

Avaliação de regiões operacionais para poços com *Gas Lift*: Um estudo comparativo entre modelos dinâmicos

Nicole Dias de Souza^a, Raony Maia Fontes^a, Leonardo Silva de Souza^a

^a Programa de Recursos Humanos para Descarbonização e Transformação Digital para a Indústria de Petróleo e Gás - PRH 41/UFBA.

* nicole.souza@ufba.br

RESUMO

Métodos de elevação artificial, como o *Gas Lift*, são empregados quando a energia natural do reservatório não é suficiente para sustentar o escoamento dos fluidos até a superfície. Entretanto, esses sistemas podem apresentar *Casing Heading*, fenômeno associado a oscilações cíclicas de pressão e vazão que prejudicam a produtividade e elevam os custos operacionais. Este trabalho controla e compara mapas de operabilidade de sistemas com *Gas Lift* representados pelos modelos de Eikrem et al. (2006) e Krishnamoorthy et al. (2016), avaliados nas formulações sem atrito e em modificações com perda de carga por atrito incorporada conforme Ribeiro et al. (2015). Para isso, foram realizadas simulações dinâmicas considerando diferentes combinações de vazão de injeção de gás, abertura da válvula de produção e razão gás-óleo, classificando os resultados em operação normal ou *Casing Heading*. Os mapas obtidos indicaram diferenças relevantes entre as regiões operacionais avaliadas. Os modelos baseados em Eikrem et al. (2006) apresentaram maior ocorrência de *Casing Heading*, enquanto os modelos baseados em Krishnamoorthy et al. (2016) indicaram regiões de *Casing Heading* mais restritas. Além disso, a inclusão da perda de carga por atrito ampliou a região de operação normal, sugerindo efeito amortecedor sobre o comportamento oscilatório. Assim, os resultados mostram que a formulação matemática adotada influencia diretamente a delimitação das regiões de surgimento de *Casing Heading*.

Palavras-chave: *Gas Lift*; *Casing Heading*; Operabilidade; Modelagem dinâmica.

1 Introdução

A técnica de *Gas Lift* é empregada quando a energia natural do reservatório é insuficiente para sustentar o escoamento dos fluidos até a superfície, consistindo na injeção de gás comprimido para reduzir a densidade da mistura no tubo de produção (Eikrem et al., 2002). No entanto, sistemas operando com *Gas Lift* podem apresentar instabilidades dinâmicas, com destaque para o *Casing Heading*, fenômeno caracterizado por oscilações cíclicas de pressão e produção que reduzem a produtividade e elevam os custos operacionais (Jahanshahi et al., 2012).

Na literatura, diferentes modelos dinâmicos têm sido propostos para representar o comportamento de poços com *Gas Lift*. Entre eles, podem ser citadas as formulações de Eikrem et al. (2006) e Krishnamoorthy et al. (2016), que se diferenciam pelas relações algébricas adotadas para o cálculo de densidades, pressões e vazões. Os modelos adotados neste trabalho, em sua formulação sem atrito, consideram predominantemente os efeitos hidrostáticos nas equações de pressão. No entanto, como a perda de carga por atrito pode influenciar a resposta produtiva do poço, especialmente em maiores vazões de gás injetado, também foram avaliadas modificações desses modelos com a inclusão do atrito nas equações de pressão, conforme abordagem apresentada por Ribeiro et al. (2015).

Conhecer as regiões operacionais de um processo é fundamental para tomada de decisão, uma vez que, através destas, pode-se investigar diferentes comportamentos deste processo, sendo possível mapear regiões de comportamentos desejáveis e indesejáveis. Para tanto a análise de operabilidade permite avaliar sistematicamente a relação entre entradas, distúrbios e saídas, possibilitando a identificação de regiões viáveis para operação (Ferreira et al., 2025). Em sistemas com *Gas Lift*, essa metodologia pode ser empregada para delimitar regiões de operação normal e regiões sujeitas ao *Casing Heading*.

Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo contruir e comparar mapas de operabilidade obtidos a partir de quatro formulações dinâmicas: modelo de Eikrem et al. (2006) sem atrito, modelo de Eikrem et al. (2006) modificado com atrito, modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) sem atrito e modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) modificado com atrito. Nas formulações modificadas, a perda de carga por atrito é incorporada às equações

de pressão conforme a abordagem de Ribeiro et al. (2015). A comparação é realizada em função da vazão de injeção de gás, da abertura da válvula de produção e da razão gás-óleo, buscando identificar como a escolha do modelo e a inclusão do atrito influenciam a delimitação das regiões de operação normal e de ocorrência de *Casing Heading*.

2 Metodologia

A metodologia deste trabalho consiste na construção e comparação de mapas de operabilidade para diferentes formulações dinâmicas de poços com *Gas Lift*. Foram avaliados quatro casos: o modelo de Eikrem et al. (2006) com e sem atrito, e o modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) com e sem atrito. Para cada formulação, realizaram-se simulações dinâmicas em diferentes combinações de vazão de injeção de gás, abertura da válvula de produção e razão gás-óleo, classificando os resultados em operação normal ou *Casing Heading*.

2.1 Modelos dinâmicos avaliados

Os modelos avaliados compartilham a mesma estrutura dinâmica fundamental, baseada no seguinte balanço de massa:

$$\begin{cases} \dot{m}_{ga} &= w_{gl} - w_{iv} \\ \dot{m}_{gt} &= w_{iv} + w_{rg} - w_{pg} \\ \dot{m}_{ot} &= w_{ro} - w_{po} \end{cases} \quad (1)$$

em que m_{ga} é a massa de gás no anular, m_{gt} a massa de gás no tubo de produção, m_{ot} a massa de óleo no tubo de produção, w_{gl} representa a vazão de gás injetado, w_{iv} é a vazão de gás através da válvula de injeção, w_{rg} é a vazão de gás proveniente do reservatório, w_{pg} é a vazão de gás produzida, w_{ro} é a vazão de óleo proveniente do reservatório e w_{po} é a vazão de óleo produzida. Neste trabalho, w_{gl} corresponde à vazão de gás injetado na região anular do poço.

A vazão total através da válvula de produção, w_{pc} , é calculada conforme:

$$w_{pc} = C_{pc} 50^{\alpha-1} \sqrt{\rho_w \max(0, p_{wh} - p_s)}, \quad (2)$$

em que C_{pc} é o coeficiente da válvula de produção, α é a abertura da válvula, ρ_w é a densidade da mistura no tubo de produção, p_{wh} é a pressão na cabeça do poço e p_s é a pressão do separador.

As vazões produzidas de gás, w_{pg} , e óleo, w_{po} , são calculadas a partir da vazão total na válvula de produção, w_{pc} , ponderadas pela fração mássica de cada fase no tubo de produção, conforme as Equações (3) e (4).

$$w_{pg} = \frac{m_{gt}}{m_{gt} + m_{ot}} w_{pc}, \quad (3)$$

$$w_{po} = \frac{m_{ot}}{m_{gt} + m_{ot}} w_{pc}. \quad (4)$$

Já a vazão de gás proveniente do reservatório, w_{rg} , é relacionada à vazão de óleo pela razão gás-óleo, *GOR*, conforme a Equação (5).

$$w_{rg} = GOR \cdot w_{ro}, \quad (5)$$

onde w_{ro} é a vazão de óleo proveniente do reservatório.

Embora os modelos de Eikrem et al. (2006) e Krishnamoorthy et al. (2016) compartilhem a estrutura das Equações (1) a (5), eles diferem nas equações de fechamentos algébricos utilizados para o cálculo de densidades, pressões e influxo do reservatório. A Tabela 1 apresenta as diferenças entre as equações.

Tabela 1: Comparação dos fechamentos algébricos adotados nos modelos de Eikrem et al. (2006) e Krishnamoorthy et al. (2016).

Variável	Símbolo	Eikrem et al. (2006)	Krishnamoorthy et al. (2016)
Densidade da mistura no tubo de produção	ρ_w	$\rho_w = \frac{m_{gt} + m_{ot}}{L_w A_w}$	$\rho_w = \frac{m_{gt} + m_{ot} - \rho_o L_r A_r}{L_w A_w}$
Pressão no ponto de injeção	p_{wi}	$p_{wi} = p_{wh} + \frac{g}{A_w} (m_{gt} + m_{ot})$	$p_{wi} = p_{wh} + \frac{g H_w}{A_w L_w} (m_{ot} + m_{gt} - \rho_o L_r A_r)$
Pressão de fundo	p_{bh}	$p_{bh} = p_{wi} + \rho_o g L_r$	$p_{bh} = p_{wi} + \rho_w g L_r$
Influxo de óleo do reservatório	w_{ro}	$w_{ro} = C_{ro} \sqrt{\rho_o \max(0, p_r - p_{bh})}$	$w_{ro} = PI (p_r - p_{bh})$

Em que, ρ_w representa a densidade da mistura no tubo de produção; L_w e A_w são o comprimento e a área da seção transversal do tubo de produção, respectivamente. ρ_o é a densidade do óleo, L_r e A_r representam o comprimento e a área da região abaixo do ponto de injeção; p_{wi} é a pressão no ponto de injeção, p_{wh} é a pressão na cabeça do poço; g é a aceleração da gravidade; H_w é a altura vertical do tubo de produção, C_{ro} é o coeficiente de escoamento do reservatório, p_r é a pressão do reservatório; e PI é o índice de produtividade.

Percebe-se que as principais diferenças entre os modelos estão associadas ao cálculo da densidade da mistura, das pressões e do influxo de óleo do reservatório. No modelo de Eikrem et al. (2006), a densidade no tubo é calculada diretamente pela razão entre a massa total no tubo e o volume considerado, enquanto no modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) é descontada a contribuição da região abaixo do ponto de injeção, representada por $\rho_o L_r A_r$. Além disso, no cálculo da pressão de fundo, o modelo de Eikrem et al. (2006) utiliza a densidade do óleo, ρ_o , enquanto o modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) utiliza ρ_w . Para o influxo de óleo do reservatório, o primeiro modelo adota o coeficiente C_{ro} , enquanto o segundo utiliza o índice de produtividade, PI .

2.2 Modelos modificados com atrito

Além das formulações originais, foram implementadas versões modificadas com perda de carga por atrito: o modelo de Eikrem et al. (2006) modificado com atrito e o modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) modificado com atrito. A inclusão do atrito foi realizada nas equações algébricas de pressão, p_{wi} e pressão de fundo, p_{bh} por meio da adição de termos de perda de pressão calculados pela equação de Darcy-Weisbach, conforme apresentado por Ribeiro et al. (2015).

No modelo de Eikrem et al. (2006) modificado com atrito, as novas equações de pressão são dadas por:

$$p_{wi} = p_{wh} + \frac{g}{A_w} (m_{gt} + m_{ot}) + \Delta p_{f,w}, \quad (6)$$

$$p_{bh} = p_{wi} + \rho_o g L_r + \Delta p_{f,r}. \quad (7)$$

Já para o modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) modificado com atrito, as pressões foram calculadas por:

$$p_{wi} = p_{wh} + \frac{g}{A_w L_w} (m_{ot} + m_{gt} - \rho_o L_r A_r) H_w + \Delta p_{f,w}, \quad (8)$$

$$p_{bh} = p_{wi} + \rho_w g H_r + \Delta p_{f,r}. \quad (9)$$

Nas Equações (6) a (9), $\Delta p_{f,w}$ representa a perda de pressão por atrito na seção entre a cabeça do poço e a válvula de injeção de *Gas Lift*, enquanto $\Delta p_{f,r}$ representa a perda de pressão por atrito na seção abaixo da válvula de injeção. Assim, as versões modificadas com atrito permitem avaliar o efeito da perda de carga sobre a resposta dinâmica dos modelos e sobre os mapas de operabilidade.

2.3 Análise de operabilidade

A análise de operabilidade do sistema com *Gas Lift*, considerando a ocorrência do fenômeno de *Casing Heading*, foi baseada na abordagem apresentada por Ferreira et al. (2025), a qual define cinco conjuntos principais: conjunto de entradas disponíveis, *AIS* (*Available Input Set*); conjunto de saídas alcançáveis, *AOS* (*Achievable Output Set*); conjunto de distúrbios esperados, *EDS* (*Expected Disturbance Set*); conjunto de saídas desejadas, *DOS* (*Desired Output Set*); e conjunto de entradas desejadas, *DIS* (*Desired Input Set*). Para a construção dos

conjuntos *AOS*, *DOS* e *DIS*, Ferreira et al. (2025) propõem a simulação dinâmica de um modelo fenomenológico baseado em equações algébrico-diferenciais, genericamente representado por:

$$M = \{\dot{x} = f(x, u, d); y = g(x, u, d); h_1(\dot{x}, x, y, \dot{u}, u, d) = 0; h_2(\dot{x}, x, y, \dot{u}, u, d) \leq 0\}. \quad (10)$$

Na Equação (10), x representa o vetor de estados, y o vetor de saídas, u o vetor de entradas manipuladas, d o vetor de distúrbios conhecidos, e h_1 e h_2 representam, respectivamente, restrições de igualdade e desigualdade.

Neste trabalho, os estados são definidos como $x = [m_{ga} \ m_{gt} \ m_{ot}]^T \in \mathbb{R}^3$ as entradas são $u = [w_{gl} \ \alpha]^T \in \mathbb{R}^2$, o distúrbio $d = GOR$ e as saídas $y = [p_{bh} \ w_{po}]^T \in \mathbb{R}^2$.

Sendo assim, o conjunto de entradas disponíveis é dado por $AIS = \{(w_{inj}, \alpha) \mid 0.2 \leq w_{inj} \leq 2.0, 0.1 \leq \alpha \leq 1.0\}$ e o conjunto de distúrbios esperados definido como $EDS = \{d \in \mathbb{R} \mid 0.01 \leq d \leq 0.08\}$

Para cada combinação de entrada pertencente ao *AIS*, e para cada valor de *GOR* pertencente ao *EDS*, foram realizadas simulações dinâmicas dos quatro modelos avaliados. Dessa forma, é obtido o conjunto de saídas alcançáveis, *AOS*, definido como $AOS = \{y \mid y = M(u, d), u \in AIS, d \in EDS\}$

Após a obtenção do *AOS*, cada simulação foi classificada com base no comportamento dinâmico das variáveis de estado. Quando as respostas convergiram para um regime estacionário, a condição foi classificada como operação normal, sendo assumido o próprio estacionário da saída para compor o *AOS*. Quando foram observadas oscilações persistentes, associadas a ciclos-limite, a condição foi classificada como *Casing Heading* e as saídas que, compõe o *AOS*, foi representada por sua média temporal.

Com base nessa classificação, o conjunto de saídas desejadas foi definido por

$$DOS(d) = \{y \in AOS(d) \mid \text{sistema sem Casing Heading}\}. \quad (11)$$

e, por conseguinte, o conjunto de entradas desejadas dada por

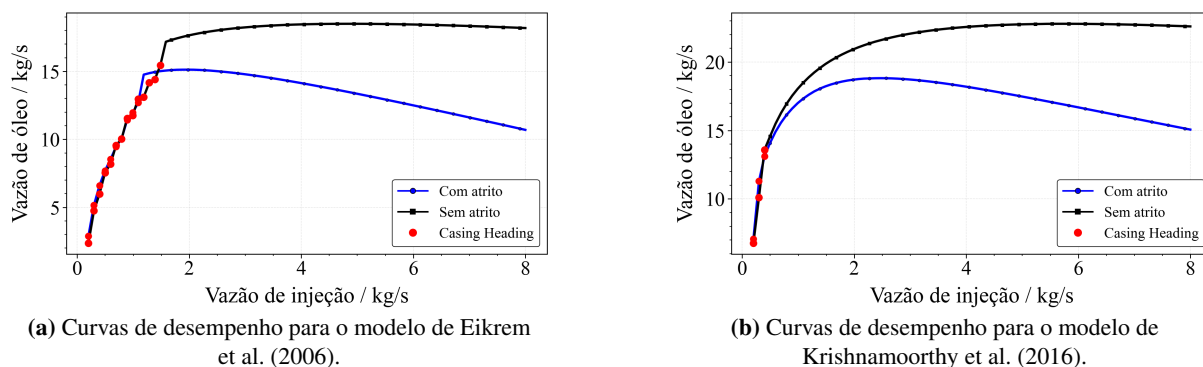
$$DIS(d) = \{u \in AIS \mid M(u, d) \in DOS(d)\}. \quad (12)$$

Portanto, o *DIS*, definido na Equação (12), representa as combinações de vazão de injeção de gás e abertura da válvula de produção que resultam em operação normal.

3 Resultados e Discussão

Em um sistema de elevação por *Gas Lift*, a curva de desempenho ilustra a capacidade de óleo produzido (w_{po}) pela vazão de gás injetado (w_{gl}). Dessa maneira, a Figura 1 apresenta a comparação das curvas de desempenho dos modelos avaliados neste trabalho.

Figura 1: Comparação das curvas de desempenho obtidas para os modelos avaliados.



A Figura 1a compara as curvas de desempenho dos modelos baseado em Eikrem et al. (2006) com e sem atrito. Para baixas vazões de gás injetado, ambos os modelos apresentam aumento de w_{po} com o aumento de w_{gl} .

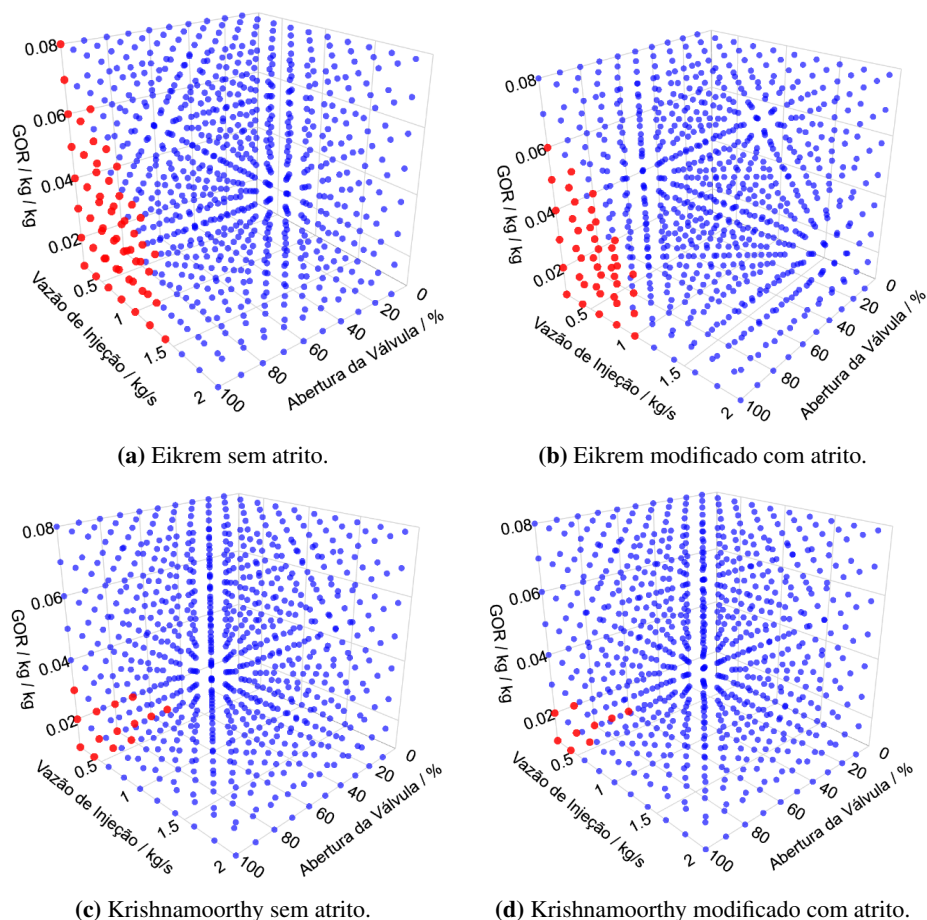
Entretanto, em maiores valores de w_{gl} , o modelo com atrito apresenta um ponto de máximo seguido de redução da vazão de óleo, evidenciando a inversão de ganho característica de sistemas de *Gas Lift*. O modelo sem atrito tende a manter o crescimento ou a estabilização da produção, não capturando adequadamente esse efeito. De maneira semelhante, a Figura 1b mostra que a inclusão do atrito no modelo de Krishnamoorthy et al. (2016) também permite representar a inversão de ganho da curva de desempenho. Em comparação com a Figura 1a, observa-se menor quantidade de pontos associados ao *Casing Heading*.

3.1 Mapas de operabilidade

A Figura 2 apresenta os mapas de operabilidade obtidos para os quatro modelos avaliados. Os mapas foram construídos no espaço das entradas formado pela vazão de injeção de gás, abertura da válvula de produção e razão gás-óleo. Os pontos vermelhos indicam combinações classificadas como *Casing Heading*, enquanto os pontos azuis representam condições de operação normal. Observa-se que, em todos os casos, a ocorrência de *Casing Heading* se concentra principalmente em regiões de menor vazão de injeção de gás, maiores abertura de válvula e menores valores de GOR. Esse comportamento indica que, nessas condições, o sistema apresenta maior tendência ao surgimento de oscilações cíclicas. À medida que a vazão de injeção aumenta, a região de operação normal se torna predominante.

Comparando os Eikrem et al. (2006) com e sem atrito (Figuras 2 (a) e 2 (b)), verifica-se que a inclusão do atrito reduz a região associada ao *Casing Heading*. Essa redução indica que a perda de carga por atrito modifica a resposta dinâmica do sistema e amplia a região de operação normal. O mesmo efeito é observado na comparação entre os modelos baseados na formulação de Krishnamoorthy et al. (2016) com e sem atrito (Figuras 2 (c) e 2 (d)).

Figura 2: Comparação dos mapas de operabilidade no espaço das entradas para os quatro modelos avaliados



Quando comparados entre si, os modelos baseados em Eikrem et al. (2006) apresentam maior quantidade de pontos classificados como *Casing Heading*, enquanto os modelos baseados em Krishnamoorthy et al. (2016) indicam uma região de *Casing Heading* mais restrita. Assim, os mapas evidenciam que a escolha da formulação matemática influencia diretamente a delimitação das regiões de operação normal e de *Casing Heading*.

4 Conclusão

Este trabalho comparou mapas de operabilidade de poços com *Gas Lift* obtidos a partir de quatro formulações dinâmicas: os modelos de Eikrem et al. (2006) e Krishnamoorthy et al. (2016), avaliados nas formas sem atrito e com perda de carga por atrito incorporada segundo a abordagem de Ribeiro et al. (2015). Os resultados mostraram que a escolha do modelo matemático influencia diretamente a delimitação das regiões de operação normal e de *Casing Heading*.

De forma geral, os resultados mostram dois efeitos principais. Primeiro, a inclusão da perda de carga por atrito tende a expandir a região de operação normal, reduzindo a ocorrência de *Casing Heading*. Segundo, a formulação matemática adotada altera significativamente o mapa de operabilidade: os modelos baseados em Eikrem et al. (2006) apresentaram maior ocorrência de *Casing Heading*, enquanto os modelos baseados em Krishnamoorthy et al. (2016) indicaram regiões instáveis mais restritas.

Assim, conclui-se que tanto o nível de detalhamento do modelo quanto a consideração do atrito são fatores relevantes para a construção dos mapas de operabilidade e para a definição de regiões seguras de operação.

Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), através do Programa de Recursos Humanos em Descarbonização e Transformação Digital para Indústria de Petróleo e Gás da Universidade Federal da Bahia (PRH 41/UFBA), sob a gestão da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2025/03627-1.

Referências

- Eikrem, G. O., Aamo, O. M., & Foss, B. A. (2006). Stabilization of Gas-Distribution Instability in Single-Point Dual Gas Lift Wells. *SPE Production & Operations*, 21(02), 252–259. <https://doi.org/10.2118/97731-PA>
- Eikrem, G. O., Foss, B., Imsland, L., Hu, B., & Golan, M. (2002). STABILIZATION OF GAS LIFTED WELLS [15th IFAC World Congress]. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1), 139–144. <https://doi.org/https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.01491>
- Ferreira, U. G., da Silva Neiro, S. M., Oliveira-Lopes, L. C., da Costa, T. V., Bispo, H., & Lima, F. V. (2025). Operability for process flowsheet analysis. *Digital Chemical Engineering*, 15, 100229. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.dche.2025.100229>
- Jahanshahi, E., Skogestad, S., & Hansen, H. (2012). Control structure design for stabilizing unstable gas-lift oil wells [8th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes]. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(15), 93–100. <https://doi.org/https://doi.org/10.3182/20120710-4-SG-2026.00110>
- Krishnamoorthy, D., Foss, B., & Skogestad, S. (2016). Real-Time Optimization under Uncertainty Applied to a Gas Lifted Well Network. *Processes*, 4, 52. <https://doi.org/10.3390/pr4040052>
- Ribeiro, C., Miyoshi, S., Secchi, A., & Bhaya, A. (2015). Model Predictive Control with quality requirements on petroleum production platforms. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 137. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.11.004>