

加速器現象論やCLFVに 関わる精密計算

清裕一郎, 順天堂大学医学部

Workshop on Muon LFV and Beyond, 2026.08.07, 東京大学理学部化学館

YK, M. Takeuchi, Y. Uesaka, and M. Yamanaka,

- Charged lepton flavor violation associated with heavy quark production

in deep inelastic lepton-nucleon scattering via scalar exchange, JHEP04(2022)044,

- Probing scalar-mediator quark coupling via CLFV lepton-nucleon scattering,

PLB871(2025), 140022

加速器現象論やCLFVに 関わる精密計算

清裕一郎, 順天堂大学医学部

Workshop on Muon LFV and Beyond, 2026.08.07, 東京大学理学部化学館

YK, M. Takeuchi, Y. Uesaka, and M. Yamanaka,

- Charged lepton flavor violation associated with heavy quark production

in deep inelastic lepton-nucleon scattering via scalar exchange, JHEP04(2022)044,

- Probing scalar-mediator quark coupling via CLFV lepton-nucleon scattering,

PLB871(2025), 140022

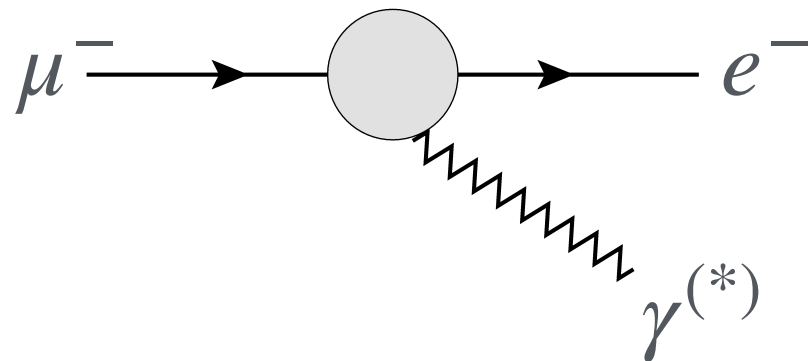
コンテンツ

- DISでCLFVをスタディする動機
- CLFVを媒介するスカラー粒子
- DIS : $e^-N \rightarrow \tau X$ の終状態運動量分布
- ヘビークォークPDF (ACOTスキーム)
- $eg \rightarrow \tau g$ における相互作用と質量の測定

動機：コライダーでCLFVスタディー

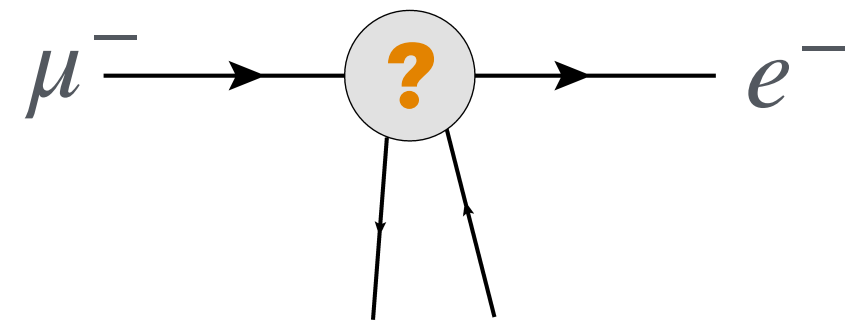
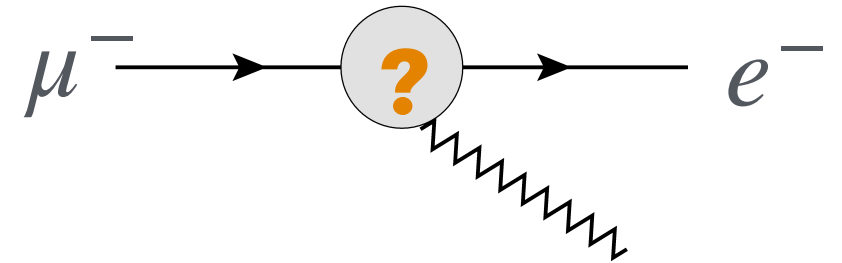
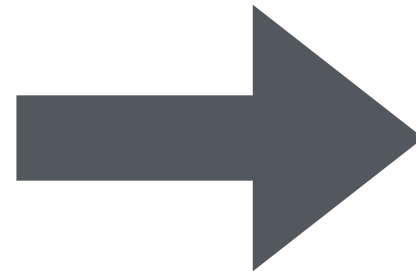
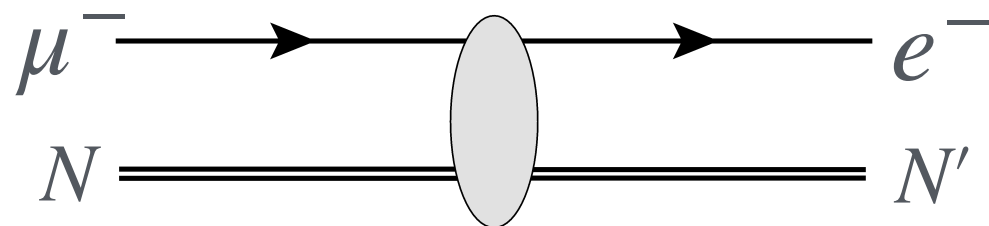
ファクトリー実験による新物理の探索

Radiative decay: $\mu \rightarrow e\gamma^{(*)}$



Muon-electron conversion:

$$\mu^- N \rightarrow e^- N$$



📌 隠された相互作用が知りたい

📌 CLFV媒介粒子の正体は？

CLFV DISの先行研究: Kanemura-Kuno-Kuze-Ota (2005), Takeuchi-Uesaka-Yamanaka(2017)

動機：コライダー実験ならば、発見だけでなく媒介粒子の質量や相互作用を調べることができるだろう。

スカラー粒子が媒介するCLFV

CLFV媒介粒子として質量 m_ϕ の (擬)スカラー粒子を考える

$$\mathcal{L}_\phi = - \sum_{ij} \left(\rho_{ij}^\phi \bar{\ell}_j P_L \ell_i \phi + \text{h.c.} \right) - \sum_q \rho_{qq}^\phi \bar{q} \Gamma^\phi q \phi$$

CLFVの相互作用

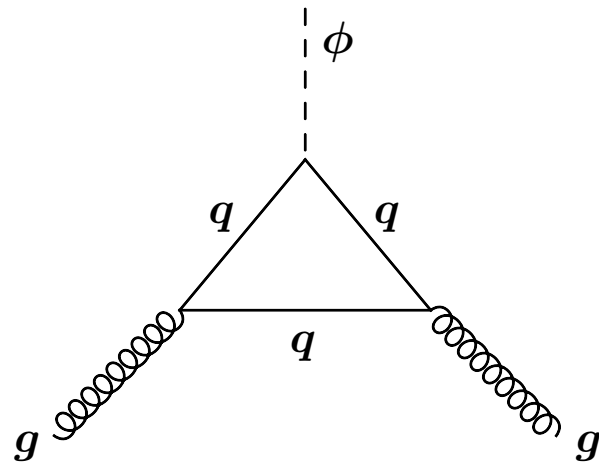
クォークに関してはdiagonal
 $\Gamma^\phi = I, \gamma_5$

$\rho_{\mu e}^\phi, \rho_{\tau e}^\phi$ などの非対角項から生じCLFVを調べる。簡単化のためにクォークセクターはダイアゴナルを仮定する。粒子は全て質量固有状態で書かれている。

モデルを突き詰めて解析すれば、より正確なステイトメント(結論)が得られるが、一般性を失う傾向にあると思う。またmodel independentな解析をしようとするれば、4F相互作用のように高いスケールを仮定しがちで、それもある意味バイアスがあるように感じる。

ループ相互作用

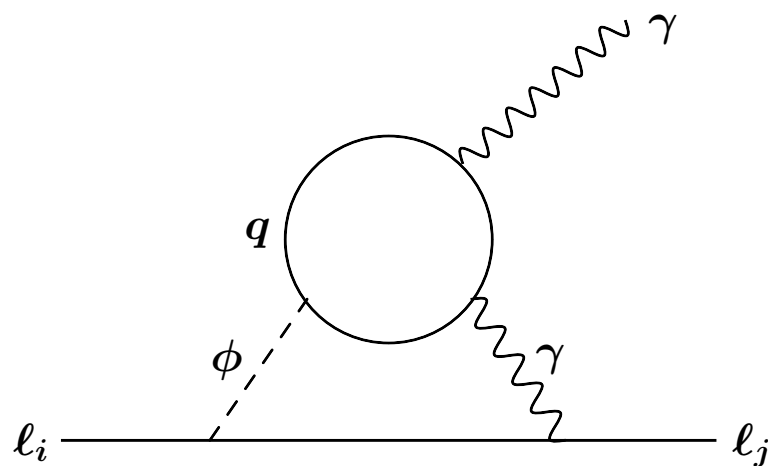
CLFV (擬)スカラーを導入し、考えているプロセスに寄与しそうなループダイアグラムも考慮することにする



フェルミオン・ループによる
グルーオンとの3点結合

$$\mathcal{L}_{\phi gg} = g_{\phi gg} \phi G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$$

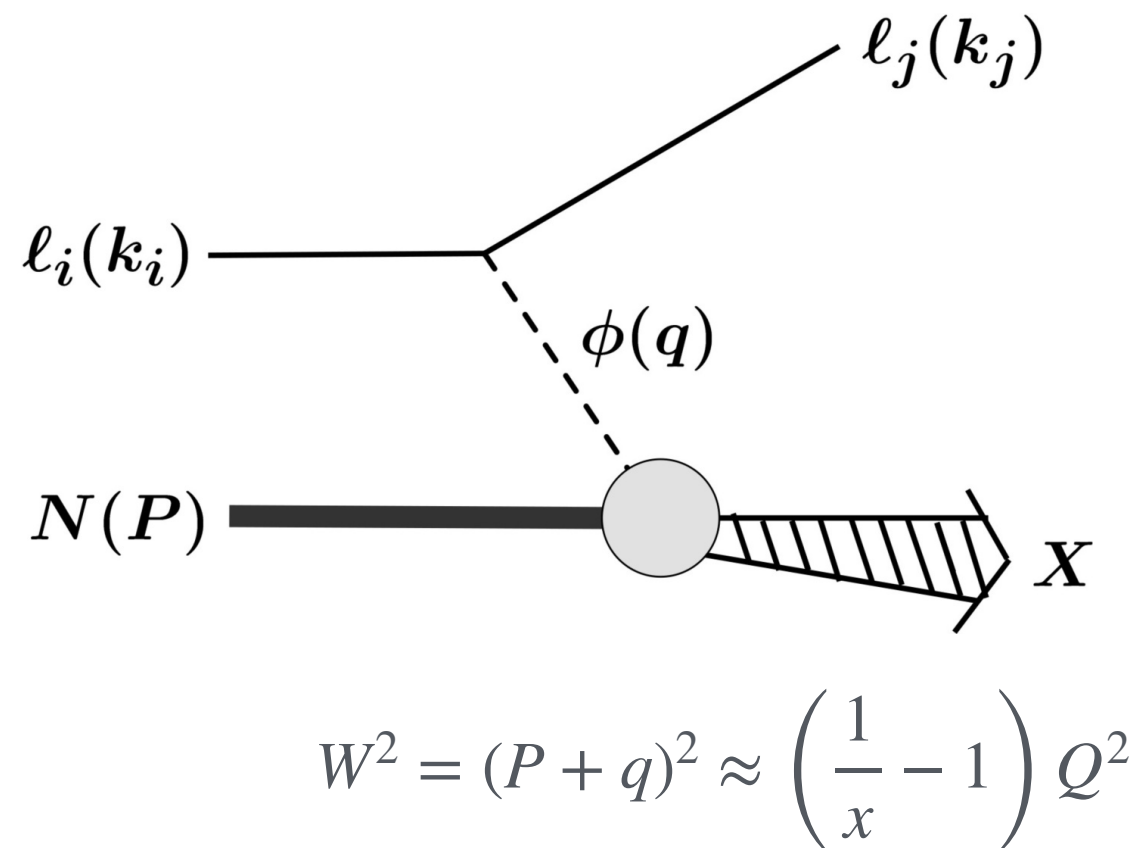
(擬スカラーの場合： $\phi_S \longrightarrow \phi_P, G^{a\mu\nu} \longrightarrow \widetilde{G}^{a\mu\nu}$)



Barr-Zee ダイアグラム
のダイポール相互作用

$$\mathcal{L}_D = -\frac{1}{v} \sum_{ij} \left(D_{ij} \bar{\ell}_j \sigma_{\mu\nu} P_L \ell_i + \text{h.c.} \right) F^{\mu\nu}$$

CLFV Deep Inelastic Scattering

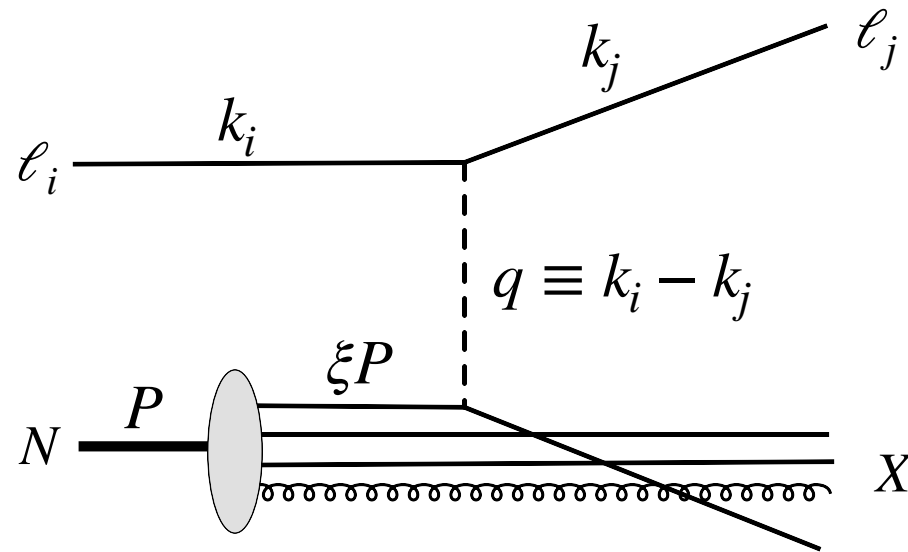


Independent kinematical variables

$$\left\{ \begin{array}{l} s = (P + k_i)^2 \\ Q^2 = -(k_i - k_j)^2 \\ x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \end{array} \right.$$

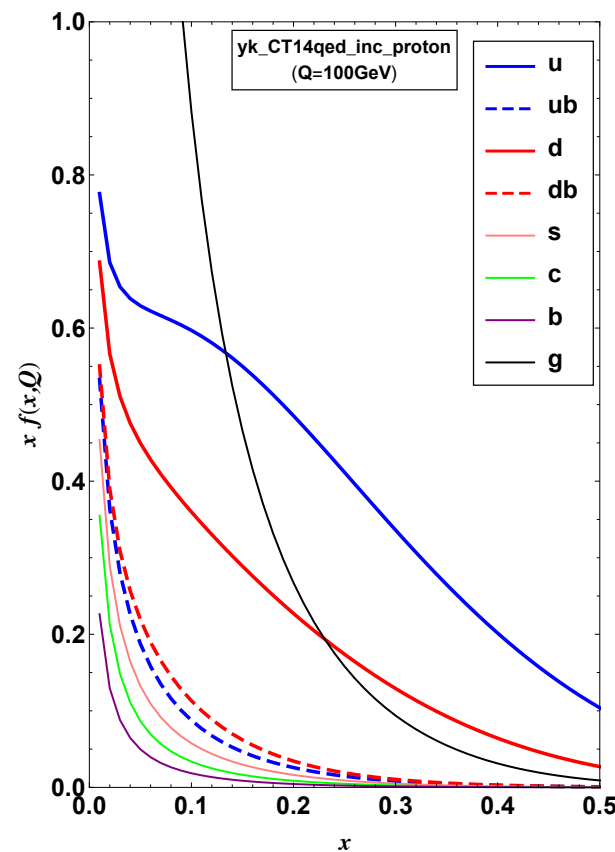
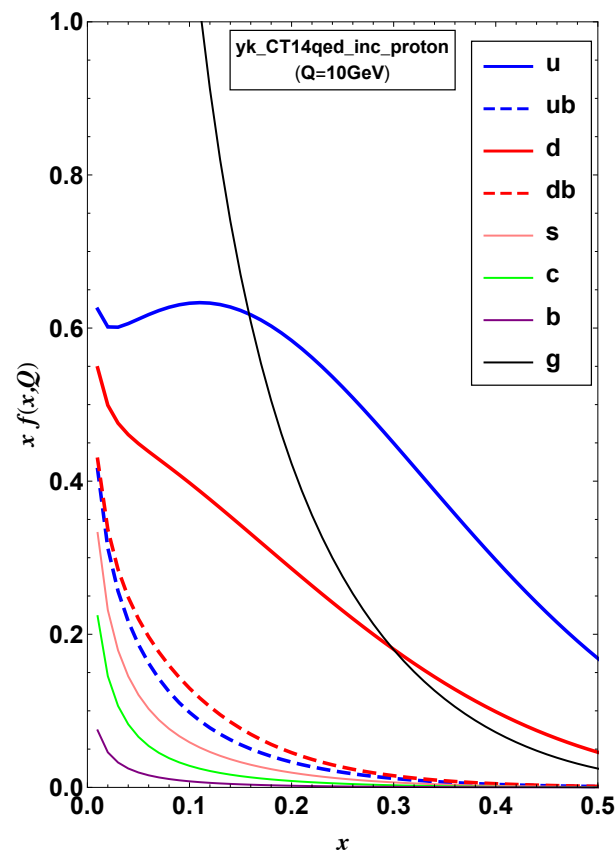
独立な運動学的変数は3つ: s, Q^2, x (onshellの $2 \rightarrow 2$ 散乱ではs,t,uの内
の2つが独立であるが、DISではXの質量 W^2 がカイネマティカル変数に
追加され、独立変数は3つ)

パートンの衝突



$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \sum_{k=u,d,\dots,g} \int_0^1 d\xi \frac{d\hat{\sigma}}{dx dQ^2} f_{k/N}(\xi, \mu_f^2)$$

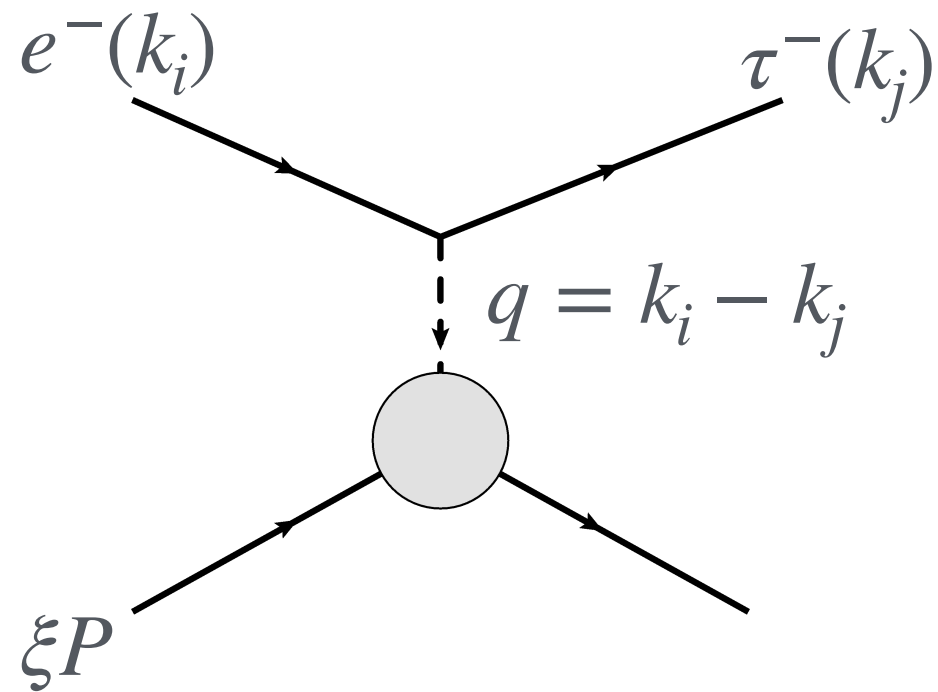
ξ は核子中のパートン($u, d, \dots, g$)
のモメンタムフラクション



パートン分布関数($xf(x)$ をプロット)

- プロトン中のパートン：
 u, d, s, c, b, g とその反粒子
- エネルギースケール(μ_f)依存
- Heavy quarkは $q, \bar{q}$ で同じ

パートン散乱のカイネマティックス

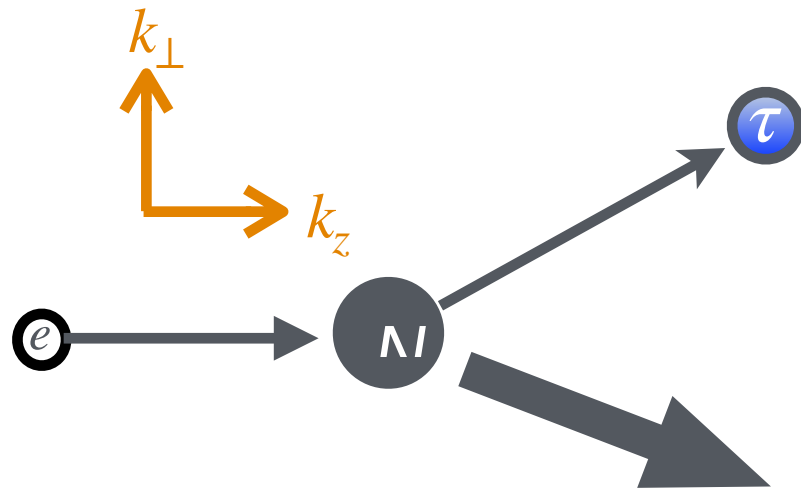


$$p'^2 = (q + \xi P)^2 = Q^2 \left(\frac{\xi}{x} - 1 \right)$$

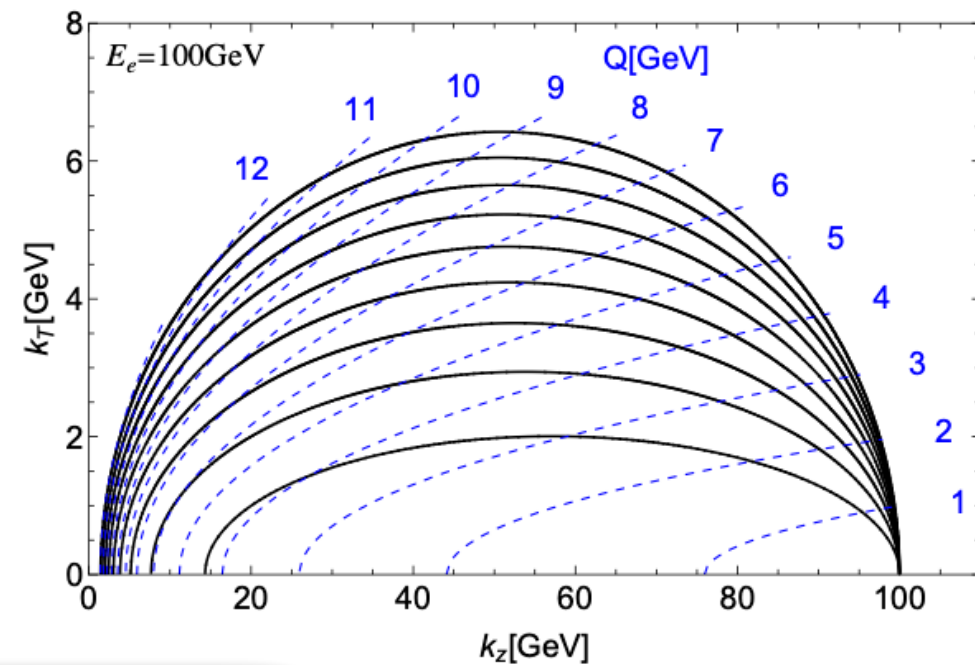
Bjorken x ($x = Q^2 / 2P \cdot q$) とモメンタムフラクション

$$\xi = \left(1 + \frac{m_q^2}{Q^2} \right) x \quad \xrightarrow{m_q = 0} \quad x = \xi \quad (\text{DISでよく使う仮定})$$

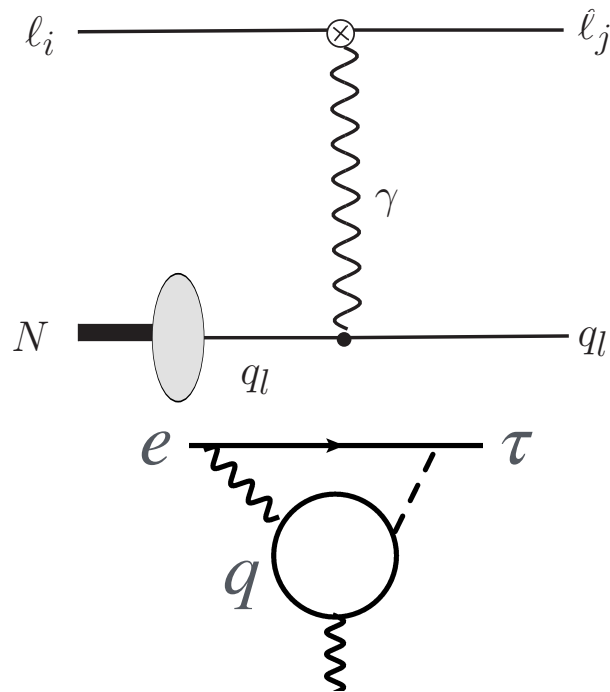
CLFV DISの終状態レプトン分布



ハドロンの残骸

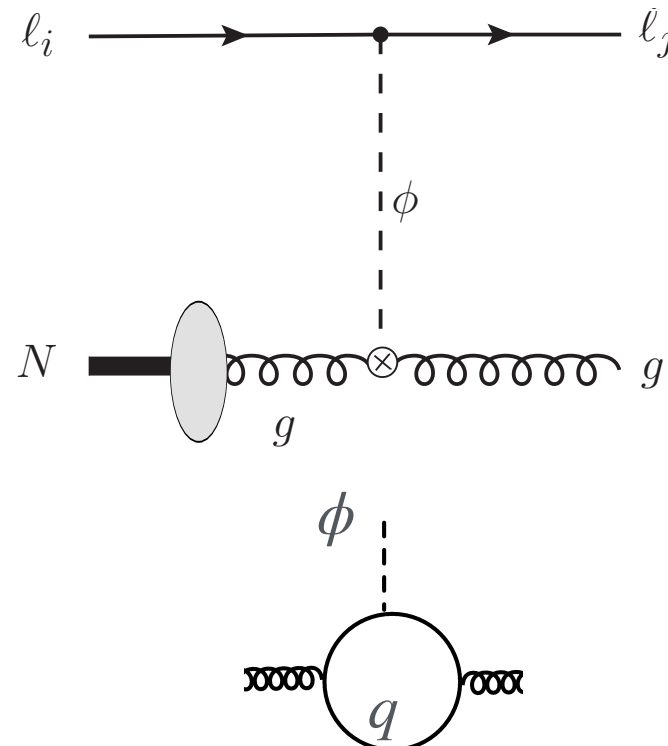


Dipole-photon exchange



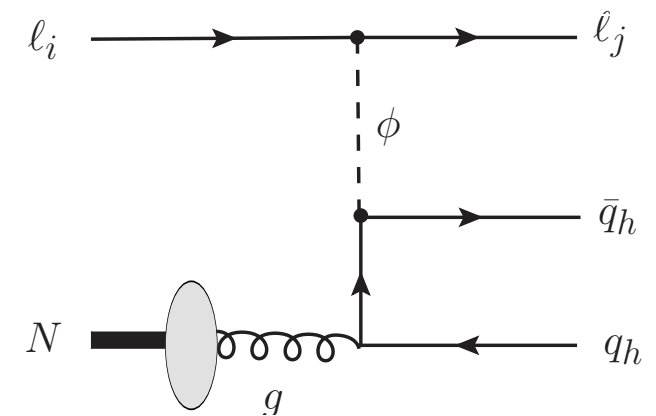
$\mathcal{L}_D$: dipole photon

Gluon scattering



$\mathcal{L}_{\phi gg}$: 1-loop quark loops

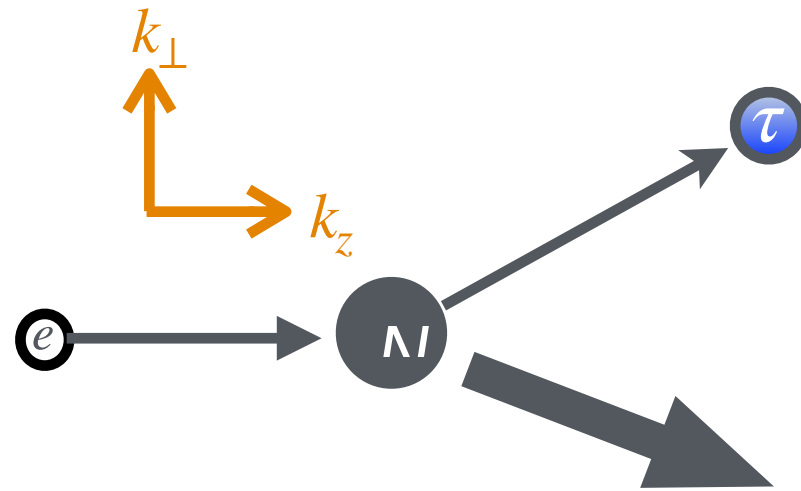
Heavy quark production



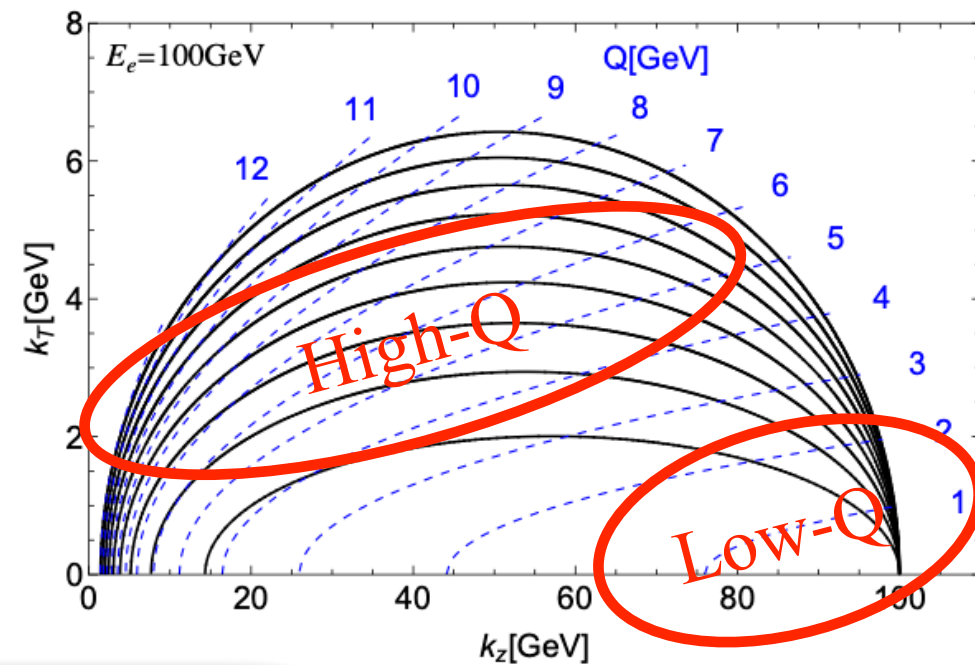
$$\mathcal{L}_\phi = -\rho_{\tau e} \bar{\tau}_R \phi e_L + \dots$$

Model Lagrangian

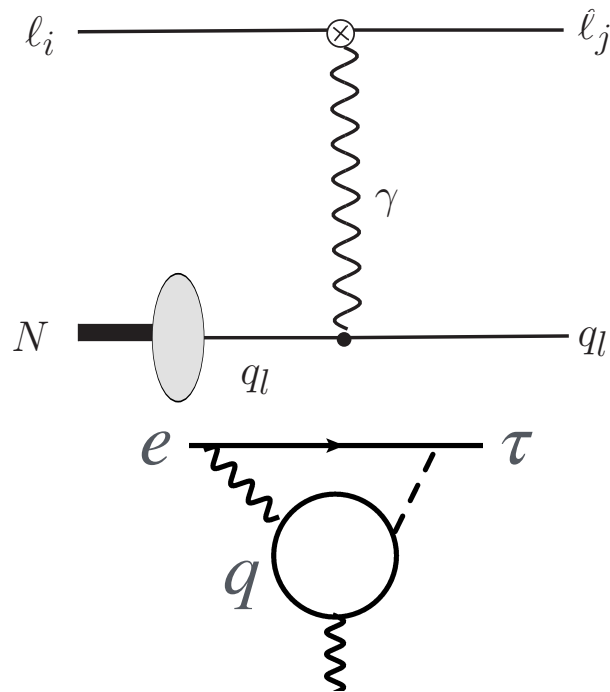
CLFV DISの終状態レプトン分布



ハドロンの残骸

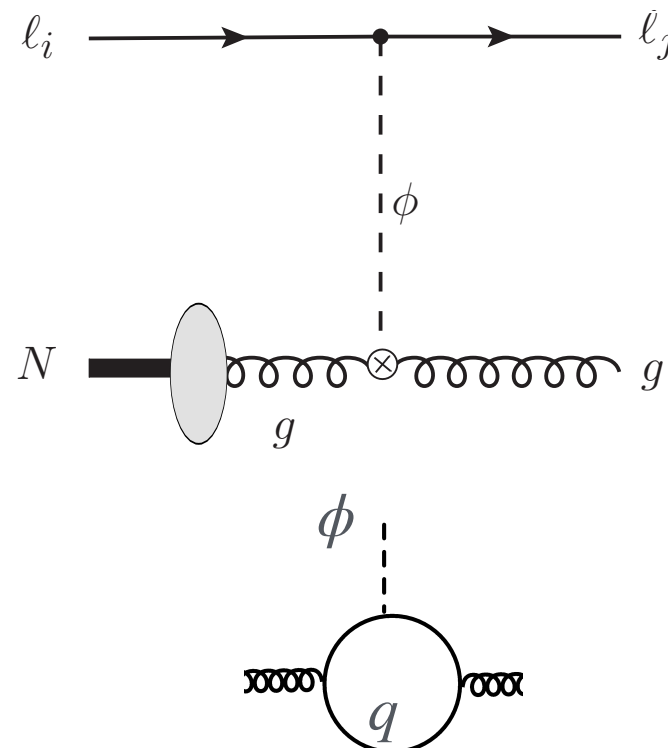


Dipole-photon exchange



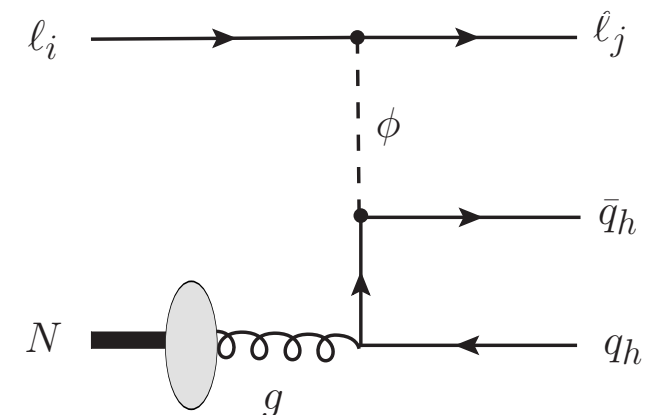
$\mathcal{L}_D$: dipole photon

Gluon scattering



$\mathcal{L}_{\phi gg}$: 1-loop quark loops

Heavy quark production



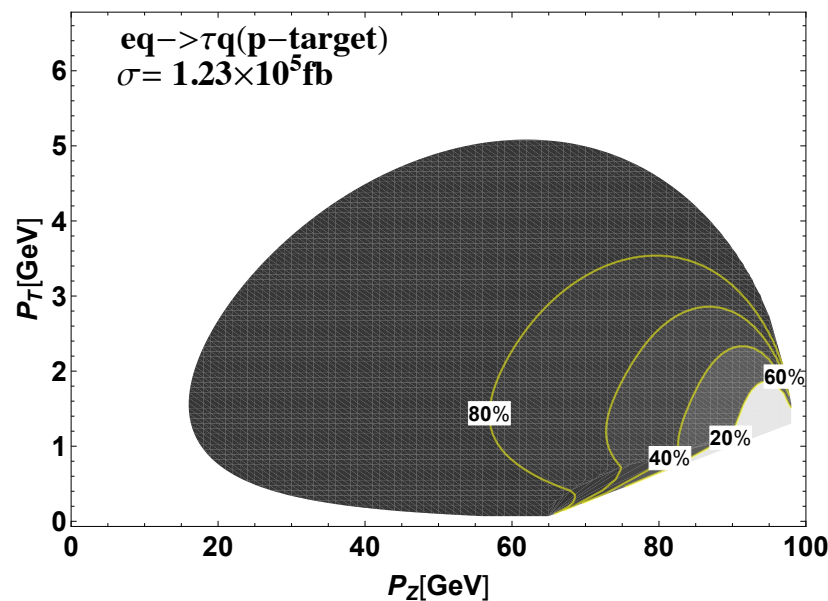
$$\mathcal{L}_\phi = -\rho_{\tau e} \bar{\tau}_R \phi e_L + \dots$$

Model Lagrangian

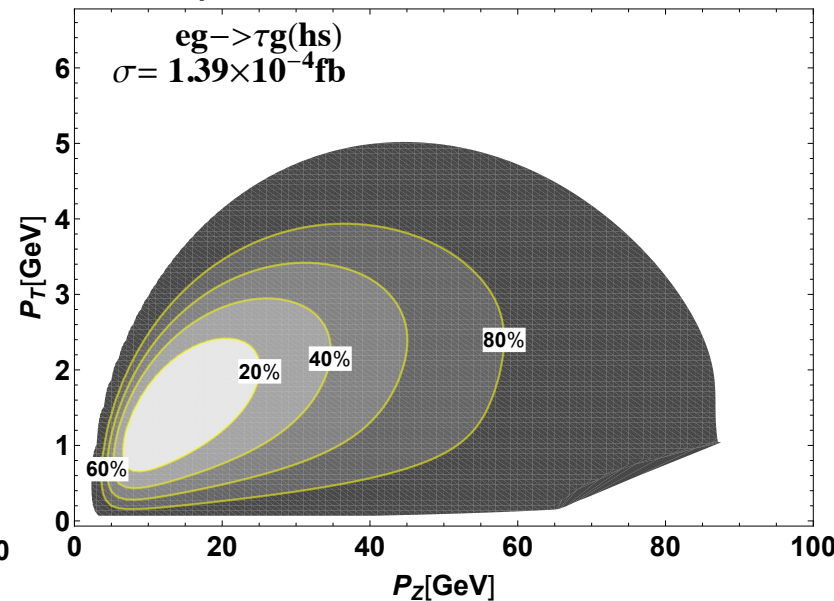
$eN \rightarrow \tau X$: 終状態レプトン運動量分布

$$E_e = 100 \text{ GeV}, m_\phi = 100 \text{ GeV}, \rho_{qq}^\phi = m_q/v \ (\bar{\rho}_{\tau e}^\phi = 1),$$

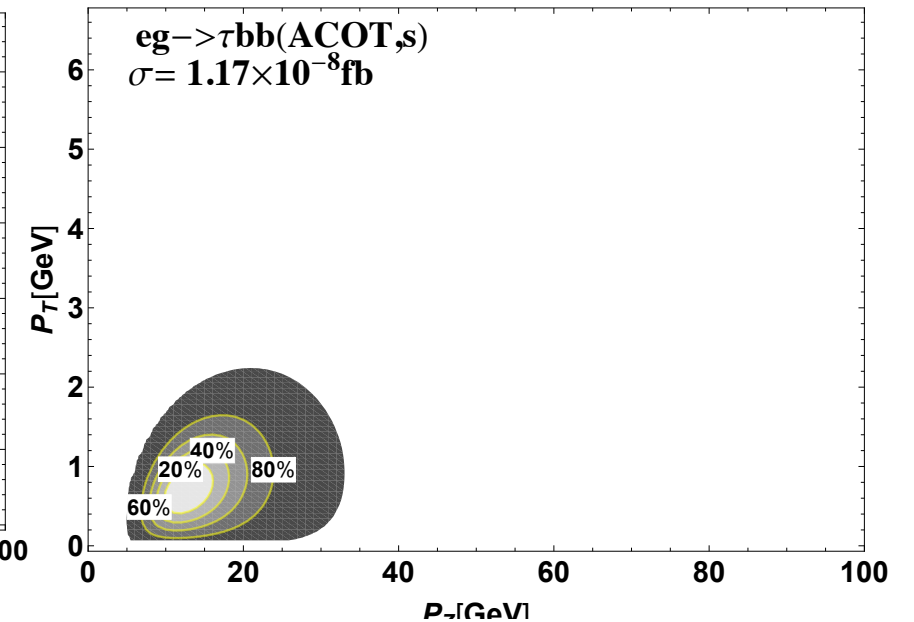
Dipole-photon exchange



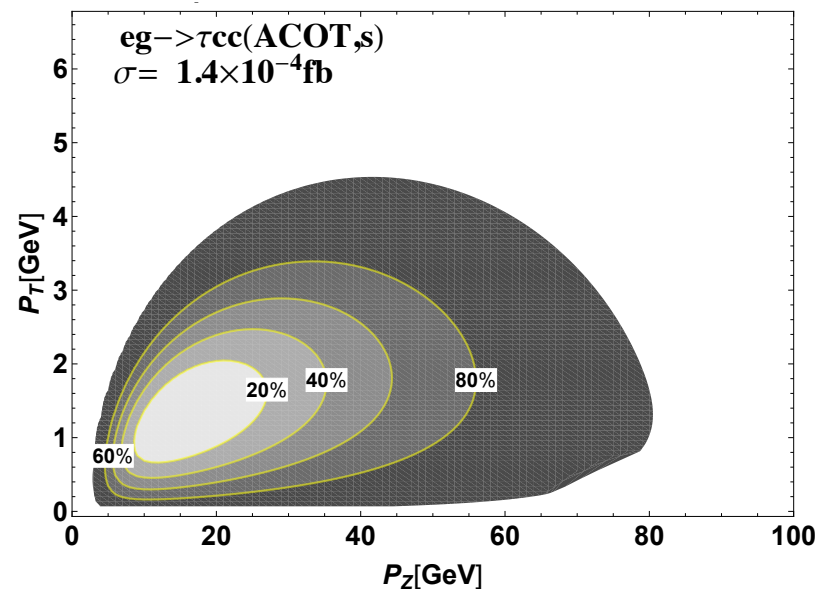
Gluon scattering



Heavy quark (bb) production

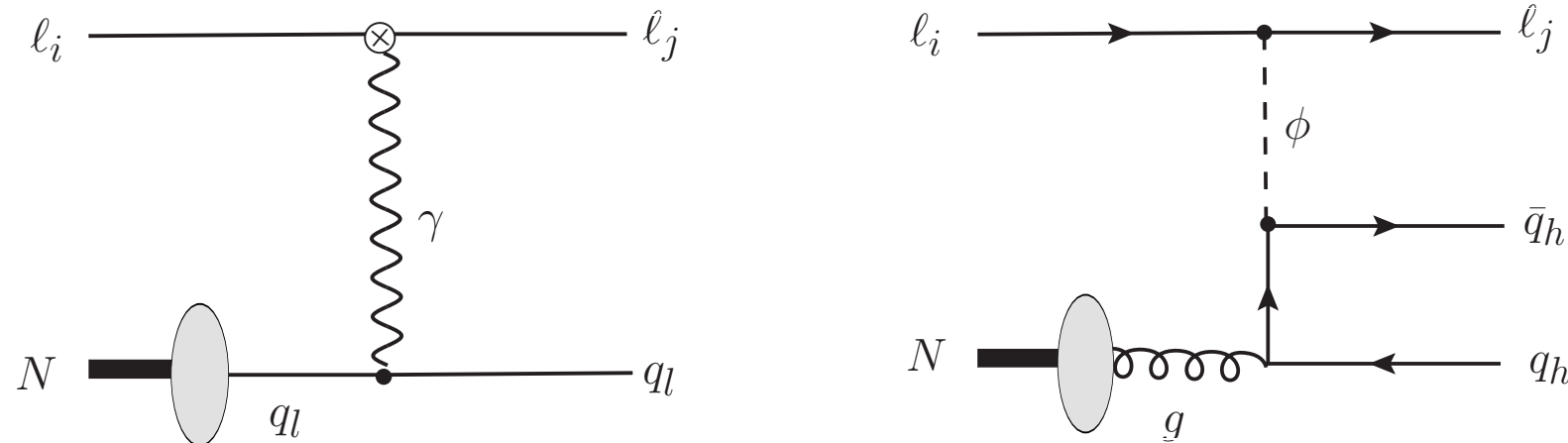


Heavy quark (cc) production



- 📌 運動量分布でプロセスを知ることができる
- 📌 運動量分布の特徴量から、スカラーの質量やクォークとの結合定数を測ることができるだろう

ヘビークォークプロダクション



$$\mathcal{L}_\phi = - [\rho_{\tau e} \bar{\tau}_R \phi e_L + \text{h.c.}] + \sum_q \rho_{qq} q \bar{q} \phi$$

CLFVのコンテキストではあまり重要ではないのかも知れないが、計算していて気になることがある。それは次の疑問

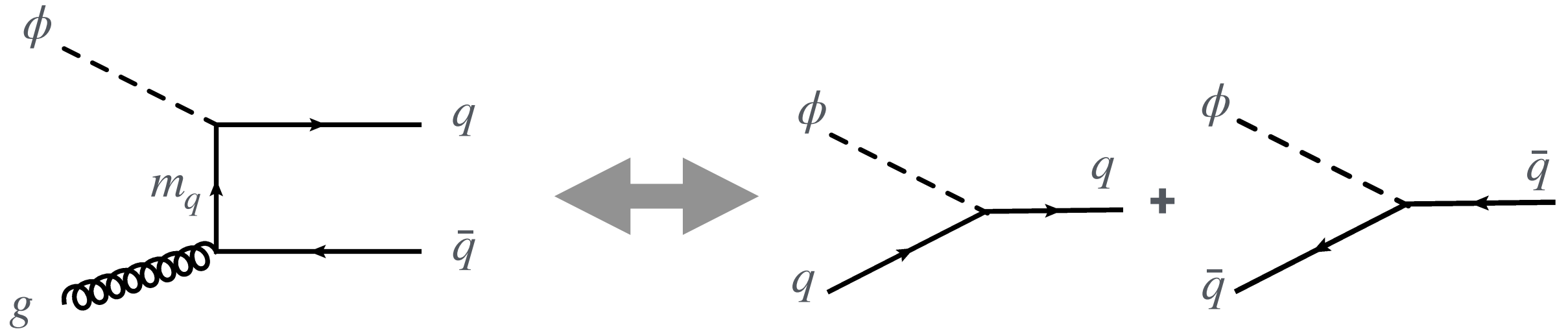
『核子中に質量**5GeV**の**b**クォークが存在するのか？』

ACOTスキーム

Aivazis-Collins-Olness-Tung(PRD50, 3102 (1994)) によるACOTスキームの提唱

📌 核子中のヘビークォークPDFはグルーオンからの生成される。

➡ 生成過程を正しく記述するためには質量効果が無視できない



📌 高エネルギーではヘビークォークもゼロ質量極限をとる。ただし質量発散の部分はヘビークォークPDFに吸収する

➡ $\alpha_s \ln \left(\frac{\mu_f^2}{m_q^2} \right)$ の補正はDGLAP方程式で取り込む(resummation)

グルーオンから生み出されるヘビークォーク

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{|\rho_{qq}^\phi|^2}{16\pi s^2} \frac{Q^2 L_\phi(Q^2)}{(Q^2 + m_\phi^2)^2} \frac{F_\phi(x, Q^2)}{x^2}$$

$$C^{\text{M}}\left(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{m_q^2}\right) = \left| \begin{array}{c} \phi \\ g \end{array} \right|^2$$

$$F^{\text{M}}(x, Q^2) = \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi} C^{\text{M}} \left(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{m_q^2} \right) f_{g/N}(\xi, \mu_f^2)$$

$$F^{\text{M}}(x, Q^2) \xrightarrow{m_q \rightarrow 0} F^{\text{M}0}(x, Q^2) = \int \frac{d\eta}{\eta} [C_q^{\text{ZM}} + C_{\bar{q}}^{\text{ZM}}]$$

$$C^{\text{ZM}}\left(\frac{x}{\xi}\right) = C_{\bar{q}}^{\text{ZM}} = \left| \begin{array}{c} \phi \\ \text{---} \\ \text{---} \\ q \end{array} \right|^2$$

$$\times \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \left(\frac{\mu_f^2}{m_q^2} \right) \int_\eta^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{qg} \left(\frac{\eta}{\xi} \right) f_{g/N}(\xi, \mu_f^2) \equiv f_q^{(LO)}(x, \mu_f^2)$$

DGLAPで発展させたZeroMassスキームのFを定義する：

$$F^{\text{ZM}}(x, Q^2) = \int \frac{d\eta}{\eta} [C_q^{\text{ZM}} + C_{\bar{q}}^{\text{ZM}}] f_q(x, \mu_f^2)$$

ACOT スキーム

Aivazis-Collins-Olness-Tung (PRD50, 3102 (1994))

$$F_{\phi}^{\text{ACOT}}(x, Q^2) = F_{\phi}^{\text{M}}(x, Q^2) + F_{\phi}^{\text{ZM}}(x, Q^2) - F_{\phi}^{\text{M0}}(x, Q^2)$$

Massive F Zero Mass Massless limit of F^{M}

$$= F_{\phi}^{\text{M}}(x, Q^2) + \left(F_{\phi}^{\text{ZM}}(x, Q^2) - F_{\phi}^{\text{M0}}(x, Q^2) \right)$$

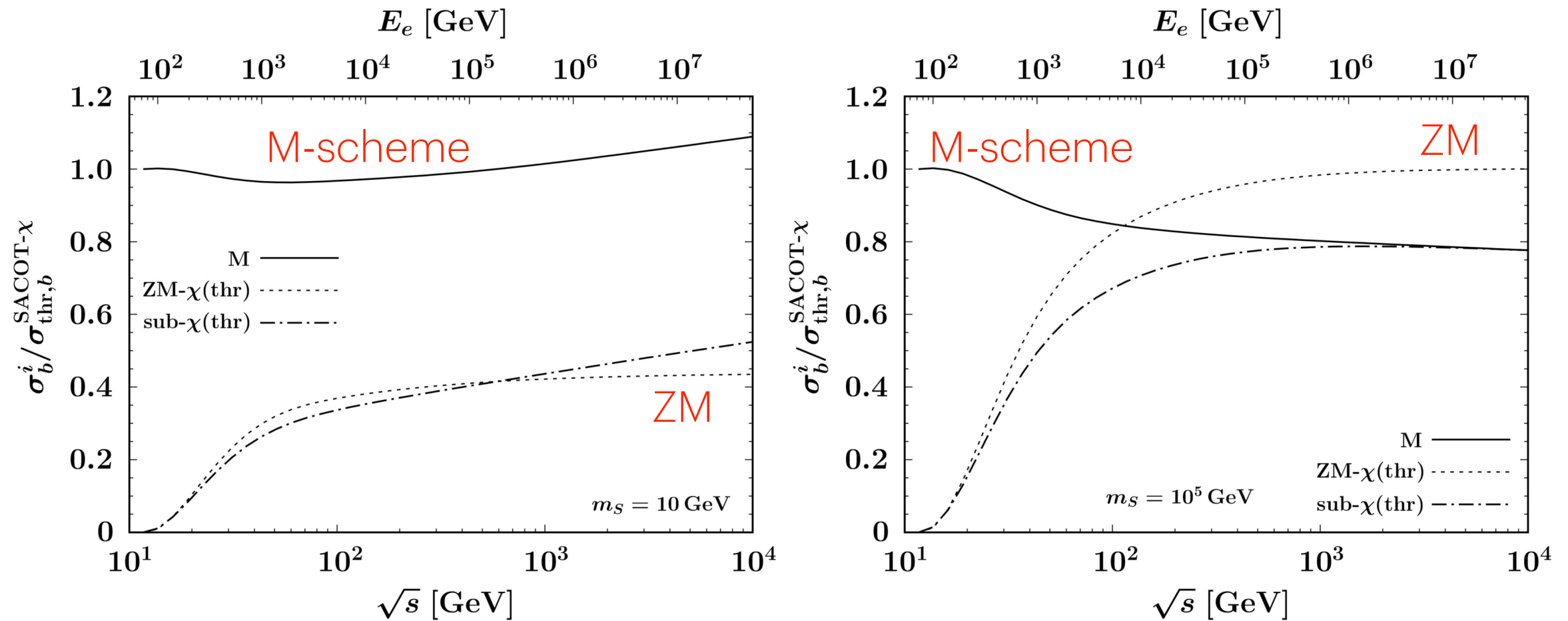
$q\bar{q}$ 生成の閾値付近 $Q^2 \simeq m_q^2$ で相殺

$$= \left(F_{\phi}^{\text{M}}(x, Q^2) - F_{\phi}^{\text{M0}}(x, Q^2) \right) + F_{\phi}^{\text{ZM}}(x, Q^2)$$

$Q^2 \gg m_q^2$ の高エネルギーで相殺

閾値付近ではクォーク質量の効果を取り込んだ Massive scheme,
高エネルギーでは DGLAP 発展で log 足し上げをした massless
heavy quark PDF, これらをインターポレートするスキーム

Massive, ZM-スキームの散乱断面積



- 📌 ナイーブなZero-mass schemeはthresholdで機能しないのでここではある改善策を施したimproved ZM-schemeを試す
- 📌 Massive/Zero-mass のどちらが良いか？ CLFV mediatorの質量に依存する $\rightarrow m_\phi$ が Q のカットオフとして働く
- 📌 高エネルギー領域であってmass-lessで計算するのは危険

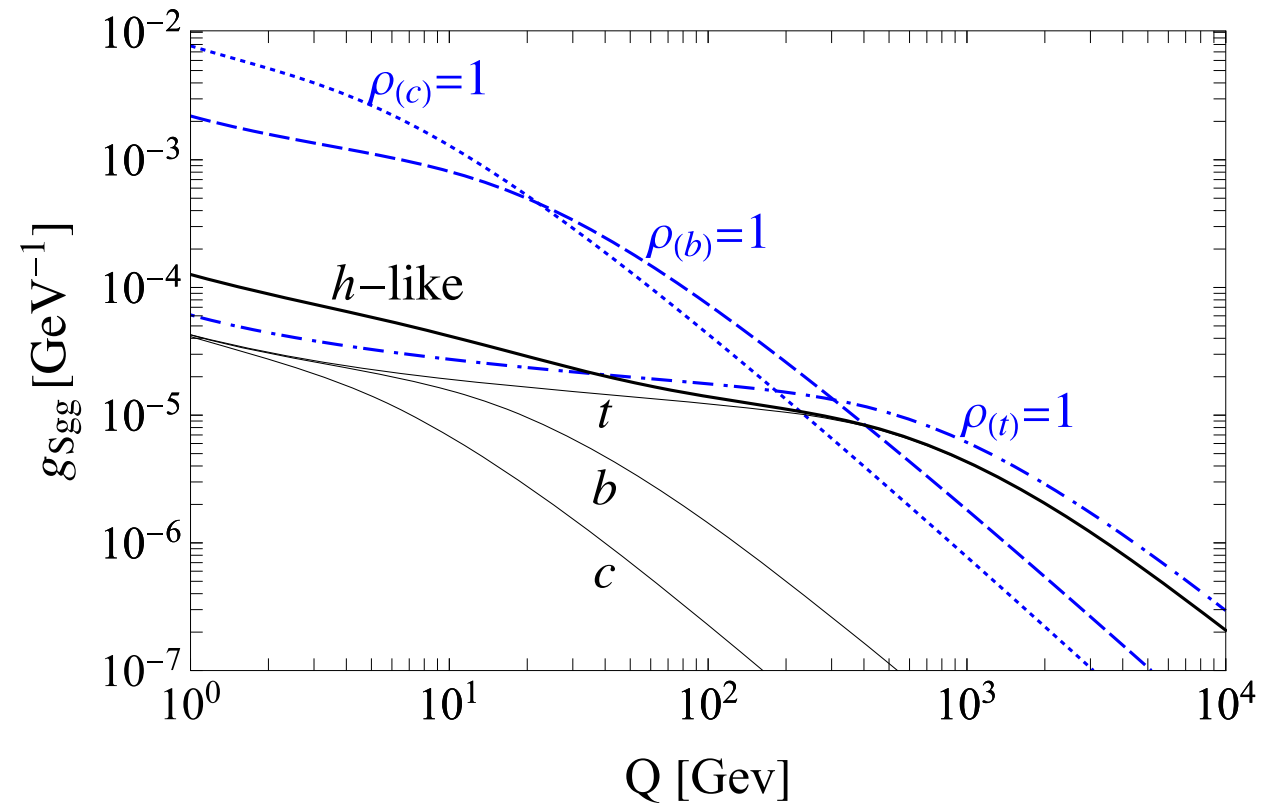
CLFV媒介粒子の正体を探る

(グルーオン散乱での質量、相互作用の測定)

$$\begin{array}{c} \phi \\ | \\ \text{---} \circ \text{---} \\ | \\ q \end{array} = g_{\phi gg} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \phi$$

$$\rho_{qq}^{\phi} = \frac{m_q}{v} \kappa_q \quad (\text{h-like senario})$$

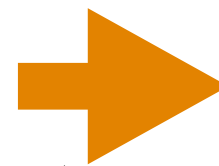
$$\rho_{bb}^{\phi} = \rho_{bb}^{(b)}, \rho_{cc}^{\phi} = \rho_{tt}^{\phi} = 0 \quad (\text{b-only senario})$$



$$g_{\phi gg}^{q\text{-only}}(Q) \approx \frac{\alpha_s(Q)}{8\pi} \left(\frac{\rho_{(q)}^{\phi}}{m_q} \right) \frac{m_q^2}{Q^2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m_q^2} \right)$$

$$(2m_q \ll Q),$$

$$g_{\phi gg}^{h\text{-like}}(Q) \approx \frac{\alpha_s(Q) \kappa^{\phi}}{8\pi v} \begin{cases} 2c_{\phi} + \frac{m_c^2}{Q^2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m_c^2} \right) & (2m_c \ll Q \ll 2m_b) \\ c_{\phi} + \frac{m_b^2}{Q^2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m_b^2} \right) & (2m_b \ll Q \ll 2m_t) \\ \frac{m_t^2}{Q^2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m_t^2} \right) & (2m_t \ll Q) \end{cases}$$



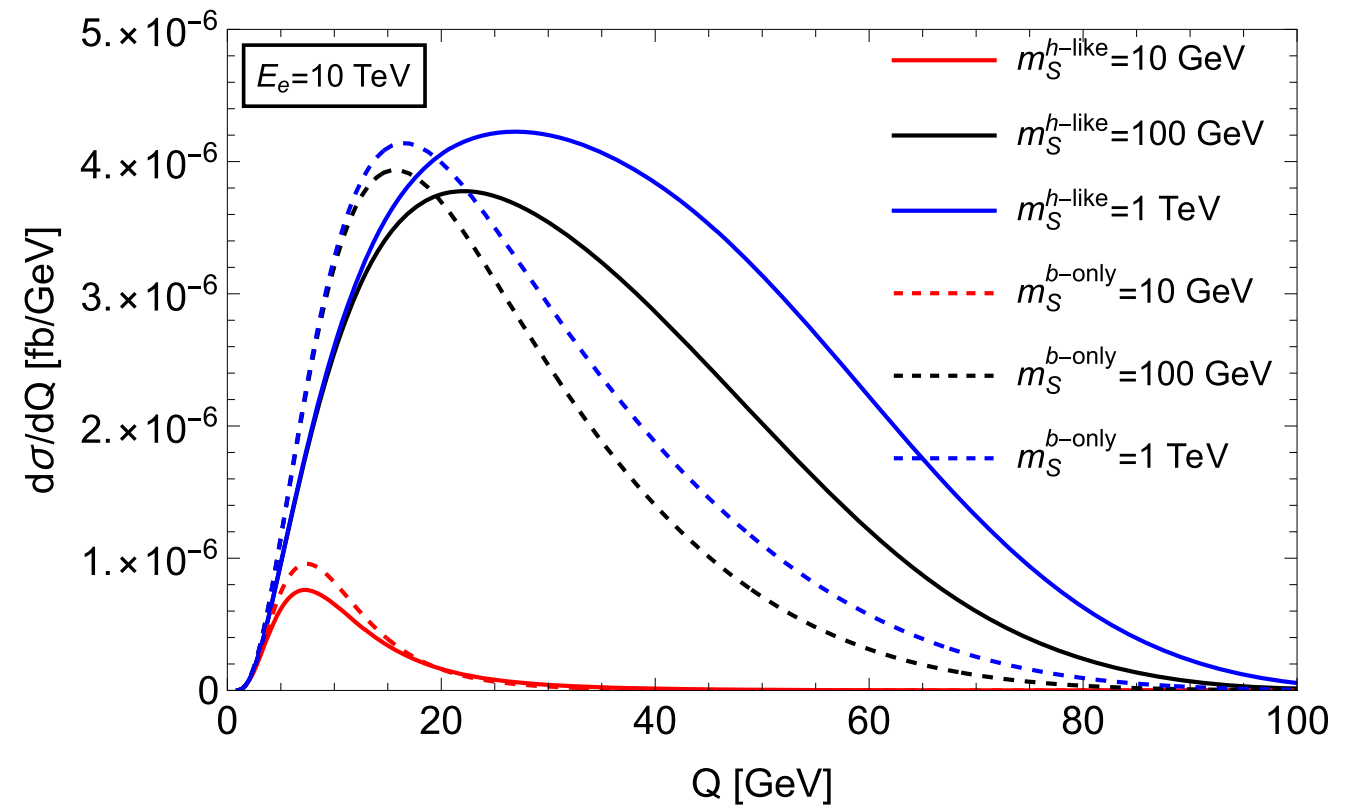
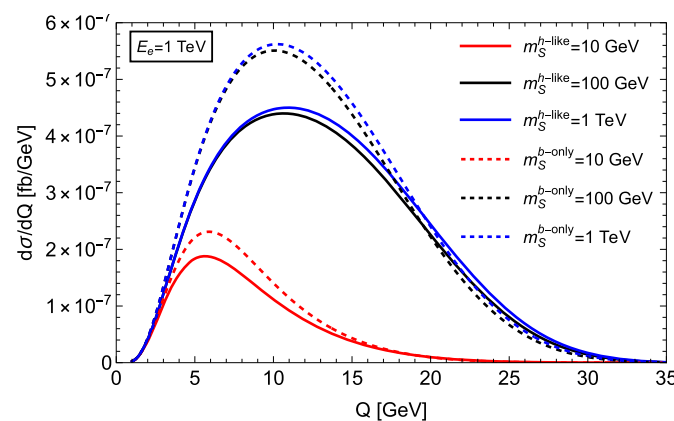
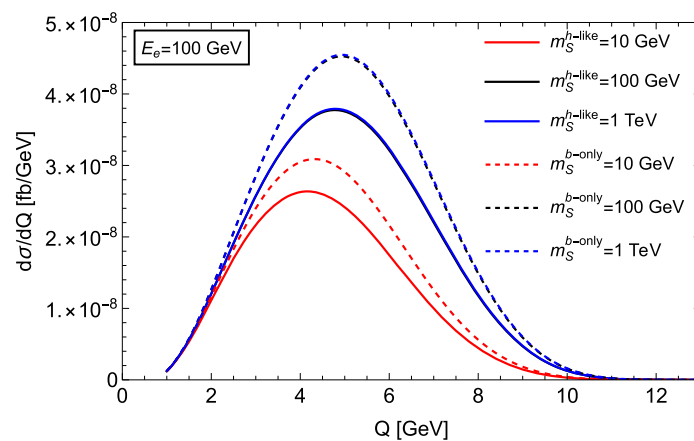
断面積のQ依存性
から結合定数の
シナリオが確認できる

散乱断面積 $\sigma(g e^- \rightarrow g \tau^-)$ のQ依存性

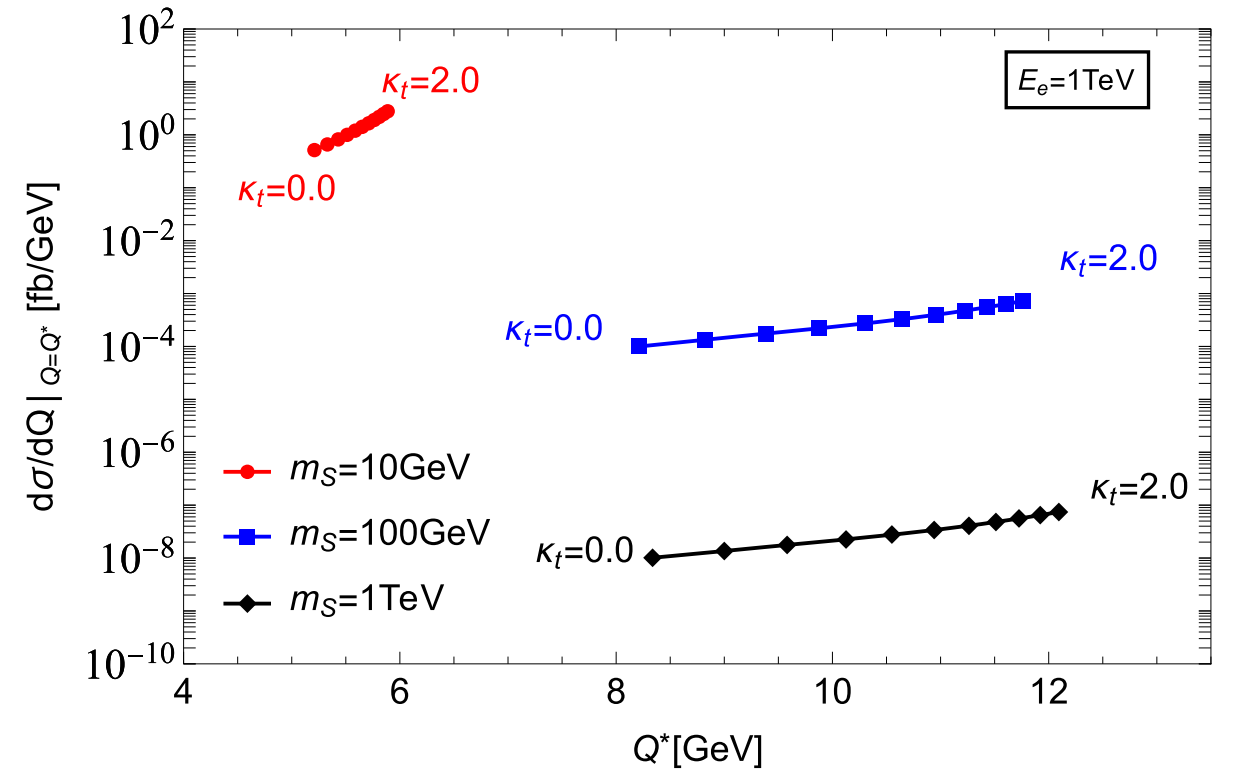
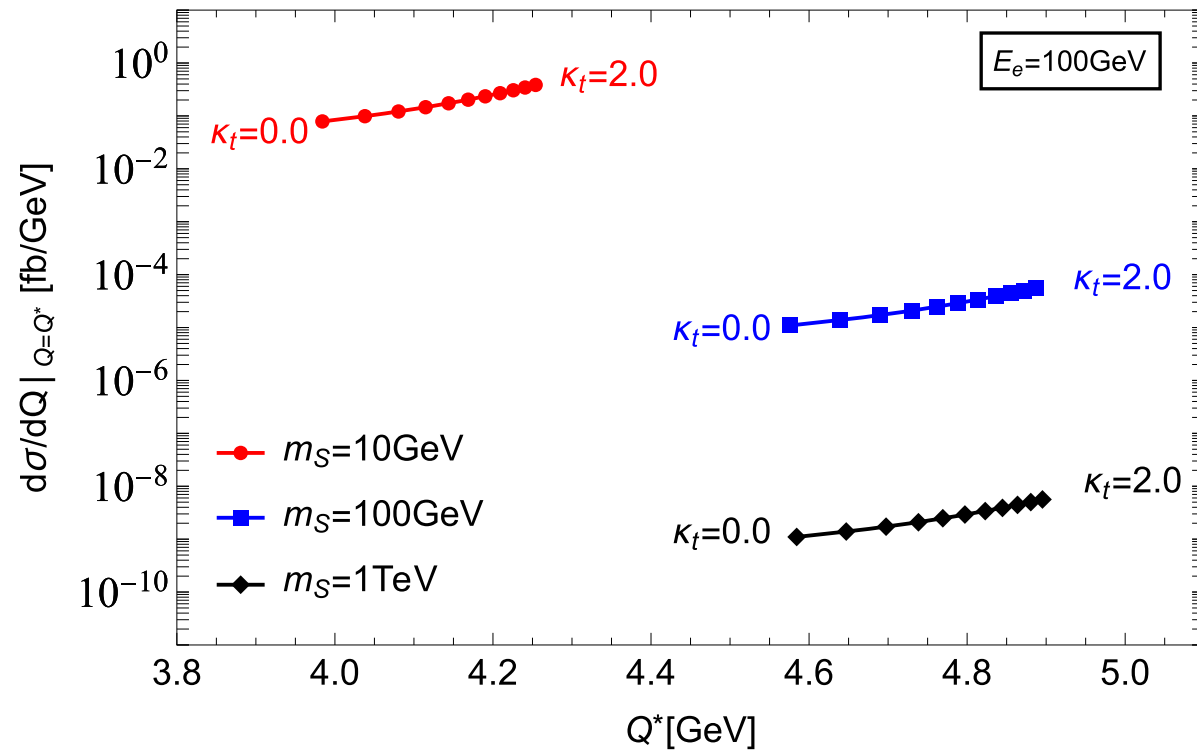
$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{|g_{\phi gg}(Q)|^2}{4\pi s^2} \frac{Q^5 L_{ij}^\phi}{(Q^2 + m_\phi^2)^2} \int_{x_{min}}^1 \frac{f_{g/N}(x, Q^2)}{x^2} dx$$

期待される実験感度 $\text{Br}(\tau \rightarrow e \pi^+ \pi^-) = 5 \times 10^{-10}$ で結合定数を固定：

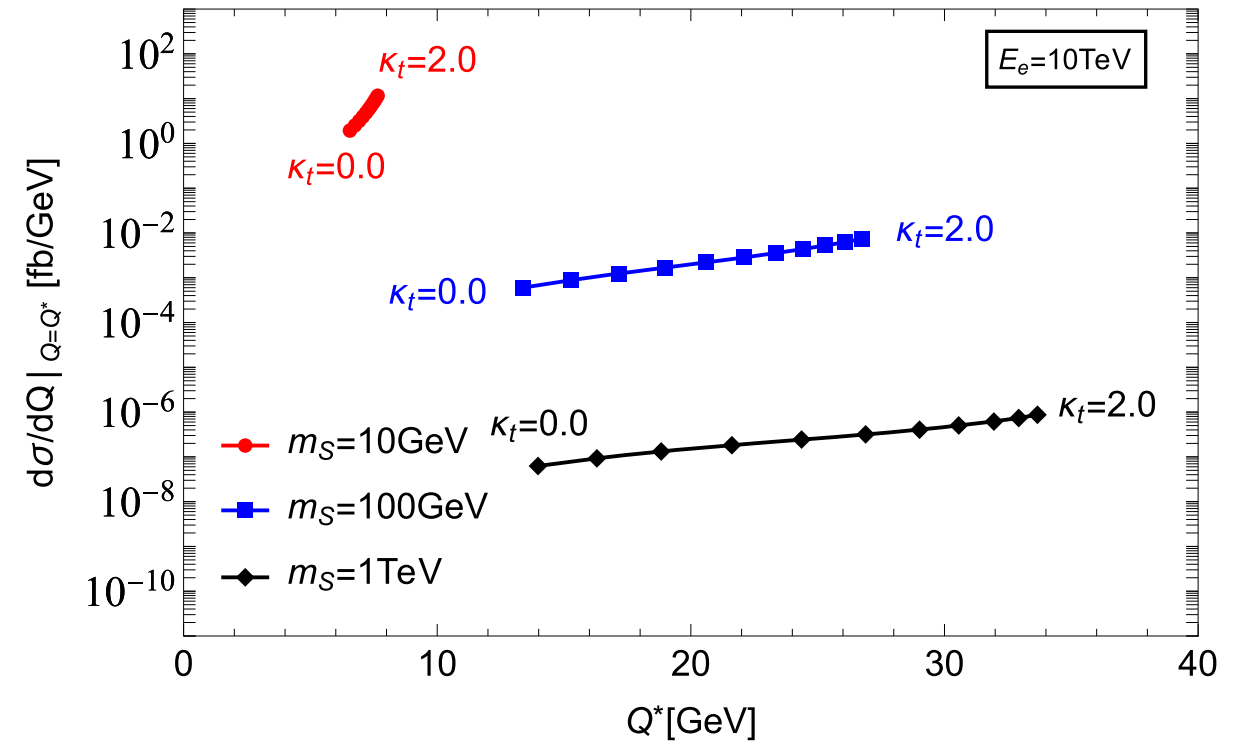
$$|\kappa^\phi \bar{\rho}_{\tau e}^\phi| = 3.6 \times \left(\frac{m_\phi}{1 \text{ TeV}} \right)^2 \text{ [h-like scenario]}, |\rho_{(b)}^\phi \bar{\rho}_{\tau e}^\phi| = 0.21 \times \left(\frac{m_\phi}{1 \text{ TeV}} \right)^2 \text{ [b-only scenario]}$$



Top quark couplingへの感度



$$\rho_{cc}^\phi = \frac{m_c}{v}, \rho_{bb}^\phi = \frac{m_b}{v}, \rho_{tt}^\phi = \kappa_t^\phi \frac{m_t}{v},$$



サマリー

CLFV scalar mediatorを仮定し、DISにおけるCLFV結合定数のシナリ決定可能性について調べた：

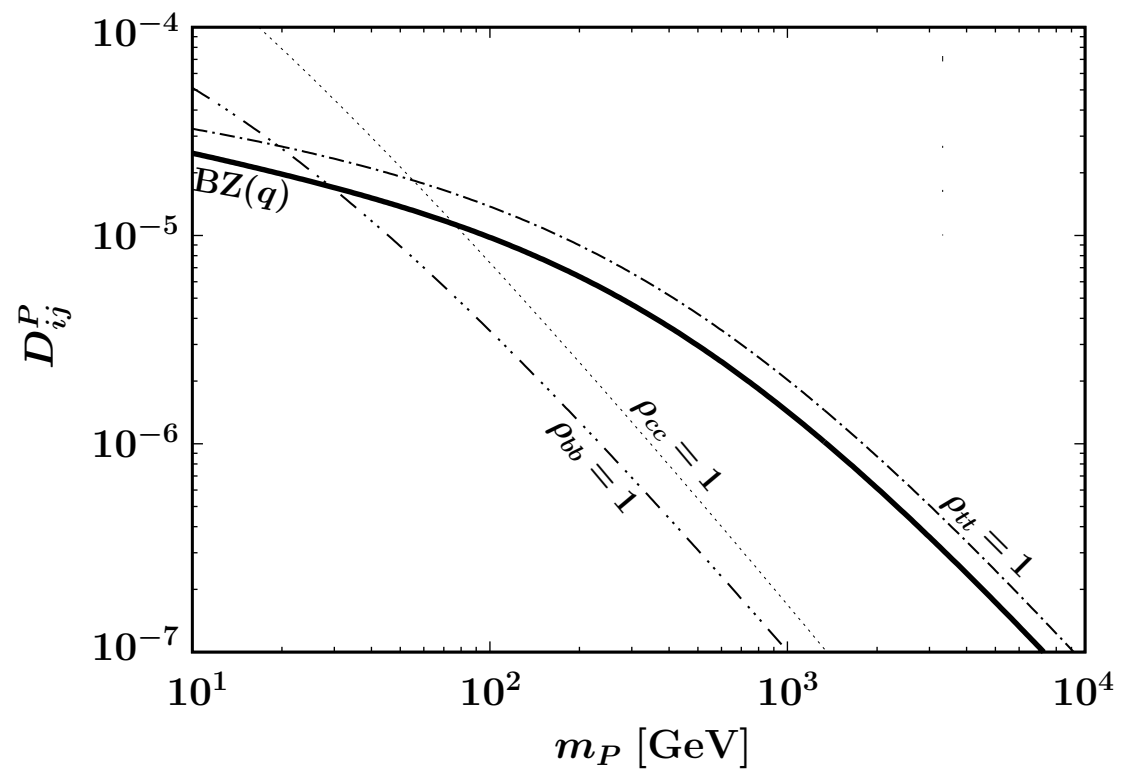
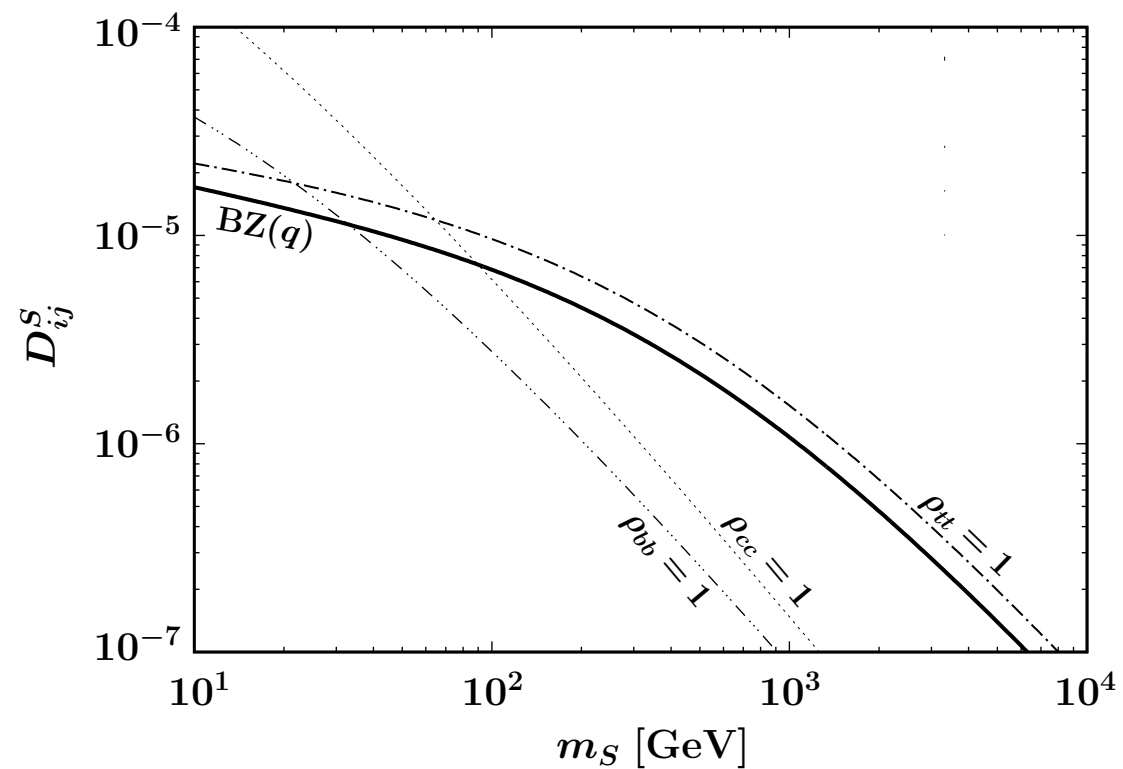
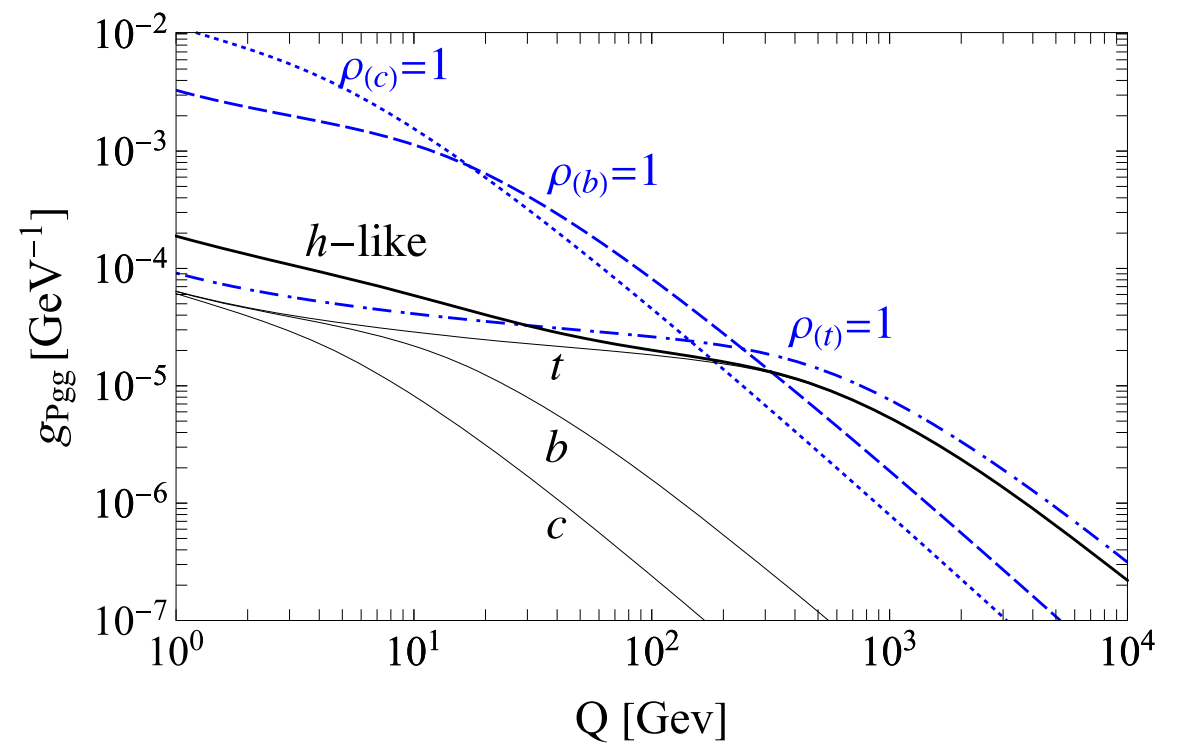
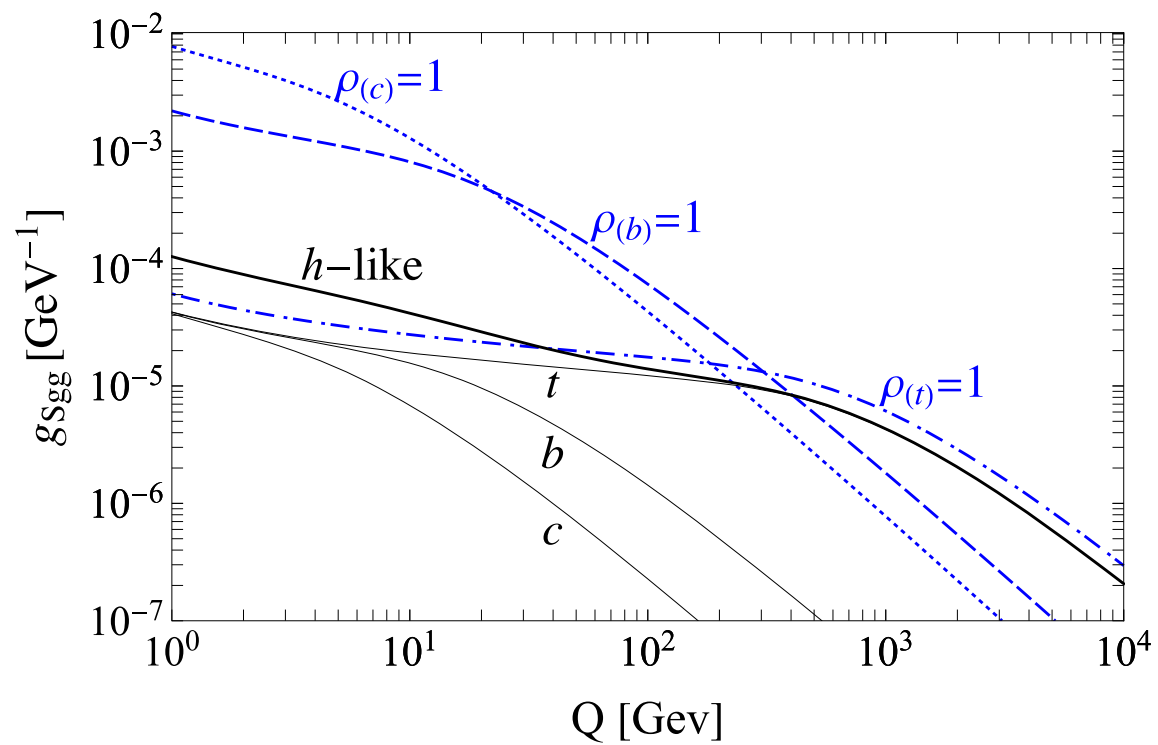
-  $e^-g \rightarrow \tau^- b \bar{b}$ の計算ではクォーク質量の効果を取り込んで計算：信頼できる断面積にはACOT-schemeを用いる
-  $eg \rightarrow \tau g$ における相互作用と質量の測定にはQ分布を用い、ピークと断面積の絶対値からスカラーとヘビークォークの結合定数のシナリオを確認できることを示した
-  DIS($e^-N \rightarrow \tau^- X$)で終状態 τ レプトン運動量分布を調べることでモデルの詳細に迫ることができる

メモ

作成途中の資料

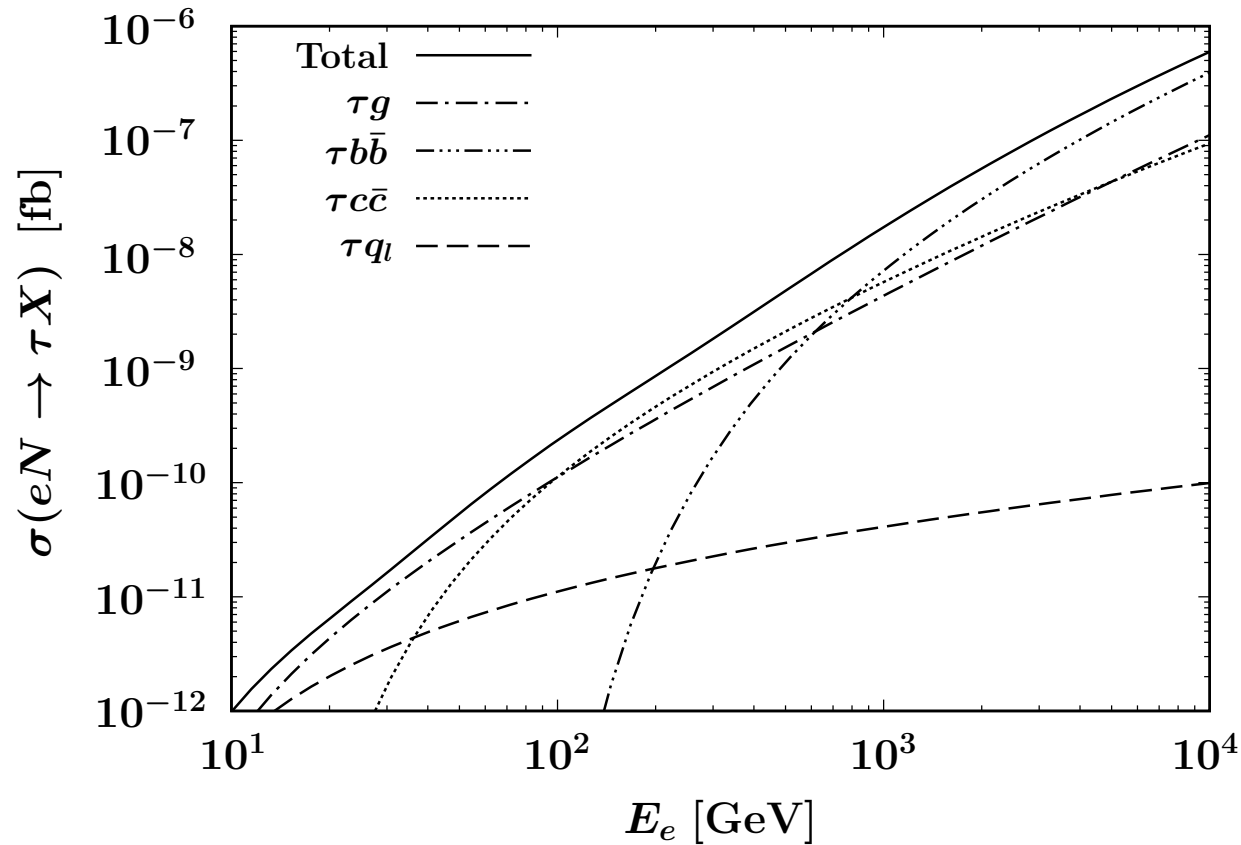


Effective couplings

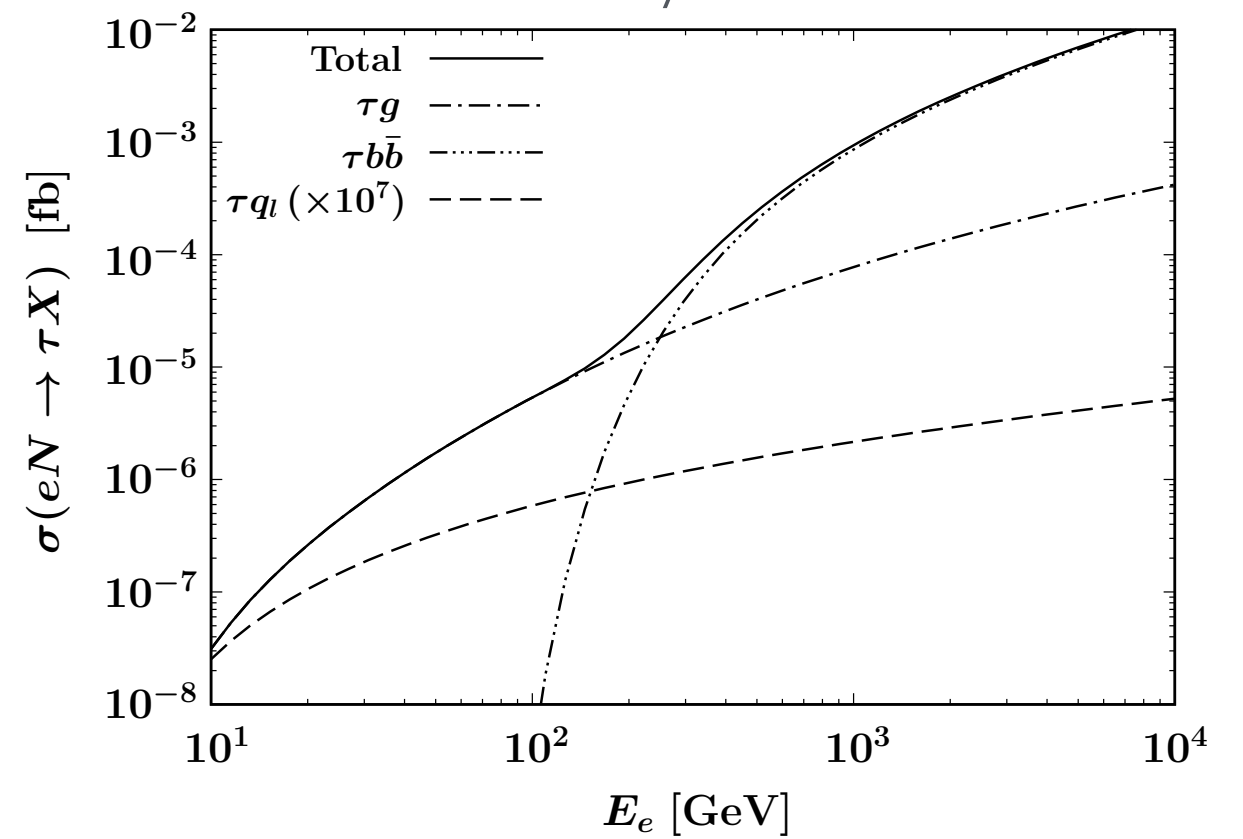


トータルイベントレート

h-like scenario



b-only scenario



$$N_{\text{CLFV}} \simeq 6 \times 10^{-16} N_e \left(\frac{\sigma_{eN \rightarrow \tau X}}{1 \text{ fb}} \right) \left(\frac{T_m}{1 \text{ g/cm}^2} \right)$$

許される最大の結合定数を用いると, h-like scenarioでは $N_{\text{CLFV}} = \mathcal{O}(10)/\text{year}$,

b-only scenarioでは $N_{\text{CLFV}} = \mathcal{O}(10^5)/\text{year}$

$T_m = 100 \text{ gcm}^{-2}$, $N_e = 10^{22}/\text{year}$ (I LC 500 GeV)