Restricciones del espacio de fase en una clase general de cosmologías viscosas tipo Eckart

David Ricardo Moreno[1] Yeinzon Rodríguez García[1`2] J. Bayron Orjuela Quintana[3]

[1] Universidad Industrial de Santander, [2] Universidad Antonio Nariño, [3] Universidad del Valle

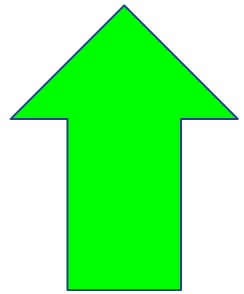
Índice

- Cosmologías viscosas
- Resultados

- Conclusiones
- Aportes

Modelos viscosos

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (p+\rho)u^{\mu}u^{\nu} + \Pi h^{\mu\nu}$$



$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + \Pi) = 0$$

Modelos viscosos

$$\Pi = -3H\xi$$

$$\xi > 0 \qquad\qquad \Pi \leq 0$$

$$\xi = \frac{\hat{\xi}_0}{8\pi G} H\Omega_m^s$$

Análisis de sistemas dinámicos

- Radiación
- Materia
- Expansión acelerada

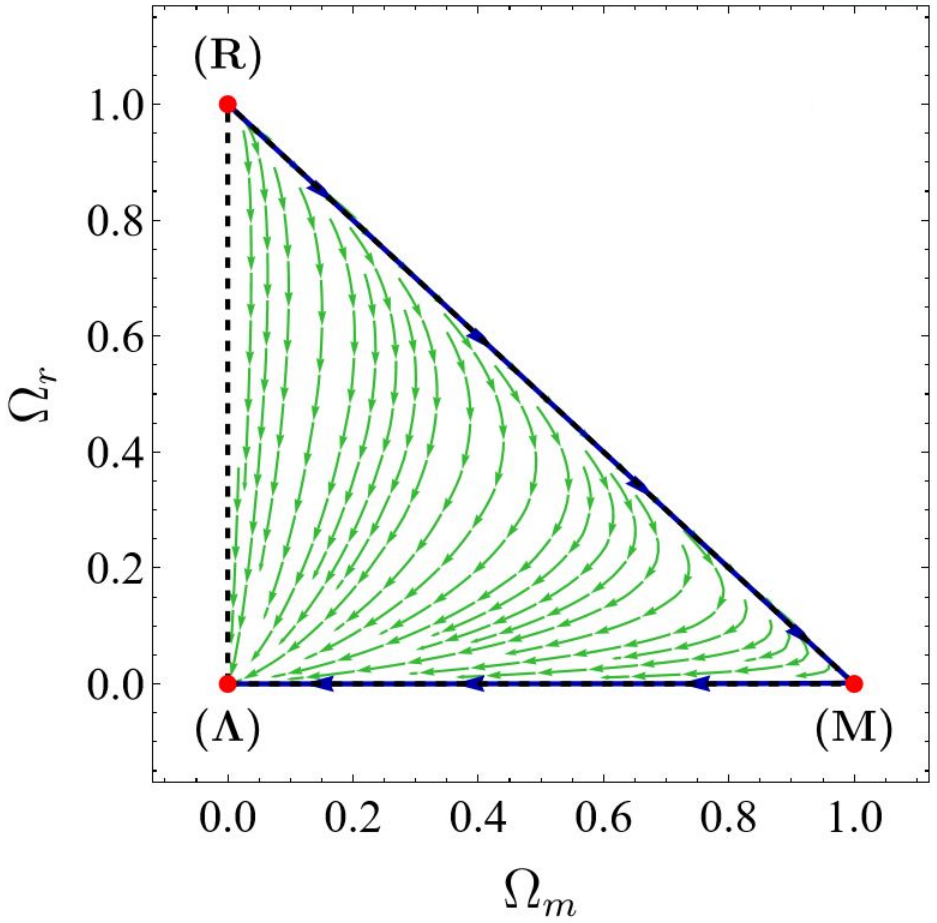


Fig 2. Espacio de fase característico de ΛCDM.

1. Sistema dinamico ✓
2. Evaluar las condiciones de estabilidad ✓
3. Implementar en CLASS ✗
4. MCMC para contrastar con datos ✗

Implementar un análisis sin ninguna parametrización específica

Sistema autónomo general

$$\Omega_r = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_r, \quad \Omega_m = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_m, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$$

$$\Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$$

Variable de presión adimensional

$$\Omega_\Pi = \frac{8\pi G}{3H^2}\Pi$$

$$\Omega_\Pi(\Omega_m)$$

Puntos fijos del sistema

Punto de radiación

$$(\mathrm{R2}) : \Omega_m = 3\Omega_\Pi, \Omega_r = 1 - 3\Omega_\Pi$$

- Ecuación de estado tipo radiación
- ~~Presión viscosa positiva~~

Puntos fijos del sistema

Punto de materia

$$\Omega_m = 1, \quad \Omega_r = 0 \qquad w_{eff} = \Omega_\Pi$$

Punto de Sitter

$$\Omega_\Lambda = 1, \quad \Omega_\Pi = 0 \qquad w_{eff} = -1$$

Puntos fijos del sistema

Punto de materia viscosa

$$\Omega_m = -\Omega_\Pi, \qquad \Omega_r = 0$$

$$w_{eff} = -1$$

Estabilidad de los puntos fijos

$$J_{ij} \equiv \frac{\partial f_i}{\partial \Omega_j}$$

$$\det(J) = \lambda_1 \lambda_2$$

Estabilidad punto de radiación

$$\det(J)|_{(\mathrm{R2})} = 4\Omega_r \left(1 - 3\frac{\mathrm{d}\Omega_\Pi}{\mathrm{d}\Omega_m}\right)$$

$$\left|\frac{d\Omega_\Pi}{d\Omega_m}\right|_{(\mathrm{R2})} < \frac{1}{3}$$

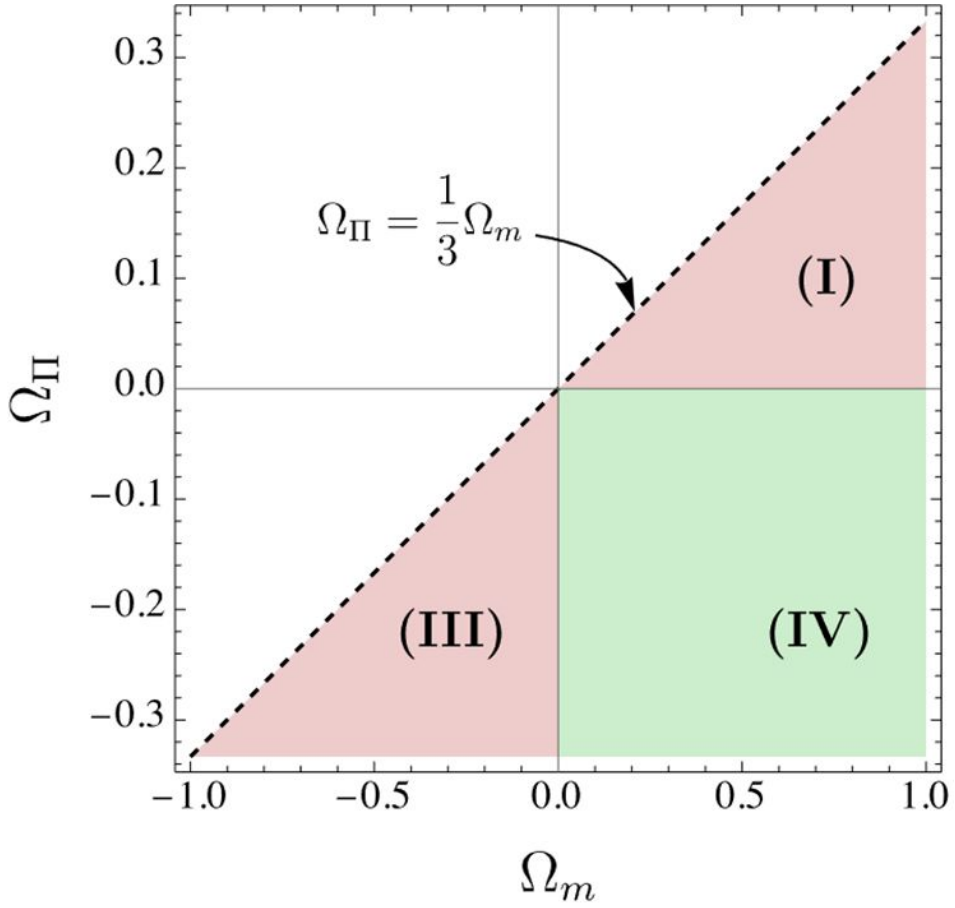


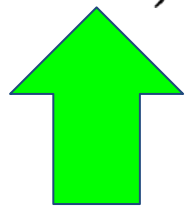
Fig 3. La línea punteada negra es la condición de equilibrio para que el punto de radiación sea un repelente

$$(R): \quad \Omega_r = 1, \Omega_\Pi = 0$$

Condiciones de estabilidad general

Punto de materia

$$\lambda_1 = -1 + 3\Omega_\Pi, \lambda_2 = 3(1 + \Omega_\Pi)$$



$$\Omega_\Pi \ll 1/3$$

Punto de materia viscosa

$$\lambda_1 = -4, \lambda_2 = 0$$

Punto de Sitter

$$\lambda_1 = -4, \lambda_2 = -3$$

Aplicación a una parametrización concreta

Viscosidad

$$\xi = \frac{\hat{\xi}_0}{8\pi G} H \Omega_m^s$$

Presión viscosa

$$\Omega_\Pi = -\hat{\xi}_0 \Omega_m^s$$

Punto de radiación y de Sitter

$$(\mathrm{R2}) \quad \Omega_m + 3\hat{\xi}_0 \Omega_m^s = 0$$

$$(\mathrm{R}) : \Omega_r = 1, \Omega_\Pi = 0$$

$$w_{\mathrm{eff}} = 1/3$$

$$\Omega_\Lambda = 1, \Omega_\Pi = 0$$

$$w_{eff} = -1$$

Puntos de materia

Materia

$$\Omega_m = 1, \Omega_r = 0$$

$$w_{eff} = -\hat{\xi}_0$$

Materia viscosa

$$\Omega_m = (\hat{\xi}_0)^{1/(1-s)}$$

$$w_{eff} = -1$$

Autovalores

Radiación

$$\lambda_1 = 4$$

$$\lambda_2 = 1 + 3s\hat{\xi}_0\Omega_m^{s-1}$$

$$s \geq 1$$

Materia

$$\lambda_1 = -(1 + 3\hat{\xi}_0)$$

$$\lambda_2 = 3(1 - \hat{\xi}_0)$$

$$\hat{\xi}_0 < 1$$

Autovalores

Materia viscosa

$$\det(J) = 12(1-s)(1-\Omega_m)$$

$$s < 1, \quad \Omega_m < 1$$

de Sitter

$$\lambda_1 = -4$$

$$\lambda_2 = -3 + 3s\hat{\xi}_0\Omega_m^{s-1}$$

$$s \geq 1$$

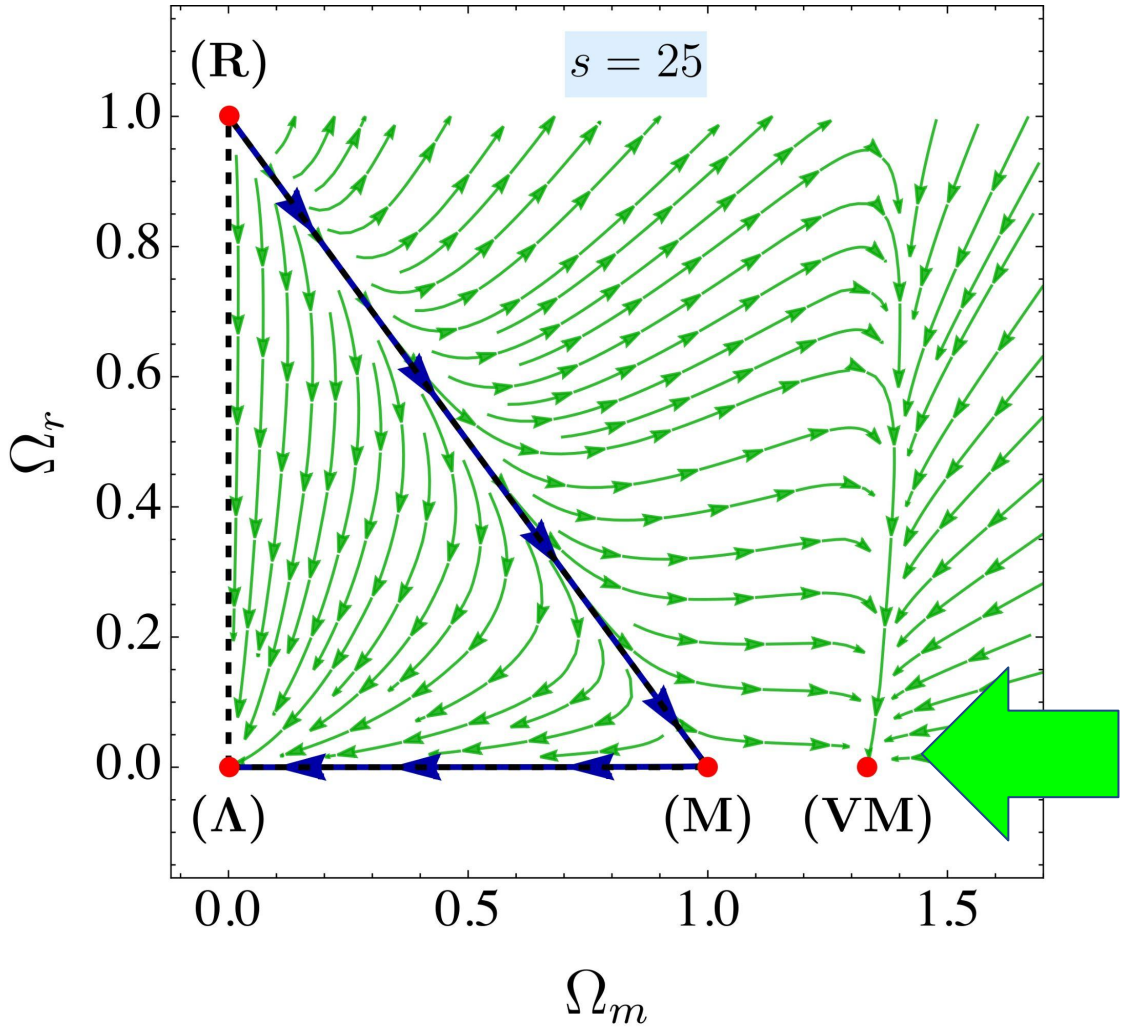


Fig 4. Espacio de fase con $s = 25$ y $\hat{\xi}_0 = 10^{-3}$.

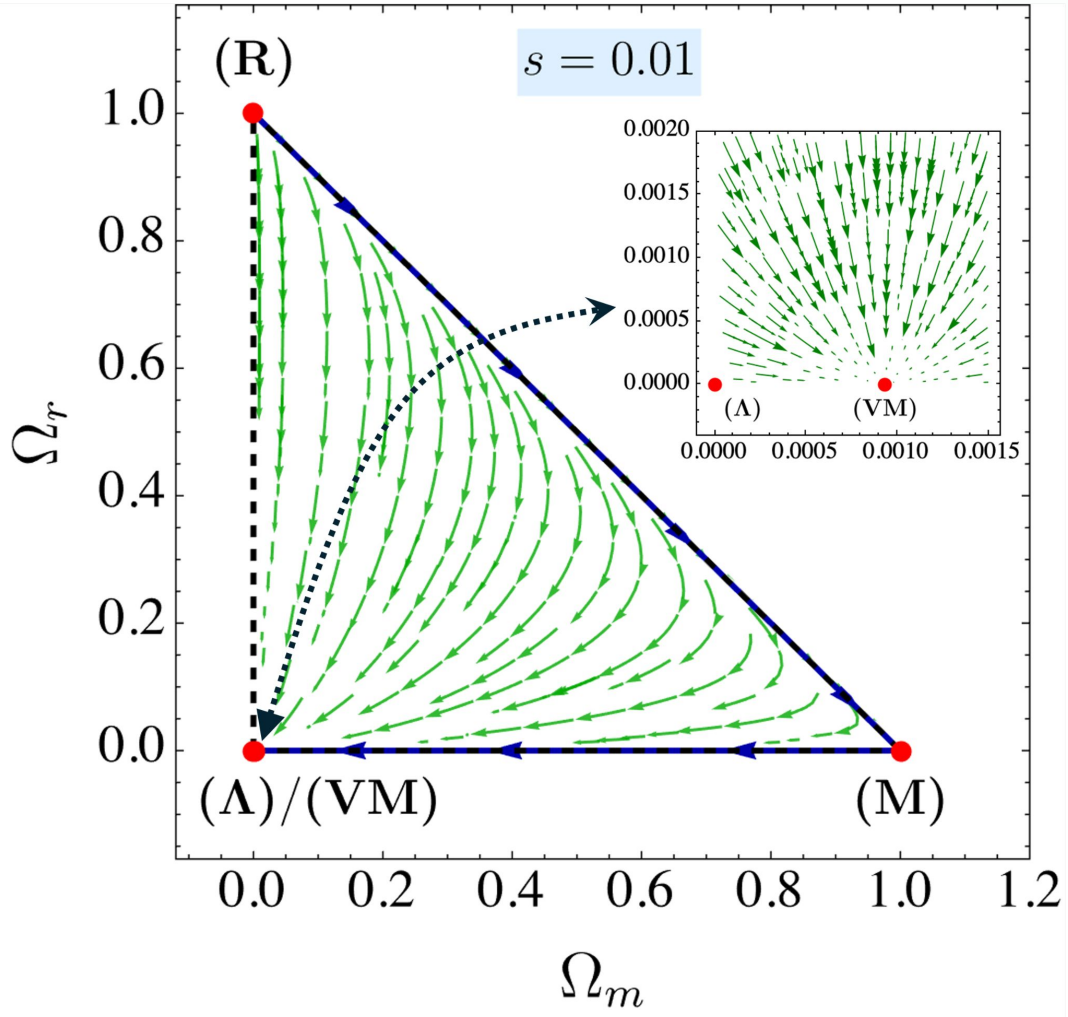


Fig 5. Espacio de fase con $s = 0.01$ y $\hat{\xi}_0 = 10^{-3}$.

Indistinguibilidad de fondo

$$\Omega_{r,i} \approx 1, \quad \Omega_{m,i} \approx 6.87 \times 10^{-6}, \quad \Omega_{\Lambda,i} \approx 1.4 \times 10^{-31}$$

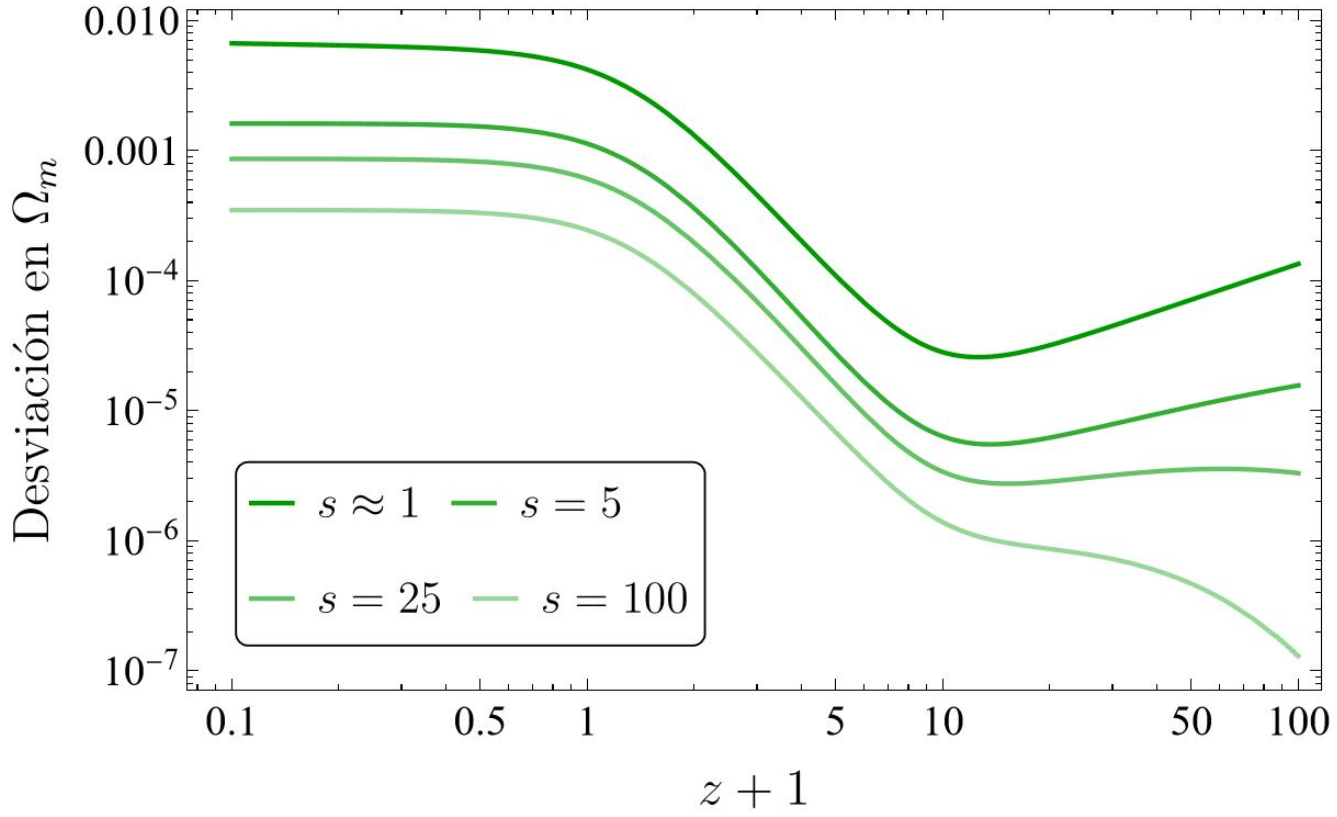


Fig 7. Desviación porcentual entre el modelo viscoso y ΛCDM para la evolución de Ω_m.

Límite de integración

$$\Omega'_m \approx \Omega_m + 3\hat{\xi}_0\Omega_m^s \longrightarrow \Omega'_m \approx 3\hat{\xi}_0\Omega_m^s$$

$$\Omega_m^{1-s} = (\Omega_{m,i}^{1-s} + 3\hat{\xi}_0)e^{(1-s)(N-N_i)} - 3\hat{\xi}_0.$$

$$N_{\rm crash} = N_i - \frac{1}{1-s}\ln\left(1 + \frac{\Omega_{m,i}^{1-s}}{3\hat{\xi}_0}\right)$$

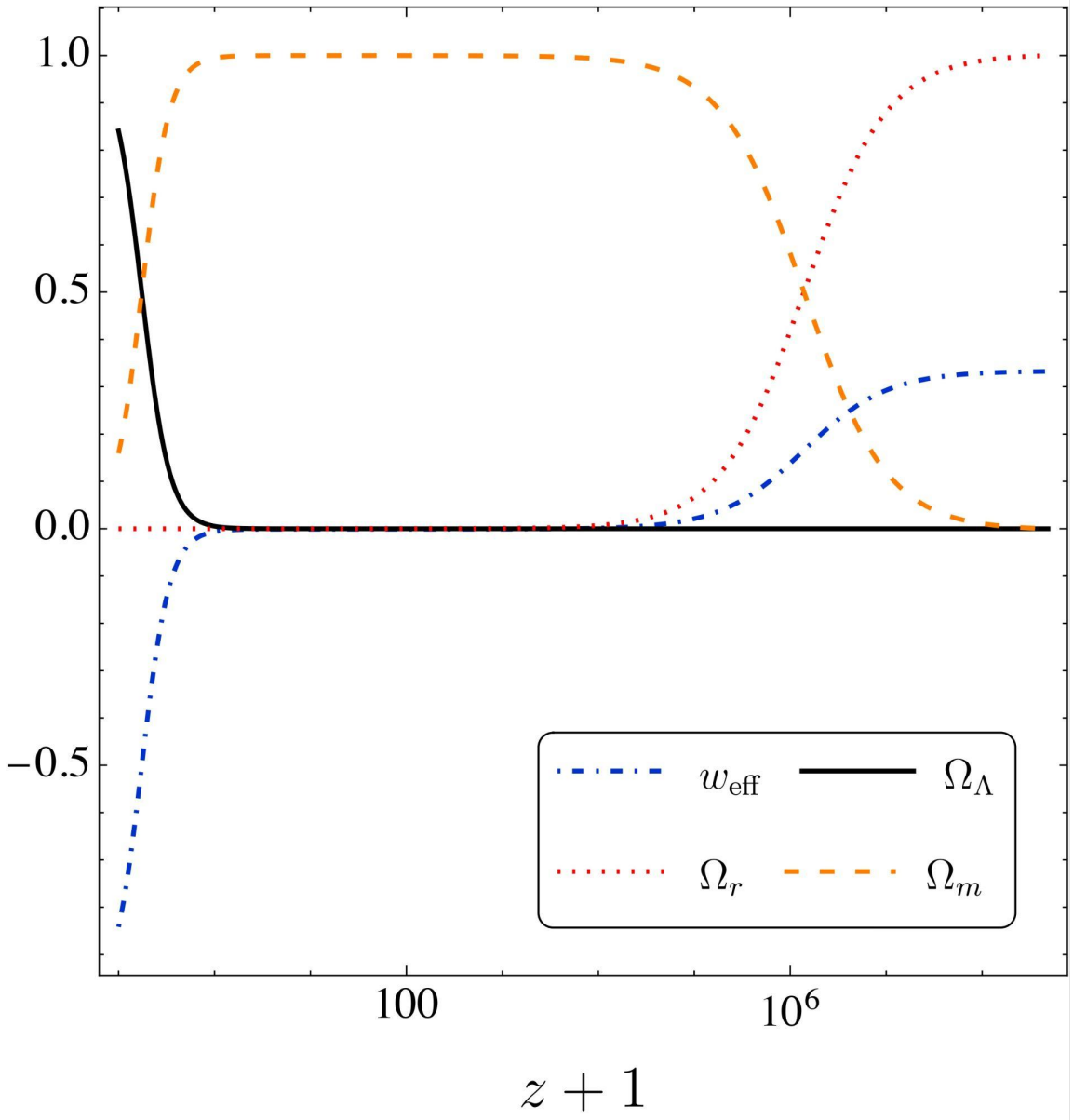


Fig 10. Integración de los parametro de densidad, con $s = 0.01$ y $\hat{\xi}_0 = 10^{-3}$.

Conclusiones

- Se hallaron restricciones en el espacio de fase que sugieren un efecto subdominante de la viscosidad en la evolución.
- El modelo tipo Eckart probado es indistinguible en el background a ΛCDM.
- Existen límites numéricos que imposibilitan su implementación computacional y contrastación con el CMB.
- No constituyen una alternativa para la solución la tensión de Hubble.

Aportes

- Se realizó un análisis general para teorías tipo Eckart, que establece restricciones no halladas con anterioridad.
- Se llenó un vacío en la literatura sobre el comportamiento de estos modelos en el universo temprano.
- Se reportaron nuevos límites numéricos que prueban que estos modelos no pueden ser contrastados con datos observacionales.

Aportes

arXiv

General Relativity and Quantum Cosmology

[Submitted on 26 Oct 2026]

Phase-Space Constraints on a General Class of Eckart-like Viscous Cosmologies

David R. Moreno (1), J. Bayron Orjuela-Quintana (2), Yeinzon Rodriguez (1,3) ((1) Universidad Industrial de Santander, (2) Universidad del Valle, (3) Universidad Antonio Narino)

We study the cosmological dynamics of a general class of viscous dark matter models using a dynamical system analysis. In the Eckart formalism, these viscous cosmologies are characterized by a dimensionless bulk viscous pressure $\Omega_\Pi \equiv \Omega_\Pi(\Omega_m)$, where Ω_m is the matter density parameter. Our analysis demonstrates that a viable early radiation era requires the complete absence of viscosity, a proper matter-dominated epoch demands a small viscous pressure, and the only physically admissible late-time attractor is the cosmological constant-dominated fixed point; consequently, the background expansion must closely track standard ΛCDM evolution. We validate these general results using the power-law parameterization $\Omega_\Pi = -\hat{\xi}_0 \Omega_m^s$, where $\hat{\xi}_0$ and s are real parameters; for $s \geq 1$ and $\hat{\xi}_0 \ll 1$, the model reproduces the ΛCDM background, while for $s < 1$ the system encounters a past-time integration boundary where the dark matter density transitions into negative values and its viscous pressure evaluates to nonphysical complex numbers. Since the background expansion essentially duplicates ΛCDM, the model is unlikely to resolve the H_0 tension. However, large differences arise at the linear perturbative level; indeed, on sub-horizon scales, bulk viscosity causes a scale-dependent dissipative drag on the matter density fluctuations; this increases the Hubble friction, offering a channel to suppress structure growth.

Anexos

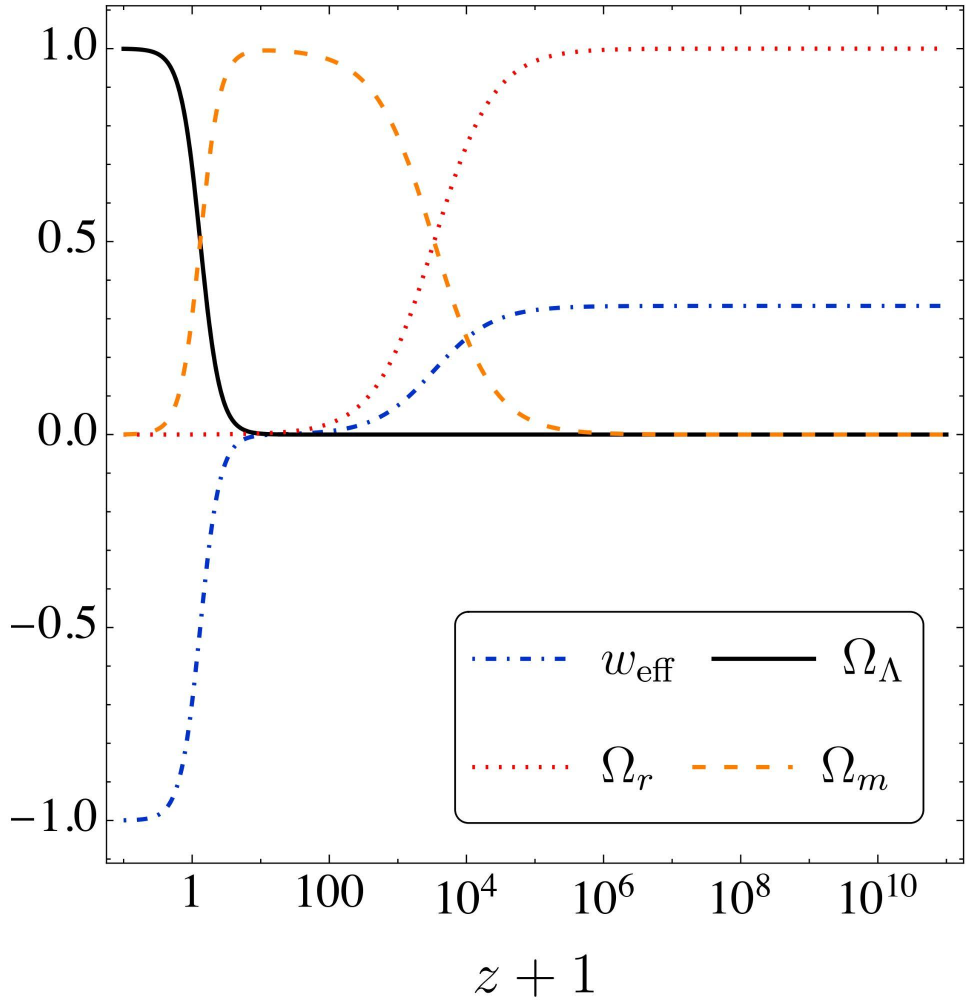
Ecuaciones de evolución sin parametrización

$$\Omega_r' = 2\Omega_r(q-1)$$

$$\Omega_m' = (2q-1)\Omega_m - 3\Omega_\Pi$$

Anexos

Fig 12. Integración numérica del primer modelo con $s = 1.2$ y $\hat{\xi}_0 = 10^{-3}$



Anexos

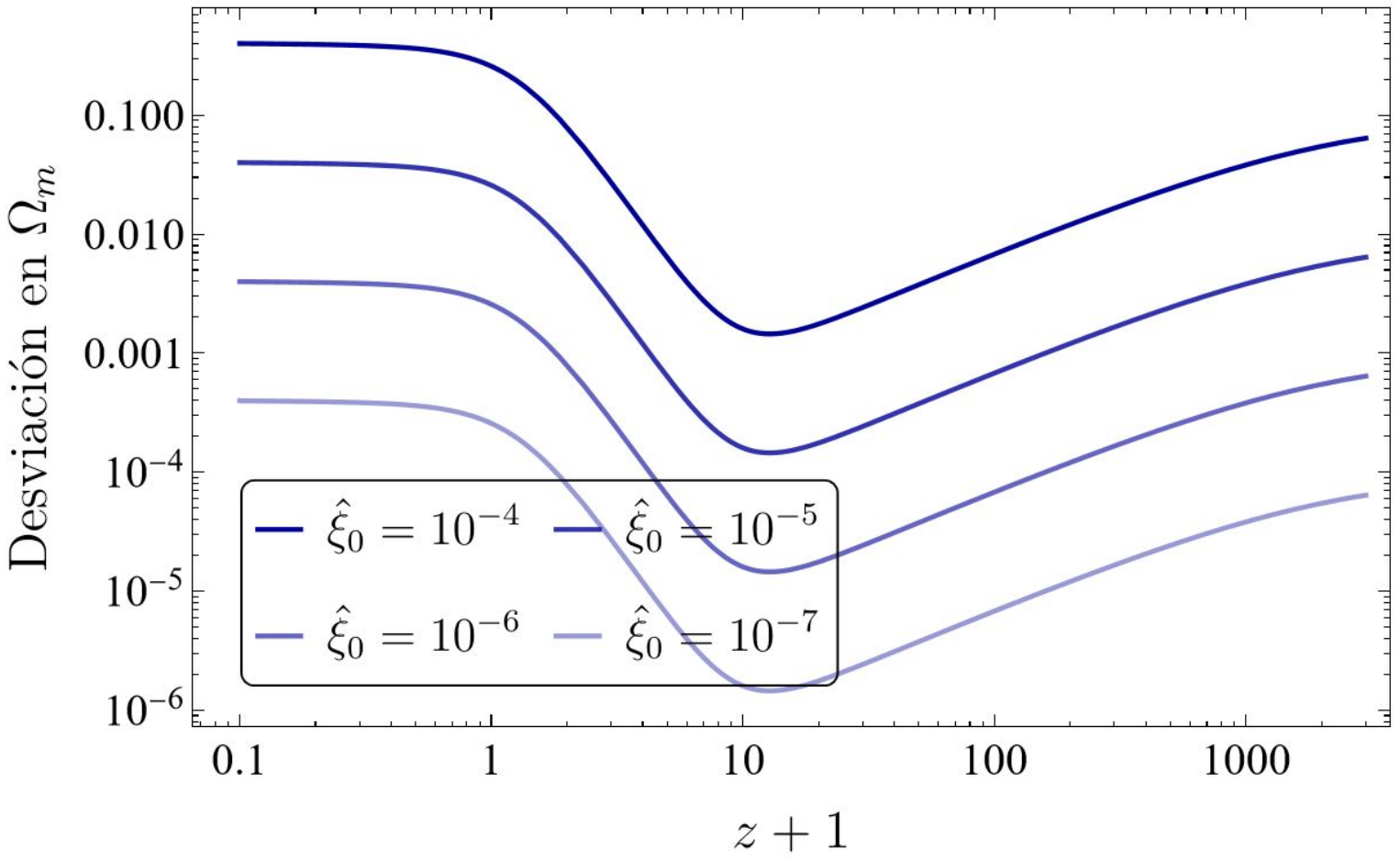


Fig 13. Desviación porcentual entre el primer modelo viscoso y ΛCDM para la evolución de Ω_m, según el valor de $\hat{\xi}_0$.

Anexos

$$\Pi + \tau_{\rm r}\,\dot{\Pi} = -3H\xi$$

$$\frac{d\Omega_\Pi}{dN} = \Omega_\Pi\left[2(q+1) - \frac{1}{H\tau_{\rm r}}\right] - \frac{8\pi G_{\rm N}}{H\tau_{\rm r}}\left(\frac{\xi}{H}\right)$$

Anexos

$$\frac{d\Omega_{\Pi}}{dN} = 0$$

$$\frac{\Pi}{3H\xi} = \frac{1}{2(q+1)H\tau_{\mathrm{r}} - 1}$$

$$H\tau_r \ll 1$$