

高次元理論由来のSMEFTで探るCLFV

大塚 啓

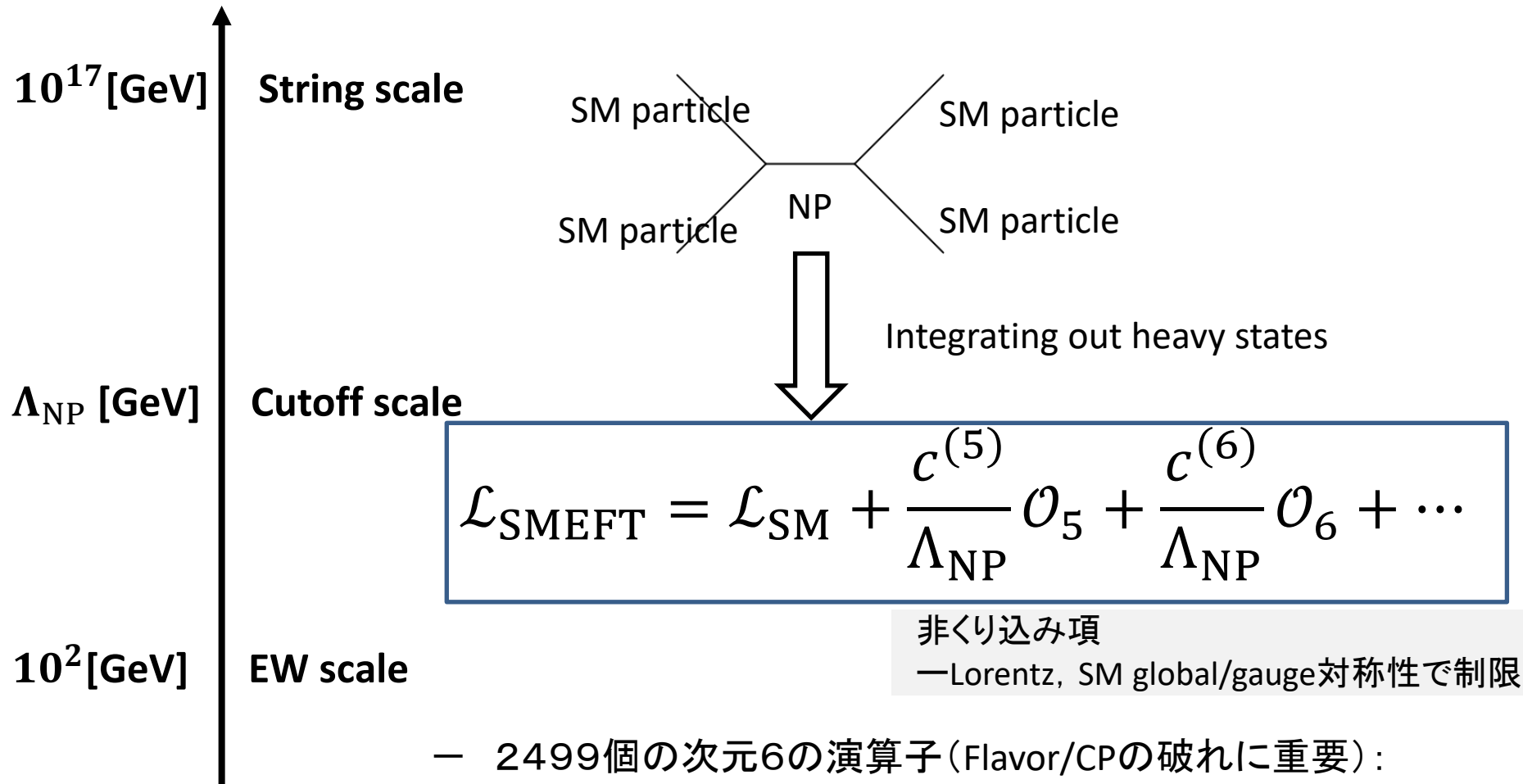


Outline :

1. SMEFT (review)
2. 高次元理論(超弦理論)の幾何学的対称性に基づくSMEFT
3. 非可逆対称性に基づくSMEFT
4. Conclusions

SMEFT (Standard Model Effective Field Theory)

— 新物理の兆候を探る重要なBottom-up approach

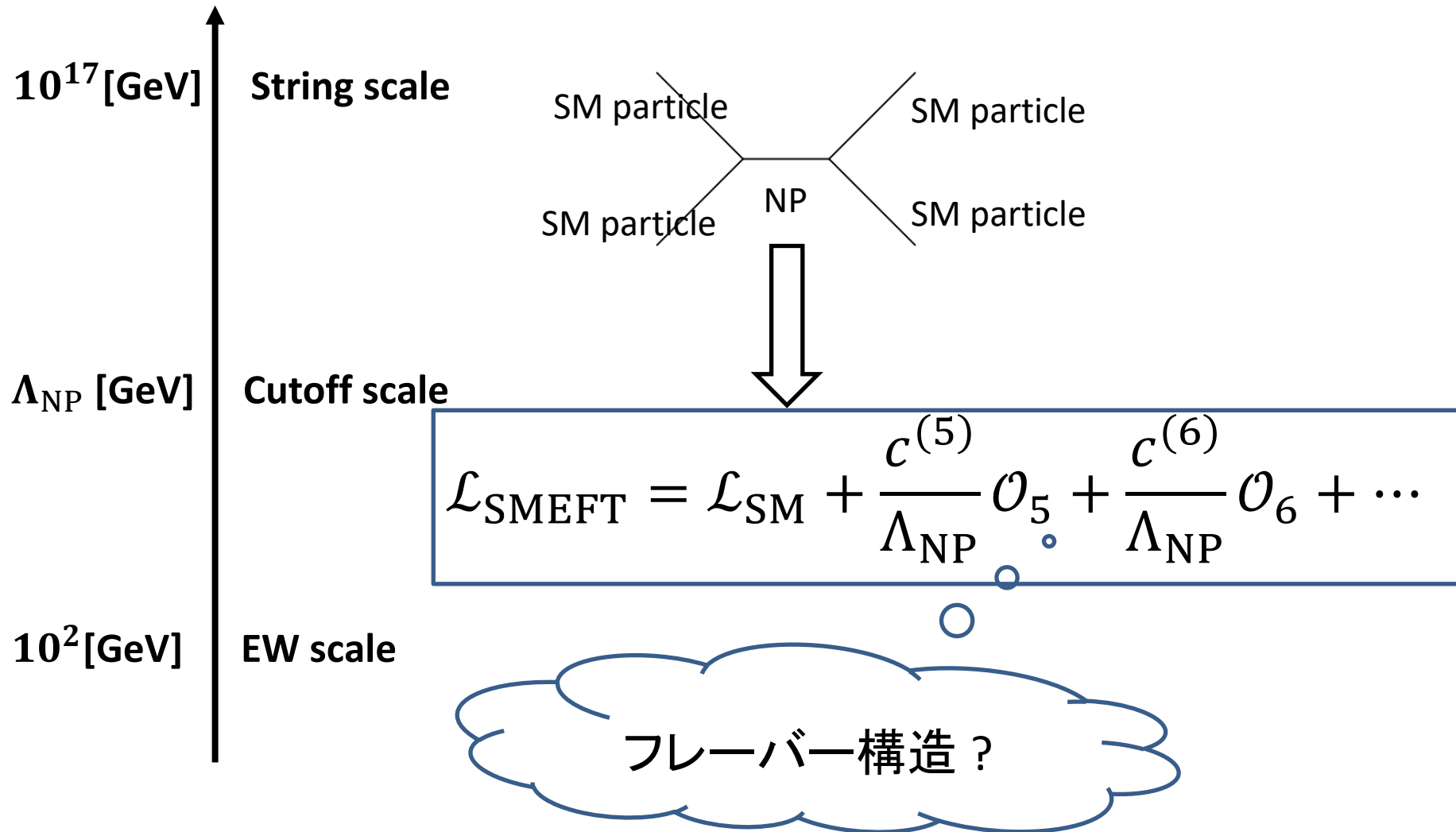


— 2499個の次元6の演算子 (Flavor/CPの破れに重要):
e.g., $\Delta F = 1$ semi-leptonic operators: $(\bar{L}\gamma^\mu L)(\bar{Q}\gamma_\mu Q), \dots$

X^3		H^6 and $H^4 D^2$		$\psi^2 H^3$	
Q_G	$f^{ABC} G_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	Q_H	$(H^\dagger H)^3$	Q_{eH}	$(H^\dagger H)(\bar{l}_i e_j H)$
$Q_{\tilde{G}}$	$f^{ABC} \tilde{G}_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	$Q_{H\Box}$	$(H^\dagger H)\Box(H^\dagger H)$	Q_{uH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_i u_j \tilde{H})$
Q_W	$\varepsilon^{IJK} W_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$	Q_{HD}	$(H^\dagger D^\mu H)^* (H^\dagger D_\mu H)$	Q_{dH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_i d_j H)$
$Q_{\tilde{W}}$	$\varepsilon^{IJK} \tilde{W}_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$				
$X^2 H^2$		$\psi^2 XH$		$\psi^2 H^2 D$	
Q_{HG}	$H^\dagger H G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eW}	$(\bar{l}_i \sigma^{\mu\nu} e_j) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hl}^{(1)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{l}_i \gamma^\mu l_j)$
$Q_{H\tilde{G}}$	$H^\dagger H \tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eB}	$(\bar{l}_i \sigma^{\mu\nu} e_j) H B_{\mu\nu}$	$Q_{Hl}^{(3)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H\right) (\bar{l}_i \tau^I \gamma^\mu l_j)$
Q_{HW}	$H^\dagger H W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uG}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} T^A u_j) \tilde{H} G_{\mu\nu}^A$	Q_{He}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{e}_i \gamma^\mu e_j)$
$Q_{H\tilde{W}}$	$H^\dagger H \tilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uW}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} u_j) \tau^I \tilde{H} W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hq}^{(1)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{q}_i \gamma^\mu q_j)$
Q_{HB}	$H^\dagger H B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{uB}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} u_j) \tilde{H} B_{\mu\nu}$	$Q_{Hq}^{(3)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H\right) (\bar{q}_i \tau^I \gamma^\mu q_j)$
$Q_{H\tilde{B}}$	$H^\dagger H \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{dG}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} T^A d_j) H G_{\mu\nu}^A$	Q_{Hu}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{u}_i \gamma^\mu u_j)$
Q_{HWB}	$H^\dagger \tau^I H W_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dW}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} d_j) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	Q_{Hd}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{d}_i \gamma^\mu d_j)$
$Q_{H\tilde{W}B}$	$H^\dagger \tau^I H \tilde{W}_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dB}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} d_j) H B_{\mu\nu}$	Q_{Hud}	$i \left(\tilde{H}^\dagger D_\mu H\right) (\bar{u}_i \gamma^\mu d_j)$

$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$		$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$		$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	
Q_{ll}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{l}_k \gamma^\mu l_l)$	Q_{ee}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$	Q_{le}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$
$Q_{qq}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu q_l)$	Q_{uu}	$(\bar{u}_i \gamma_\mu u_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$	Q_{lu}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$
$Q_{qq}^{(3)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu \tau^I q_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu \tau^I q_l)$	Q_{dd}	$(\bar{d}_i \gamma_\mu d_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	Q_{ld}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$
$Q_{lq}^{(1)}$	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu q_l)$	Q_{eu}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$	Q_{qe}	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$
$Q_{lq}^{(3)}$	$(\bar{l}_i \gamma_\mu \tau^I l_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu \tau^I q_l)$	Q_{ed}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	$Q_{qu}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$
		$Q_{ud}^{(1)}$	$(\bar{u}_i \gamma_\mu u_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	$Q_{qu}^{(8)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu T^A q_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu T^A u_l)$
		$Q_{ud}^{(8)}$	$(\bar{u}_i \gamma_\mu T^A u_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu T^A d_l)$	$Q_{qd}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$
				$Q_{qd}^{(8)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu T^A q_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu T^A d_l)$
$(\bar{L}R)(\bar{R}L) \text{ and } (\bar{L}R)(\bar{L}R)$					
Q_{ledq}	$(\bar{l}_i^p e_j)(\bar{d}_k q_l^p)$	$Q_{quqd}^{(1)}$	$(\bar{q}_i^p u_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q d_l)$	$Q_{quqd}^{(8)}$	$(\bar{q}_i^p T^A u_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q T^A d_l)$
$Q_{lequ}^{(1)}$	$(\bar{l}_i^p e_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q u_l)$	$Q_{lequ}^{(3)}$	$(\bar{l}_i^p \sigma_{\mu\nu} e_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q \sigma^{\mu\nu} u_l)$		

SMEFT (Standard Model Effective Field Theory)



Minimal Flavor Violation (MFV) hypothesis

- SMのFlavor対称性 ($\bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi$)

- $G_F = SU(3)_{Q_L} \times SU(3)_{u_R} \times SU(3)_{d_R} \times SU(3)_{L_L} \times SU(3)_{e_R}$

Quarks/Leptonsの湯川結合の存在で破れる: $\bar{Q}_L Y_U^{ij} u_R^j \bar{H}, \dots$

Minimal Flavor Violation (MFV) hypothesis

- SMのFlavor対称性 ($\bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi$)

— $G_F = SU(3)_{Q_L} \times SU(3)_{u_R} \times SU(3)_{d_R} \times SU(3)_{L_L} \times SU(3)_{e_R}$

Quarks/Leptonsの湯川結合の存在で破れる: $\bar{Q}_L Y_U^{ij} u_R^j \bar{H}, \dots$

- Minimal Flavor Violation (MFV) hypothesis :

*D' Ambrosio-Giudice-Isidori-Strumia,
hep-ph/0207036*

i) 湯川結合 = Flavor対称性の下で非自明な表現

E.g., $Q_L: (3, 1, 1, 1, 1)$ $Y_U: (3, \bar{3}, 1, 1, 1)$
 $u_R: (1, 3, 1, 1, 1)$

ii) 全ての高次演算子はFlavor対称性の下で不変

E.g., $\bar{Q}_L Y_U Y_U^\dagger Q_L$ $Y_U Y_U^\dagger: (8, 1, 1, 1, 1)$

- #次元6の演算子: 2499 — > 111

本講演の目的

SMEFTの高次演算子:

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

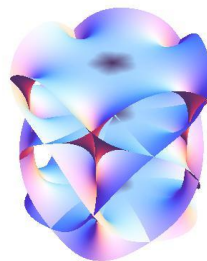
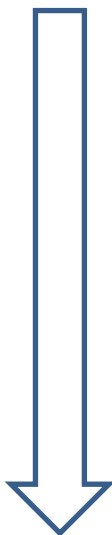
を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

講演内容:

1. 超弦理論の対称性(モジュラー対称性)に基づくSMEFT
2. 非可逆対称性に基づくSMEFT

超弦理論(高次元理論)に基づく有効理論

超弦理論 = 10 次元理論
(4次元宇宙 + 6次元余剰次元空間)

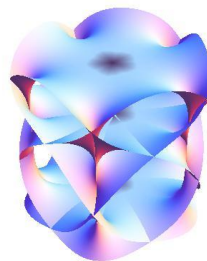
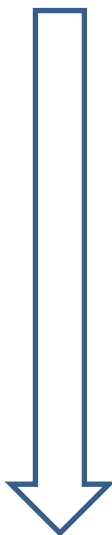


6次元余剰次元空間
に小さく・コンパクト化

4次元素粒子標準模型

超弦理論(高次元理論)に基づく有効理論

超弦理論 = 10 次元理論
(4次元宇宙 + 6次元余剰次元空間)



6次元余剰次元空間
に小さく・コンパクト化

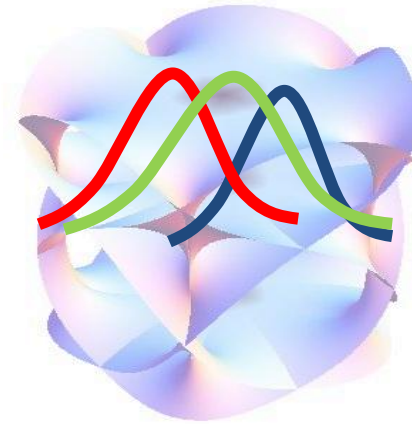
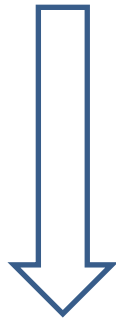
→ 多様体の幾何学的対称性
(モジュラー対称性)に注目

→ 4次元有効理論に強い制約

4次元素粒子標準模型

超弦理論(高次元理論)に基づく有効理論

超弦理論 = 10次元理論



6次元空間

素粒子の湯川結合

(波動関数の
重なり積分)

$$Y_{ij}(\tau) =$$

$$\int \text{クォーク}_i \text{クォーク}_j \text{ヒッグス}$$

余剰次元空間

$i, j = 1, 2, 3$

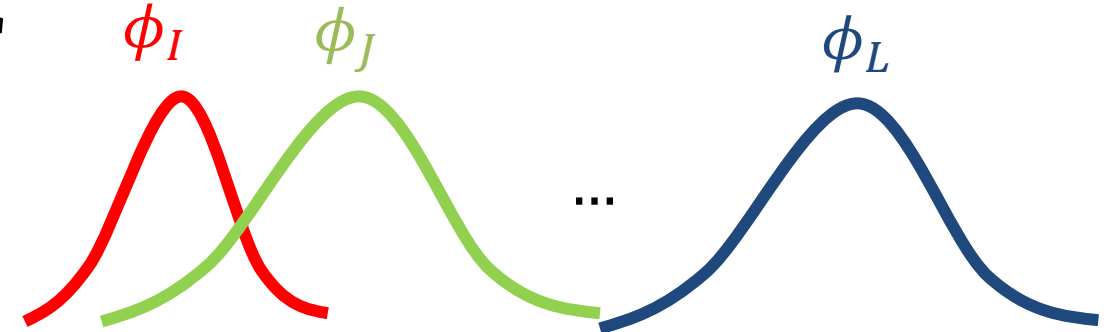
余剰次元空間計量の変形自由度(モジュライ τ)に依存
 τ に作用するモジュラー対称性が素粒子のフレーバー構造を決定！

高次演算子の幾何学的構造

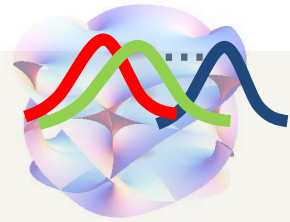
$$Y_{IJ\dots L} = \int \text{余剰次元空間} \quad \phi_I \quad \phi_J \quad \dots \quad \phi_L$$

The diagram illustrates the geometric structure of higher-order operators. It features a large integral symbol $\int$ followed by the text "余剰次元空間" (Extra-dimensional space). To the right of the integral, there are three bell-shaped curves representing fields ϕ_I (red), ϕ_J (green), and ϕ_L (blue). The curves are arranged sequentially, with ϕ_I and ϕ_J overlapping, and an ellipsis $\dots$ between ϕ_J and ϕ_L . The entire expression is enclosed in a black rectangular box.

高次演算子の幾何学的構造

$$Y_{IJ\dots L} = \int_{\text{余剰次元空間}} \phi_I \phi_J \dots \phi_L$$


- 4次元 n 点結合 (高次演算子)
= n 個のゼロモード波動関数の重なり積分
- 湯川結合同様にモジュライ依存 τ



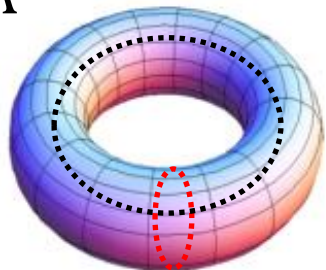
幾何学的対称性 = string EFTのもつ重要な特徴

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

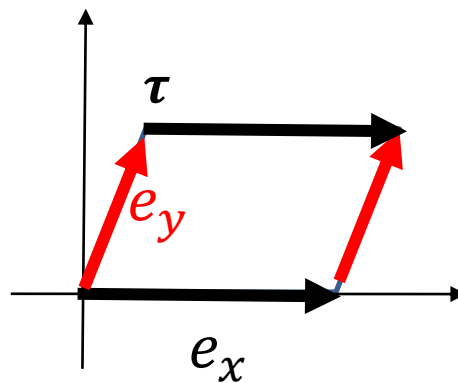

高次演算子の係数もモジュラー依存

$SL(2, \mathbb{Z})$ モジュラー対称性 ～2次元トーラス～

$$T^2 = \mathbb{C}/\Lambda$$



=



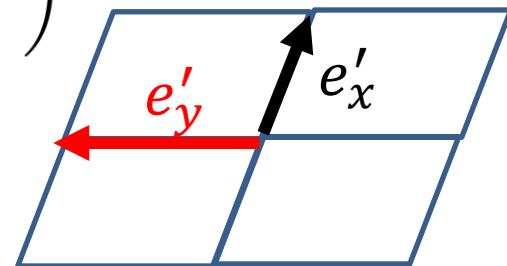
- Lattice ベクトルの持つ対称性:

$$\begin{pmatrix} e'_y \\ e'_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ s & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_y \\ e_x \end{pmatrix}$$

$p, q, s, t \in \mathbb{Z}$ satisfying $pt - qs = 1$

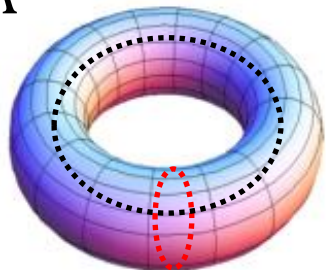
Two generators : S and T

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

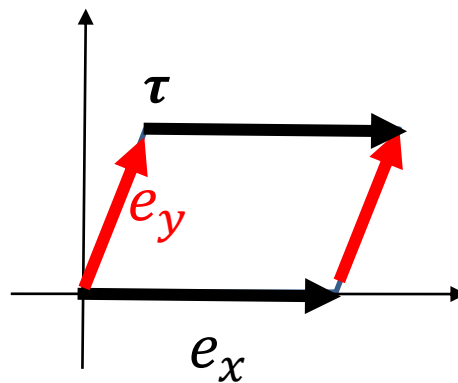


$SL(2, \mathbb{Z})$ モジュラー対称性 ～2次元トーラス～

$$T^2 = \mathbb{C}/\Lambda$$



=



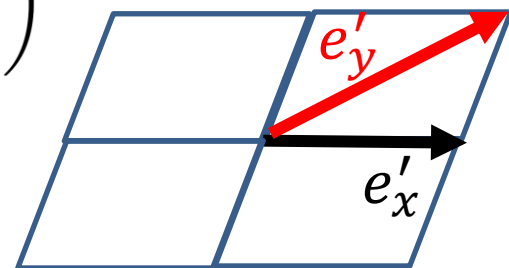
- Lattice ベクトルの持つ対称性:

$$\begin{pmatrix} e'_y \\ e'_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ s & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_y \\ e_x \end{pmatrix}$$

$p, q, s, t \in \mathbb{Z}$ satisfying $pt - qs = 1$

Two generators : S and T

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



モジュラー群に埋め込まれる非可換離散群

Modular group

$$\bar{\Gamma} \simeq \{S, T \mid S^2 = 1, (ST)^3 = 1\}$$

Finite subgroups

$$\Gamma_N = \bar{\Gamma}/\bar{\Gamma}(N) \quad \bar{\Gamma}(N): \text{congruence subgroup}$$

Non-abelian discrete groups :

$$\Gamma_3 \simeq S_3, \quad \Gamma_4 \simeq A_4, \quad \Gamma_5 \simeq S_4, \quad \Gamma_6 \simeq A_5, \dots$$

クォーク/レプトンのフレーバー対称性

モジュラー群に埋め込まれる非可換離散群

Modular group

$$\bar{\Gamma} \simeq \{S, T \mid S^2 = 1, (ST)^3 = 1\}$$

Finite subgroups

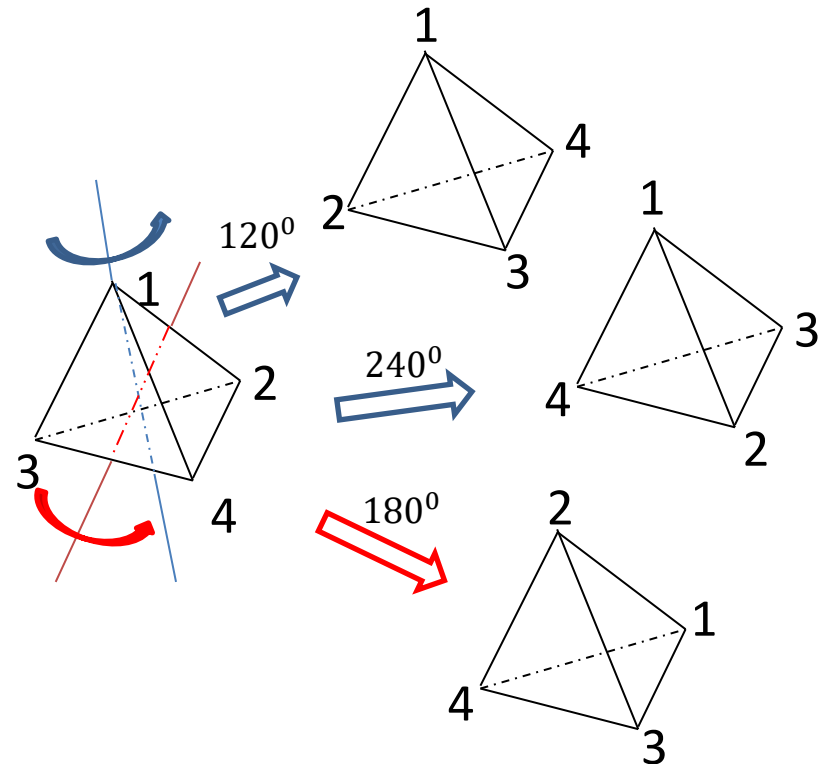
$$\Gamma_N = \bar{\Gamma} / \bar{\Gamma}(N)$$

$\bar{\Gamma}(N)$: congruence subgroup

$\Gamma_3 = A_4$: Tetrahedral symmetry

Generators : S and T

$$S^2 = (ST)^3 = T^3 = 1$$



モジュラー群に埋め込まれる非可換離散群

Modular group

$$\bar{\Gamma} \simeq \{S, T \mid S^2 = 1, (ST)^3 = 1\}$$

Finite subgroups

$$\Gamma_N = \bar{\Gamma} / \bar{\Gamma}(N) \quad \bar{\Gamma}(N): \text{congruence subgroup}$$

Non-abelian discrete groups :

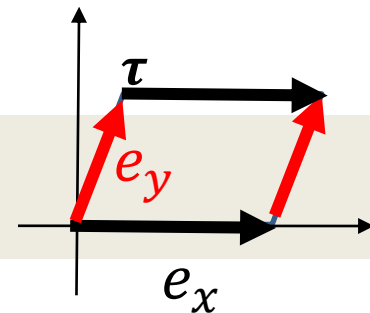
$$\Gamma_3 \simeq S_3, \quad \Gamma_4 \simeq A_4, \quad \Gamma_5 \simeq S_4, \quad \Gamma_6 \simeq A_5, \dots$$

F. Feruglio, 1706.08749

クォーク/レプトンの**フレーバー対称性**として盛んに議論されてきたが
従来のフレーバー模型とは何が違うのか？

従来のフレーバーモデルとの違い

- 湯川結合 $Y(\tau)$ はモジュライ $\tau (= e_y/e_x)$ 依存



— $Y(\tau)$ は τ のモジュラー変換のもとで、非自明に変換

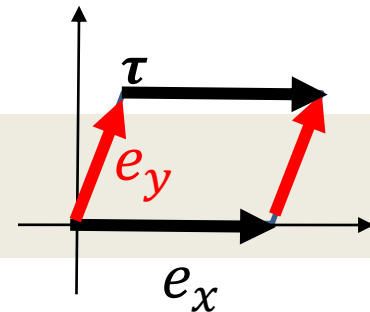
$$\tau \rightarrow \gamma\tau$$

$SL(2, \mathbb{Z})$ モジュラー変換

$$Y(\tau) \rightarrow \rho(\gamma)Y(\tau)$$

従来のフレーバーモデルとの違い

- 湯川結合 $Y(\tau)$ はモジュライ $\tau (= e_y/e_x)$ 依存



— $Y(\tau)$ は τ のモジュラー変換のもとで、非自明に変換

E.g., A_4 triplet with modular weight $k = 2$

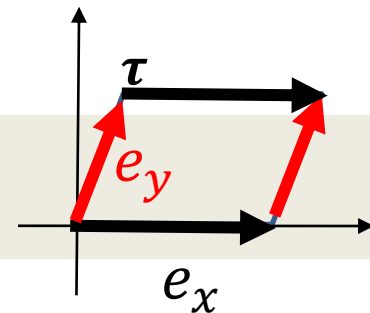
$$\begin{aligned} Y_1(\tau) &= \frac{i}{2\pi} \left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)} - \frac{27\eta'(3\tau)}{\eta(3\tau)} \right) \\ Y_2(\tau) &= \frac{-i}{\pi} \left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \omega^2 \frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \omega \frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)} \right), \\ Y_3(\tau) &= \frac{-i}{\pi} \left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \omega \frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \omega^2 \frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)} \right), \end{aligned}$$

η : Dedekind eta-function

F. Feruglio, 1706.08749

従来のフレーバーモデルとの違い

- 湯川結合 $Y(\tau)$ はモジュライ $\tau (= e_y/e_x)$ 依存



- $Y(\tau)$ は τ のモジュラー変換のもとで、非自明に変換

E.g., A_4 triplet with modular weight $k = 2$

$$Y_1(\tau) = 1 + 12q + 36q^2 + 12q^3 + \cdots,$$

$$Y_2(\tau) = -6q^{1/3}(1 + 7q + 8q^2 + \cdots),$$

$$Y_3(\tau) = -18q^{2/3}(1 + 2q + 5q^2 + \cdots).$$

$$q = e^{2\pi i \tau}$$

$$\text{Im}\tau \gg 1$$

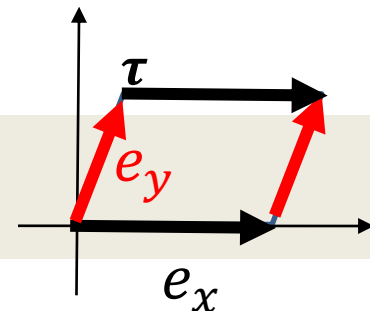
η : Dedekind eta-function

F. Feruglio, 1706.08749

- モジュライ依存の湯川結合
 - クォーク/レプトンセクターの質量/混合と整合的
 - レプトンセクターのCPの破れを予言

従来のフレーバーモデルとの違い

- 湯川結合 $Y(\tau)$ はモジュライ $\tau (= e_y/e_x)$ 依存



— $Y(\tau)$ は τ のモジュラー変換のもとで、非自明に変換

E.g., A_4 triplet with modular weight $k = 2$

$$Y_1(\tau) = 1 + 12q + 36q^2 + 12q^3 + \dots,$$

$$Y_2(\tau) = -6q^{1/3}(1 + 7q + 8q^2 + \dots),$$

$$Y_3(\tau) = -18q^{2/3}(1 + 2q + 5q^2 + \dots).$$

$$q = e^{2\pi i \tau}$$

$$\text{Im} \tau \gg 1$$

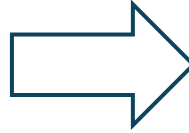
η : Dedekind eta-function

F. Feruglio, 1706.08749

— $\text{Re } \tau$ (axion) が **CP phase** を決定

- $\langle \tau \rangle$ がフレーバー/CP対称性とその破れを決定

$$\begin{array}{lcl}
 & [\bar{L}_R L_L] & \\
 A_4: & \{1, 1'', 1'\} \otimes 3 & \\
 k_I: & 0 \quad -2 &
 \end{array}$$



modular form

$$\begin{array}{lcl}
 & [\bar{L}_R Y(\tau_q) L_L] & \\
 & \{1, 1'', 1'\} \otimes 3 \otimes 3 & \\
 & 0 \quad 2 \quad -2 &
 \end{array}$$

	$\Rightarrow$	modular form $[\bar{L}_R Y(\tau_q) L_L]$
$A_4: \quad [\bar{L}_R L_L]$ $\{1, 1'', 1'\} \otimes 3$		$\{1, 1'', 1'\} \otimes 3 \otimes 3$
$k_I: \quad 0 \quad -2$		$0 \quad 2 \quad -2$

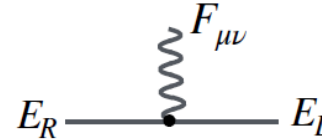
In interaction basis,

$$\begin{aligned}
 [\bar{L}_R \otimes Y(\tau) \otimes L_L]_1 &= \alpha_e \bar{e}_R \otimes (Y_1 e_L + Y_2 \tau_L + Y_3 \mu_L)_1 + \beta_e \bar{\mu}_R \otimes (Y_2 \mu_L + Y_1 \tau_L + Y_3 e_L)_{1''} \\
 &\quad + \gamma_e \bar{\tau}_R \otimes (Y_3 \tau_L + Y_1 \mu_L + Y_2 e_L)_{1'} \\
 &= (\bar{e}_R, \bar{\mu}_R, \bar{\tau}_R) \begin{pmatrix} \alpha_e & 0 & 0 \\ 0 & \beta_e & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1(\tau) & Y_3(\tau) & Y_2(\tau) \\ Y_2(\tau) & Y_1(\tau) & Y_3(\tau) \\ Y_3(\tau) & Y_2(\tau) & Y_1(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$\bar{R}L$	$\bar{\mu}_R \Gamma \tau_L$	$\bar{e}_R \Gamma \tau_L$	$\bar{e}_R \Gamma \mu_L$
$\bar{L}R$	$\bar{\mu}_L \Gamma \tau_R$	$\bar{e}_L \Gamma \tau_R$	$\bar{e}_L \Gamma \mu_R$
Coeff.	$\beta_e Y_3(\tau_e)$ $\gamma_e Y_2^*(\tau_e)$	$\alpha_e Y_2(\tau_e)$ $\gamma_e Y_3^*(\tau_e)$	$\alpha_e Y_3(\tau_e)$ $\beta_e Y_2^*(\tau_e)$

Lepton Flavor Violationsへの予言

Dipole operator



$$\mathcal{L}_{\text{dipole}} = \frac{1}{\Lambda^2} \left(c'_{e\gamma}_{LR} \mathcal{O}_{e\gamma}_{LR} + c'_{e\gamma}_{RL} \mathcal{O}_{e\gamma}_{RL} \right)$$

$$\mathcal{O}_{e\gamma}_{LR} = \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{E}_L \sigma^{\mu\nu} E_R F_{\mu\nu}$$

- Lepton mass matrices are well fitted
at $\tau = i + \epsilon$ ($|\epsilon| \simeq O(10^{-2})$)

- Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$) :

*T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, K. Yamamoto,
2204.12325, 2112.00493*

$$\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \gg \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \sim \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$$

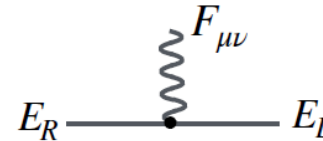
- $U(2)$:

$$\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \gg \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \gg \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$$

G. Isidori, J. Pages and F. Wilsch, 2111.13724

Lepton Flavor Violationsへの予言

Dipole operator



$$\mathcal{L}_{\text{dipole}} = \frac{1}{\Lambda^2} \left(c'_{e\gamma}_{LR} \mathcal{O}_{e\gamma}_{LR} + c'_{e\gamma}_{RL} \mathcal{O}_{e\gamma}_{RL} \right)$$

$$\mathcal{O}_{e\gamma}_{LR} = \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{E}_L \sigma^{\mu\nu} E_R F_{\mu\nu}$$

- Lepton mass matrices are well fitted
at $\tau = i + \epsilon$ ($|\epsilon| \simeq O(10^{-2})$)

- Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$) :

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, K. Yamamoto,
2204.12325, 2112.00493

$$\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \gg \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \sim \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$$

$$\text{U}(2) \quad \frac{\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)}{\text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)} \simeq \left| \frac{s_{12}^e \epsilon_1}{\sqrt{3} s_{13}^e + \epsilon_1} \right|^2 \simeq 1.3 \times 10^{-3},$$

$$\frac{\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)}{\text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)} \simeq \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^5 \left(\frac{\Gamma_\tau}{\Gamma_\mu} \right) \frac{3}{4} \left| \frac{1}{\sqrt{3} s_{13}^e + \epsilon_1} \right|^2 \left(\frac{\tilde{\alpha}_e}{\tilde{\gamma}_e} \right)^2 \simeq 4,$$

本講演の目的

SMEFTの高次演算子:

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

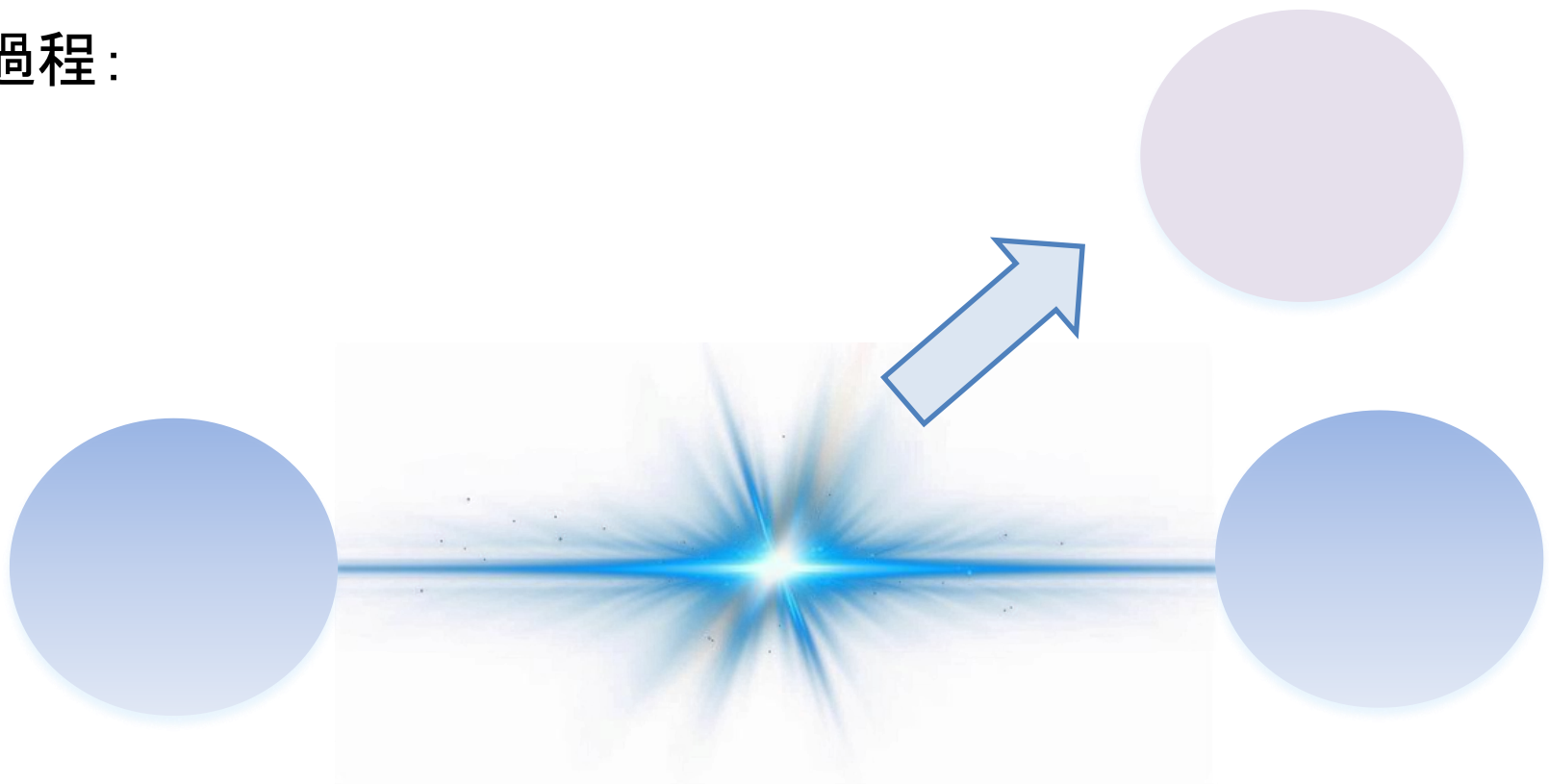
を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

講演内容:

1. 群論的対称性(モジュラー対称性)に基づくSMEFT
2. 非可逆対称性に基づくSMEFT

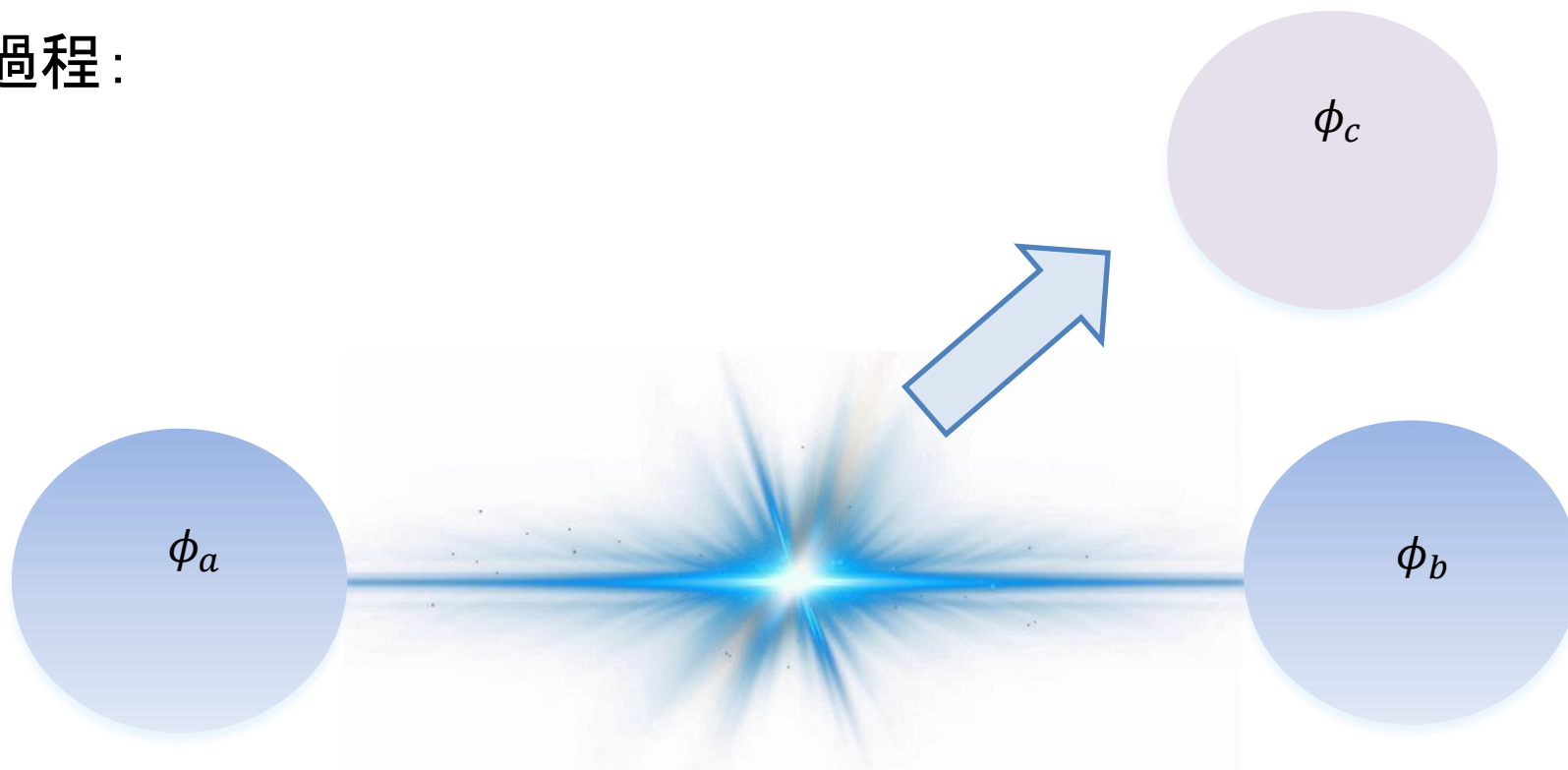
非可逆対称性が導く素粒子の選択則

散乱過程：



非可逆対称性が導く素粒子の選択則

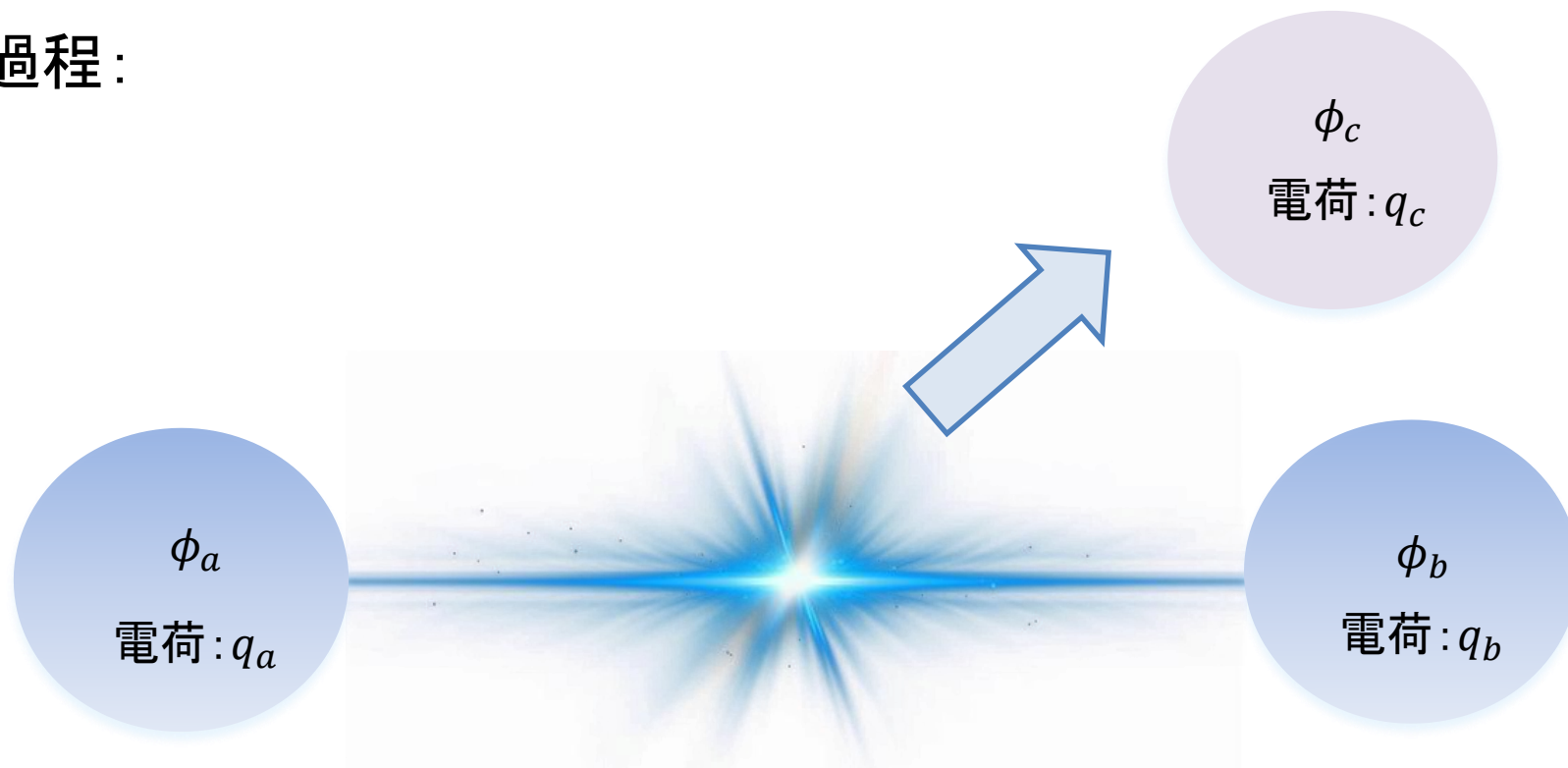
散乱過程：



対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。

非可逆対称性が導く素粒子の選択則

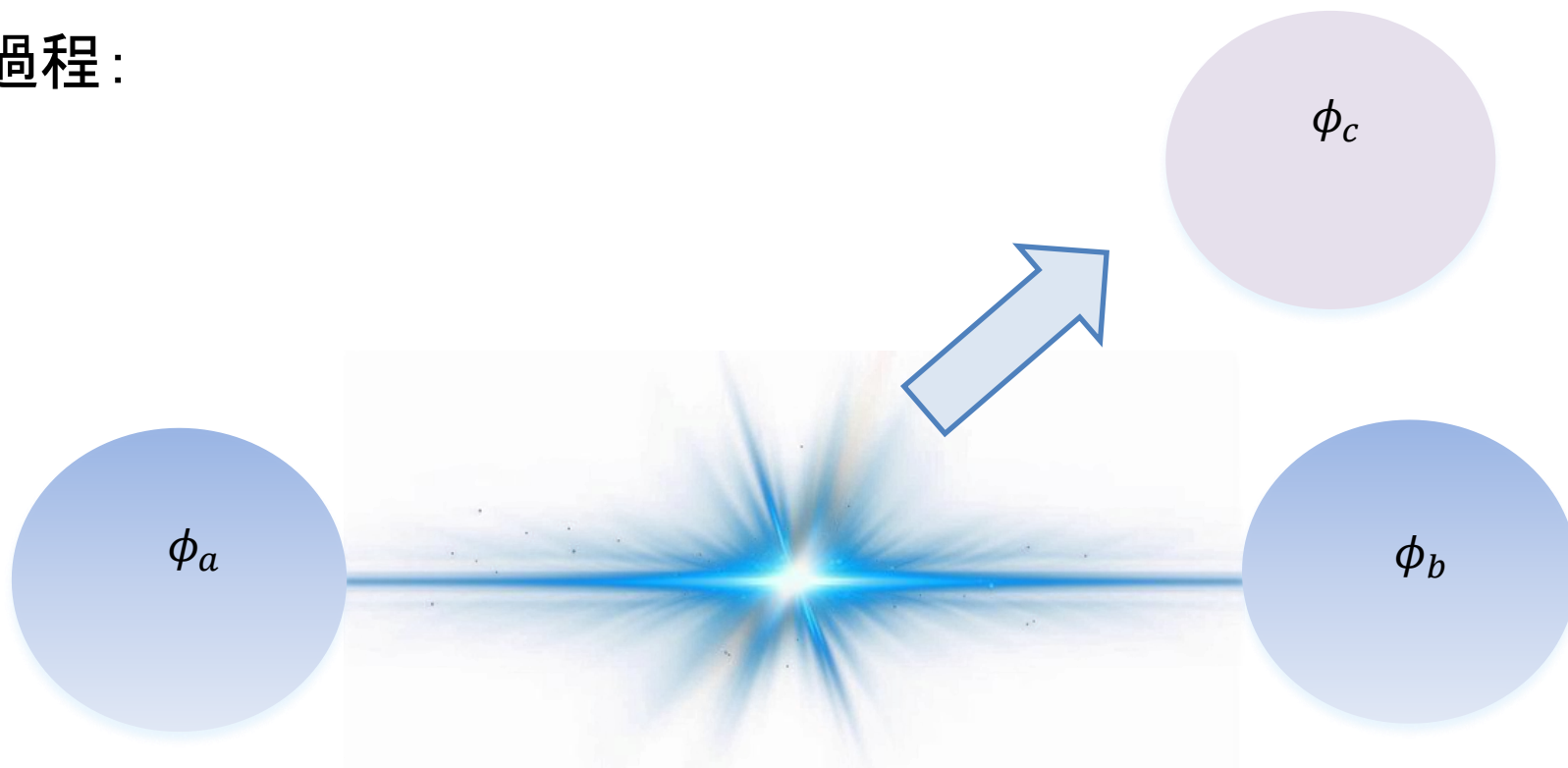
散乱過程:



対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。
(例えば、電荷の保存則: $\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$ ($q_a + q_b = q_c$))

非可逆対称性が導く素粒子の選択則

散乱過程:

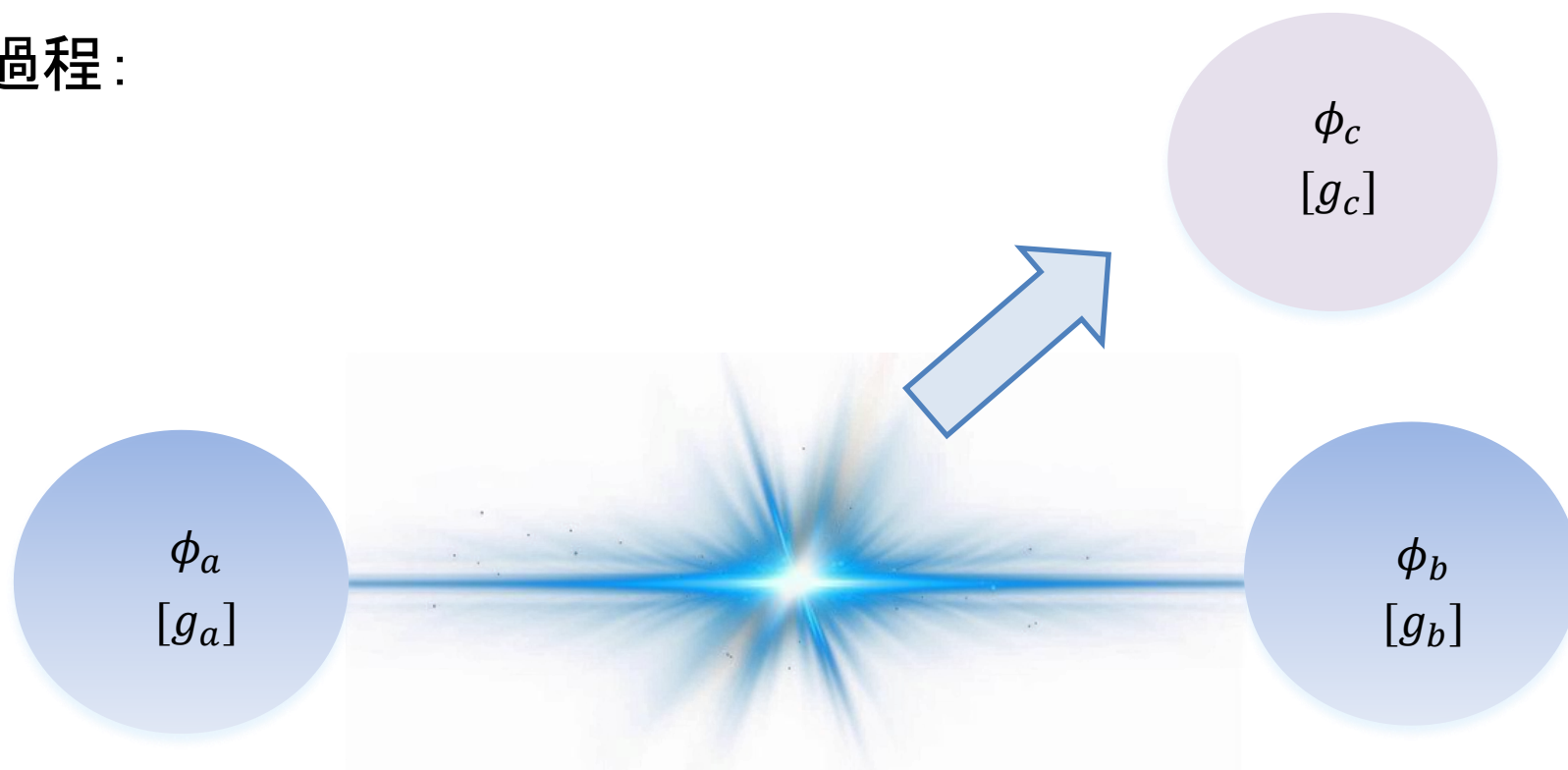


対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。
(例えば、電荷の保存則: $\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$ ($q_a + q_b = q_c$))

群論的対称性に由来する保存則に紐づけられていたが、
近年対称性の概念が一般化され、**非可逆対称性に基づく選択則**が進展している

非可逆対称性が導く素粒子の選択則

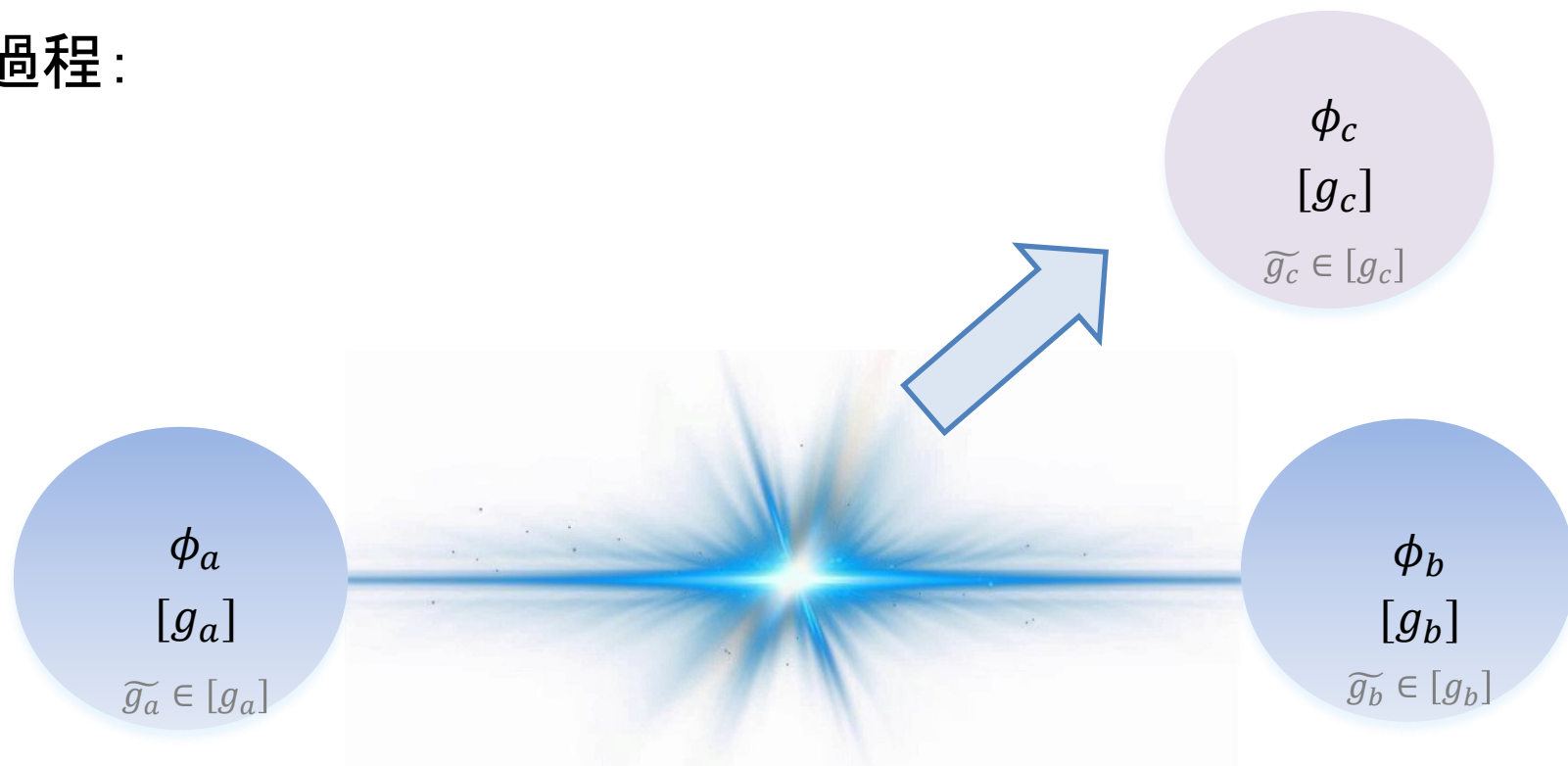
散乱過程:



例えば, 場 ϕ_a が群 G の共役類 $[g_a] = \{h g_a h^{-1} | h \in G\}$ でラベルされる場合:
共役類のテンソル積は一般に非可逆なものも含む. $[g_a] \cdot [g_b] = \sum_c N_{ab}^c [g_c]$

非可逆対称性が導く素粒子の選択則

散乱過程:



例えば, 場 ϕ_a が群 G の共役類 $[g_a] = \{h g_a h^{-1} | h \in G\}$ でラベルされる場合:
共役類のテンソル積は一般に非可逆なものも含む. $[g_a] \cdot [g_b] = \sum_c N_{ab}^c [g_c]$

$$\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$$

の相互作用は、 $\widetilde{g}_a \widetilde{g}_b \widetilde{g}_c = e$ (identity) を含めば許される

Texture zero approach

2世代のクォーク

- アップ型クォーク質量行列が対角となる基底では、



$$m_{\text{down}} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{M \gg m} \begin{pmatrix} m^2/M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_d & 0 \\ 0 & m_s \end{pmatrix}$$

Cabibbo角は次のように正しく予言される

$$\sin\theta_c \sim \tan\theta_c = m/M = \sqrt{m_d/m_s}$$

S. Weinberg (1977)

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 例として、 $U(1)$ または $\mathbb{Z}_N$ 対称性
- フェルミオンとヒッグスの電荷は、次を満たす必要がある

$$Q_1^L + Q_1^R + Q_H \neq 0$$

$$Q_1^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_1^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 例として、 $U(1)$ または $\mathbb{Z}_N$ 対称性
- フェルミオンとヒッグスの電荷は、次を満たす必要がある

$$Q_1^L + Q_1^R + Q_H \neq 0$$

$$Q_1^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_1^R + Q_H = 0$$

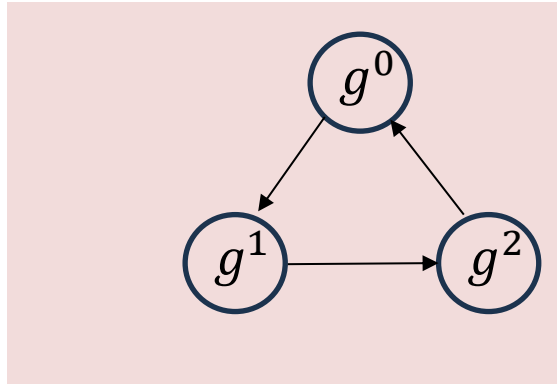
$$Q_2^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

- 解はない
- Weinberg textureをどう実現するか？

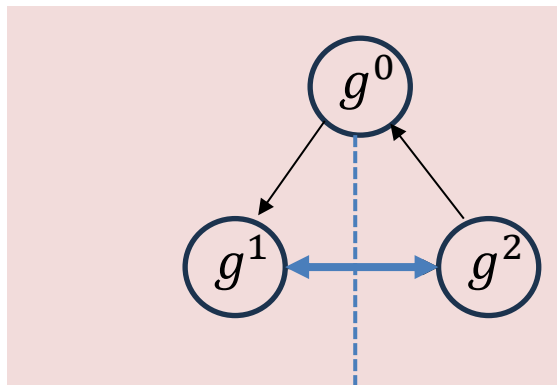
非可逆選択則

群の外部自己同型のゲージ化

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)

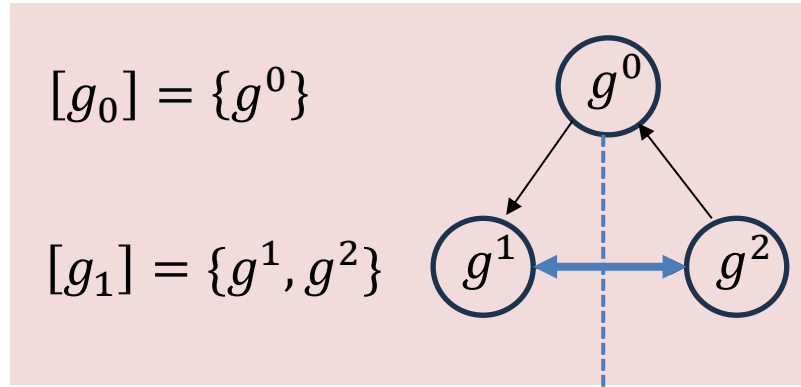


- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



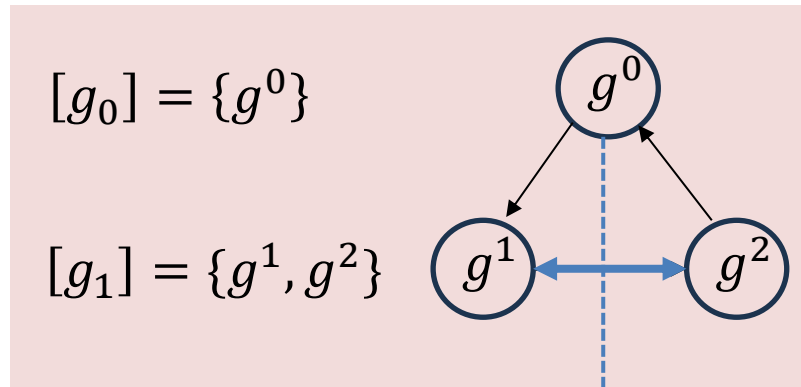
$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- 融合則:

フィボナッチ融合則

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

$$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I} = \mathbb{I}$$

$$\mathbb{I} \otimes \tau = \tau \otimes \mathbb{I} = \tau$$

$$\tau \otimes \tau = \mathbb{I} + \tau$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

群作用を伴わない選択則

- 例：フィボナッチ融合則（エニオンを記述）：

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

群作用を伴わない選択則

- 例：フィボナッチ融合則（エニオンを記述）：

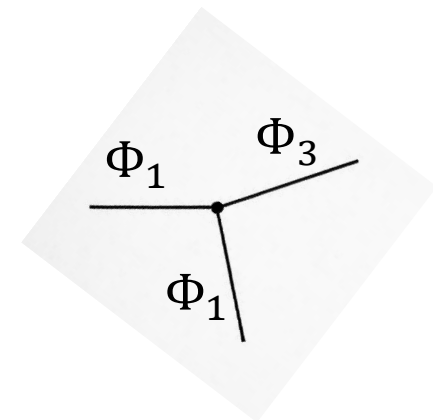
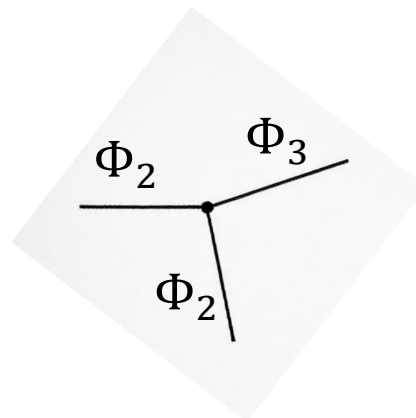
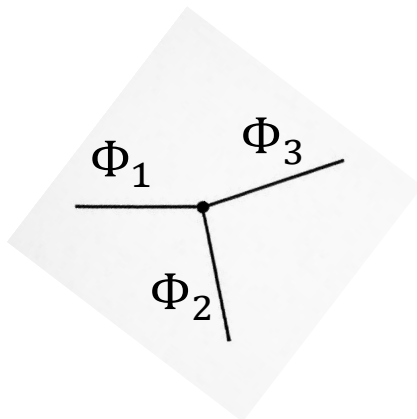
$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

- $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} = \{[g_0], [g_1], [g_1]\}$



群作用を伴わない選択則

- 例：フィボナッチ融合則（エニオンを記述）：

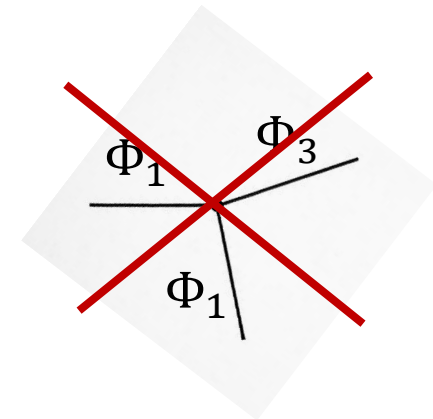
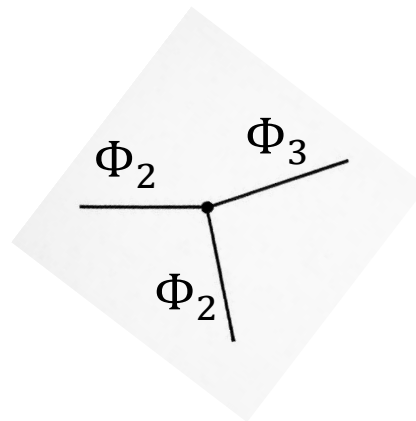
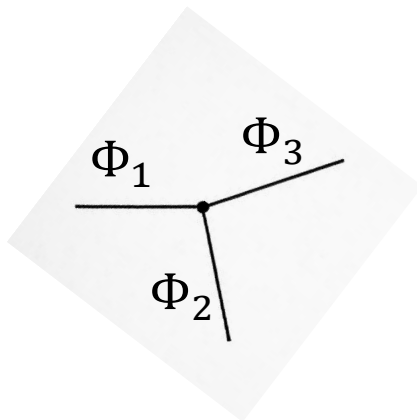
$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

- $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} = \{[g_0], [g_1], [g_1]\}$



非可逆選択則から得られるWeinberg texture

非可逆な選択則の応用例

- Fibonacci フュージョン則(2つのクラス $[g_0], [g_1]$) :

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

$[g_0]$: Identityを含むクラス

$[g_1]$: 逆元を持たない



S. Weinberg (1977)

素粒子の質量行列(クォーク_{*i*} - クォーク_{*j*} - ヒッグス $[g_1]$)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} [g_0] & [g_1] \end{array} \\ \begin{array}{c} [g_0] \\ [g_1] \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \end{array}$$

群論的な対称性に基づく選択則では, 上記の質量行列は得られないが
Fibonacci フュージョン則により導出可能

3世代における湯川 texture



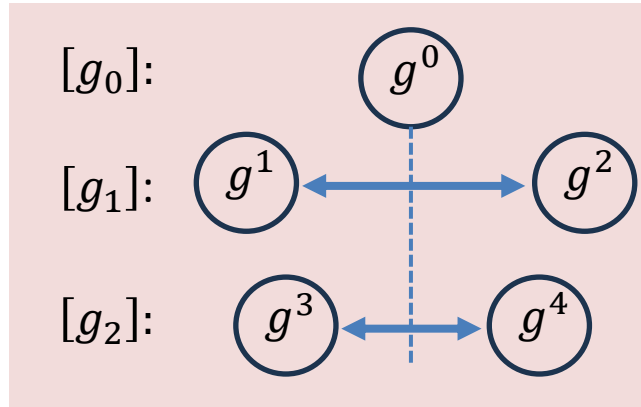
$$m^{(\text{Fritzsch, NNI})} = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

H. Fritzsch (78), G.C.Branco, L.Lavoura, F.Mota (89),...

$M = 5$ ($\mathbb{Z}_2$ ゲージ化: $\mathbb{Z}_5$)

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- 3つの異なるクラス :

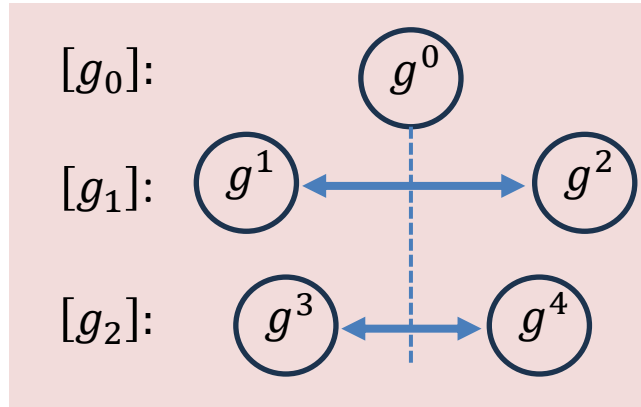


$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_5$

$M = 5$ ($\mathbb{Z}_2$ ゲージ化: $\mathbb{Z}_5$)

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- 3つの異なるクラス :



- 湯川結合 (3世代) :

左 : $([g_0], [g_1], [g_2])$

右 : $([g_0], [g_1], [g_2])$

ヒッグス : $[g_1]$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

* : 非ゼロ成分

融合則:

$$[g_0][g_0] = [g_0]$$

$$[g_1][g_1] = [g_0] + [g_2]$$

$$[g_2][g_2] = [g_0] + [g_1]$$

$$[g_1][g_2] = [g_1] + [g_2]$$

“最近接相互作用”

レプトンの湯川textures

- ワインバーグ演算子を伴うレプトンの湯川texturesを分類:

$$Y_{ij}\bar{L}_i H e_j + \frac{C_{ij}}{\Lambda} L_i H L_j H$$

例:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

* : 非ゼロ成分

- 荷電レプトン質量およびPMNS 行列と整合
- その他のTextures :

非可逆な選択則に基づくSMEFT (ongoing)

非可逆な選択則に基づくSMEFT

T. Kobayashi, H. O., M. Tanimoto, K. Yamamoto

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

Type-II two Higgs doublet model

SM場が非可逆な選択則に基づく“Charge”を持つ

湯川結合：

$$Y_u = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix} \quad Y_d \sim \begin{pmatrix} 0 & \lambda^3 & 0 \\ \lambda^3 & e^{i\phi_d} \lambda^2 & \lambda^2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad Y_e \sim \begin{pmatrix} 0 & \lambda^3 & 0 \\ \lambda^3 & e^{i\phi_e} \kappa \lambda^2 & 1 \\ 0 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda \simeq 0.2$$

ニュートリノ質量は(対角的な) Weinberg op.により生成

非可逆な選択則に基づくSMEFT

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

Dimension-6演算子の分類:

T. Kobayashi, H. O., M. Tanimoto, K. Yamamoto

Operator class	No symmetry, 3 Gen.	
	CP-even	CP-odd
$X^3, H^6, H^4 D^2, X^2 H^2$	9	6
$\psi^2 H^3$	27	27
$\psi^2 X H$	72	72
$\psi^2 H^2 D$	51	30
$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$	171	126
$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	360	288
$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$	255	195
$(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ and $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$	405	405
Total	1350	1149



Case (a)	
CP-even	CP-odd
9	6
27	27
39	39
51	30
66	21
190	118
192	132
121	121
695	494

非可逆な選択則に基づくSMEFT

例えば、 $(\bar{L}L)$ $(\bar{L}L)$ 演算子はTextures構造を持つ

$$\begin{aligned}Q_{\ell\ell} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \ell_L^j)(\bar{\ell}_L^k \gamma^\mu \ell_L^l), \\Q_{qq}^{(1)} &= C_{ijkl}(\bar{q}_L^i \gamma_\mu q_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu q_L^l), \\Q_{qq}^{(3)} &= C_{ijkl}(\bar{q}_L^i \gamma_\mu \tau^I q_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu \tau^I q_L^l), \\Q_{\ell q}^{(1)} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \ell_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu q_L^l), \\Q_{\ell q}^{(3)} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \tau^I \ell_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu \tau^I q_L^l).\end{aligned}$$

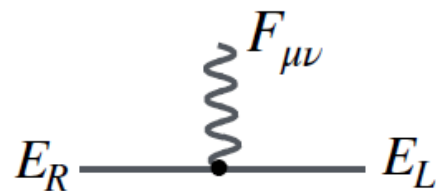
$$C_{ijkl}^{(a)} = f_{ijkl} (\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

f_{ijkl} : パラメータ

非可逆な選択則に基づくSMEFT

LFVへの予言:

Dipole operator



$$\mathcal{L}_{\text{dipole}} = \frac{1}{\Lambda^2} \left(c'_{e\gamma_{LR}} \mathcal{O}_{e\gamma_{LR}} + c'_{e\gamma_{RL}} \mathcal{O}_{e\gamma_{RL}} \right)$$

$$\mathcal{O}_{e\gamma_{LR}} = \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{E}_L \sigma^{\mu\nu} E_R F_{\mu\nu}$$

- Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$) と $U(2)$ の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_R \rightarrow e_L\gamma$ が支配的

- 非可逆な選択則の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_L \rightarrow e_R\gamma$ が支配的

SMEFTの高次演算子:

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

講演内容:

1. 群論的対称性(モジュラー対称性)に基づくSMEFT
2. 非可逆対称性に基づくSMEFT

SMEFTの高次演算子:

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

1. 超弦理論に基づく有効理論では、
湯川結合/高次演算子のフレーバー構造はモジュライ依存

- Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$): $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \gg \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \sim \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$
- $U(2)$: $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \gg \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \gg \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$

SMEFTの高次演算子:

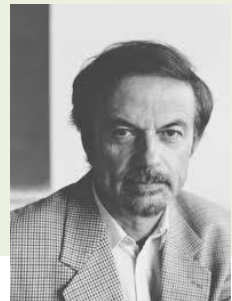
$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

2. 超弦理論に基づく有効理論では、
非可逆な選択則が素粒子のフレーバー構造を決定



$$M_d = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$$



$$M_{u,d}^{(\text{NNI})} = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

SMEFTの高次演算子:

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_6 + \dots$$

を通して、高次元理論(超弦理論)の痕跡を探る

2. 超弦理論に基づく有効理論では、
非可逆な選択則が素粒子のフレーバー構造を決定

Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$) と $U(2)$ の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_R \rightarrow e_L\gamma$ が支配的

非可逆な選択則の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_L \rightarrow e_R\gamma$ が支配的