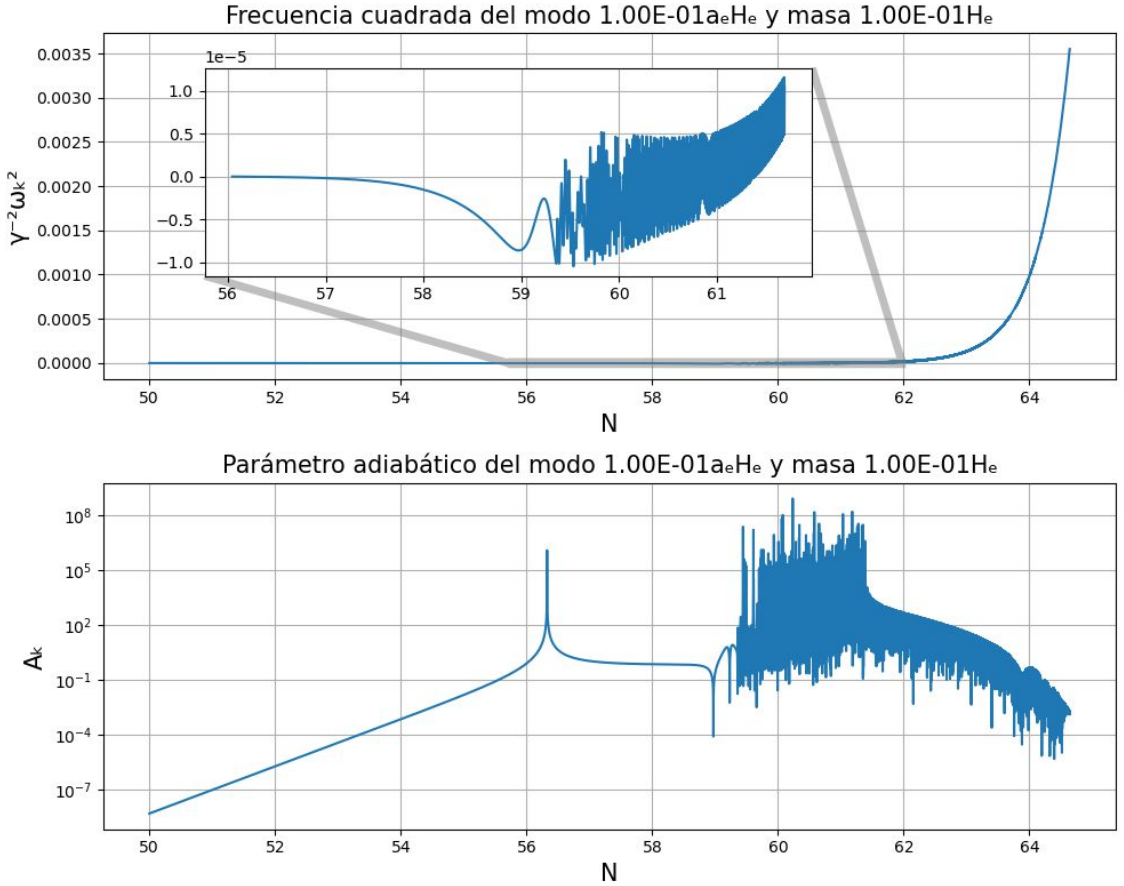
Producción de materia: campo espectador





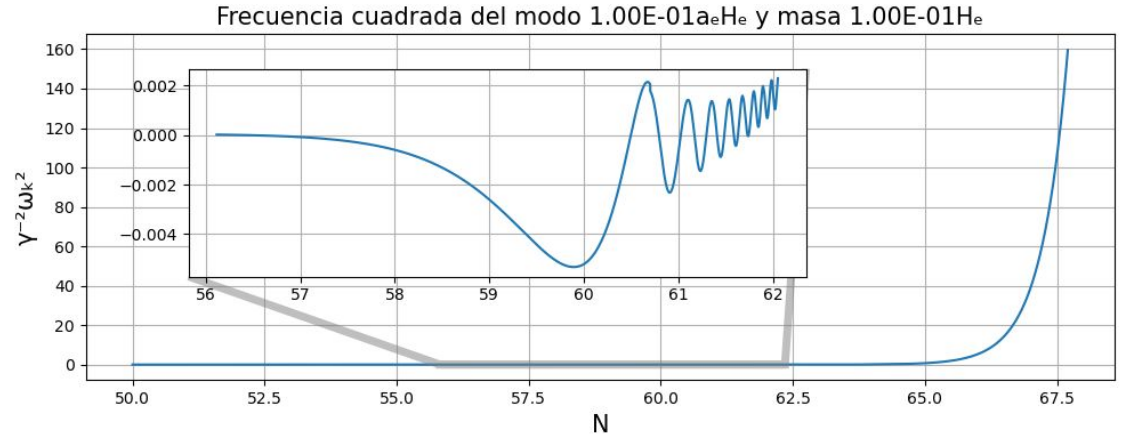
$\phi << \theta$

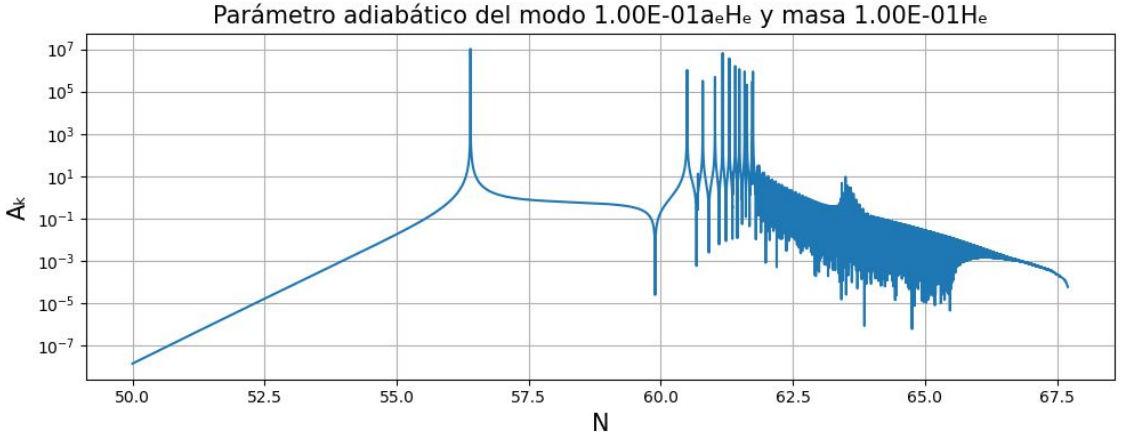
Producción de materia: campo espectador



$\phi \sim \theta$

Producción de materia: campo espectador





$\phi >> \theta$

Conclusiones

- Las condiciones iniciales pueden generar sistemas que varían continuamente entre ‘‘rapid-turn’’ y ‘‘single-field’’

- Es posible calcular densidades de producción de partículas a partir de soluciones numéricas, siempre y cuando estas sean bien comportadas en límites asintóticos.

- La producción depende de la evolución del espacio tiempo, y por ende, se puede estudiar sus variaciones con respecto a parámetros del modelo inflacionario.

Trabajo en proceso

- Integración de los modos del campo espectador.
- Cálculo del coeficiente de Bogoliubov y la densidad de producción de partículas por modo. ¿Es bien comportado?
- Obtención del espectro y densidad reliquia de producción de partículas del campo espectador. ¿Influencia de la masa del campo?¿Candidato a materia oscura?
- Soluciones semianalíticas. ¿Cómo se comporta en promedio el sistema?

Referencias

- Birrell, N. D., & Davies, P. C. W. (1984). *Quantum fields in curved space*. Cambridge University Press.
- Mukhanov, V., & Winitzki, S. (2007). Introduction to quantum effects in gravity. In *Cambridge University Press eBooks*. https://doi.org/10.1017/cbo9780511809149
- Chakraborty, A., Clery, S., Haque, M. R., Maity, D., & Mambrini, Y. (2025, March 27). *Generalizing the Bogoliubov vs Boltzmann approaches in gravitational production*. arXiv.org. https://arxiv.org/abs/2503.21877
- Kolb, E. W., Long, A. J., McDonough, E., & Payeur, G. (2023). Completely dark matter from rapid-turn multifield inflation. *Journal of High Energy Physics*, *2023*(2). https://doi.org/10.1007/jhep02(2023)181

GRACIAS POR SU ATENCIÓN