

# Modelagem e Simulação de Cenários de Perturbação no Cultivo de Microalgas em Lagoa Raceway

Gabriela de Assis Ferreira<sup>a\*</sup>, Príamo Melo<sup>a</sup>, Argimiro Resende Secchi<sup>a</sup>, Roymel Rodríguez Carpio<sup>a</sup>

<sup>a</sup> COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Química, Rio de Janeiro-RJ, Brasil

\* gabriela.ferreira@peq.coppe.ufrj.br

## RESUMO

O cultivo de microalgas em lagoas raceway tem se consolidado como uma tecnologia promissora para captura de carbono e produção de biomassa de valor agregado. No entanto, sistemas abertos estão sujeitos a diversas perturbações que podem comprometer a produtividade. Este trabalho apresenta um modelo matemático fenomenológico para descrever a dinâmica de crescimento de cianobactérias em lagoa raceway com alimentação contínua, incorporando os efeitos de luz, carbono, nitrogênio, pH e salinidade. O modelo baseia-se no formalismo de Droop para crescimento celular, acoplado a balanços de massa para  $\text{CO}_2$  e  $\text{NH}_4^+$ , e a um submodelo para cálculo do pH. Foram simulados sete cenários de perturbação: redução de luz, contaminação (pH ácido), evaporação, aumento de salinidade, aumento de alimentação, remoção de biomassa e remoção de volume. Os resultados demonstram que o sistema é particularmente sensível a perturbações no pH e na alimentação de  $\text{CO}_2$ , enquanto apresenta resiliência moderada a variações de salinidade. A metodologia desenvolvida fornece uma base para análise de robustez e projeto de estratégias de controle para cultivos em escala industrial.

**Palavras-chave:** Modelagem fenomenológica; Microalgas; Lagoa Raceway; Perturbações; Simulação.

## 1 Introdução

Nos últimos anos, o cultivo de microalgas tem ganhado destaque como uma tecnologia promissora para captura de carbono e produção de biomassa de valor agregado, especialmente no contexto de descarbonização e economia circular (García-Sánchez et al., 2025). Microalgas são microrganismos fotossintetizantes responsáveis por 40 a 50% do oxigênio atmosférico, com metabolismo capaz de converter gás carbônico e óxidos de nitrogênio em biomassa. Dentre os sistemas de cultivo, as lagoas raceway destacam-se por seu menor custo de implementação e facilidade de operação em comparação com biorreatores fechados (Chisti, 2016). No entanto, estes sistemas apresentam desafios significativos relacionados à baixa produtividade, que tipicamente não ultrapassa  $15 \text{ g/m}^2/\text{dia}$ , e à dificuldade de manutenção de parâmetros ótimos de operação devido à alta evaporação e contaminações externas (Delrue et al., 2017). Neste contexto, a modelagem matemática torna-se uma ferramenta essencial para compreender a dinâmica do sistema, avaliar sua resiliência a perturbações e projetar estratégias de controle. Este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo fenomenológico para o cultivo de microalgas em lagoa raceway e utilizá-lo para simular o comportamento do sistema sob diferentes cenários de perturbação, incluindo variações climáticas, contaminações e estratégias operacionais de coleta.

## 2 Metodologia

### 2.1 Modelagem Matemática do Cultivo

O modelo matemático desenvolvido descreve a dinâmica de crescimento de uma colônia genérica de cianobactérias em sistema de lagoa raceway com alimentação contínua de  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NH}_4^+$  e água salgada.

#### 2.1.1 Crescimento Celular e Nutrientes

O crescimento celular foi representado pelo modelo de Droop (Equações 1 a 3), que captura o efeito da quota intracelular de nutrientes, permitindo que a biomassa continue crescendo mesmo após a exaustão de nutrientes no meio (Bernard et al., 2011).

$$\frac{ds}{dt} = Ds_{in} - \rho(s)x - Ds \quad (1)$$

$$\frac{dq}{dt} = \rho(s) - \mu(q)q \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \mu(q)x - Dx - R_d x \quad (3)$$

onde  $s$  é a concentração de nitrogênio no meio ( $\text{g/m}^3$ ),  $q$  a quota intracelular de nitrogênio ( $\text{g N/g biomassa}$ ),  $x$  a concentração de biomassa ( $\text{g/m}^3$ ),  $D$  a taxa de diluição ( $\text{d}^{-1}$ ),  $\rho(s)$  a taxa de absorção de substrato ( $\text{d}^{-1}$ ),  $\mu(q)$  a taxa de crescimento específica ( $\text{d}^{-1}$ ) e  $R_d$  a taxa de respiração ( $\text{d}^{-1}$ ).

A absorção de substrato seguiu a cinética de Michaelis-Menten (Equação 4), enquanto a taxa de crescimento foi relacionada à quota mínima de nutriente (Equação 5).

$$\rho(s) = \rho_m \frac{s}{s + K_s} \quad (4)$$

$$\mu(q) = \bar{\mu} \left(1 - \frac{Q_0}{q}\right) \quad (5)$$

### 2.1.2 Dinâmica do Carbono

A fonte de carbono foi modelada por balanços análogos para  $\text{CO}_2$  (Equações 6 e 7), considerando a transferência de massa gás-líquido e o consumo metabólico. Estima-se que aproximadamente 50% da massa da microalga seja composta por carbono.

$$\frac{dc}{dt} = Dc_{in} - \rho_m \frac{c}{c + K_{s,CO_2}} x - Dc \quad (6)$$

$$\frac{dq_{CO_2}}{dt} = \rho_m \frac{c}{c + K_{s,CO_2}} - \bar{\mu} \left(1 - \frac{Q_{0,CO_2}}{q_{CO_2}}\right) q_{CO_2} \quad (7)$$

### 2.1.3 Balanço de Volume e Salinidade

O volume do reator varia em função das vazões de entrada e da taxa de evaporação (Equação 8). A salinidade é calculada por balanço de massa, considerando a diluição promovida pelas correntes de entrada e a concentração por evaporação (Equação 9).

$$\frac{dV}{dt} = Q_{NH_4} + Q_{CO_2} + Q_{sal} - Q_{evap} \quad (8)$$

$$\frac{d[Sal]}{dt} = D_{efetivo} \cdot ([Sal]_{in} - [Sal]) + \frac{Q_{evap}}{V} \cdot [Sal] \quad (9)$$

### 2.1.4 Taxa de Crescimento Efetiva

A taxa de crescimento específica efetiva ( $\mu_{efetivo}$ ) foi calculada considerando as limitações simultâneas de luz, nitrogênio e carbono, conforme a Equação 10.

$$\mu_{efetivo} = \min(\bar{\mu}, \mu_q, \mu_{q,CO_2}) \times f_{pH} \times f_{NH_3} \quad (10)$$

onde:

$$\bar{\mu} = \bar{\mu} \frac{I}{K_L + I + I^2/K_I}, \quad \mu_q = \bar{\mu} \left(1 - \frac{Q_0}{q}\right), \quad \mu_{q,CO_2} = \bar{\mu} \left(1 - \frac{Q_{0,CO_2}}{q_{CO_2}}\right) \quad (11)$$

Os fatores de inibição por pH e amônia tóxica são dados por:

$$f_{pH} = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{pH - pH_{ótimo}}{\sigma} \right)^2 \right], \quad f_{NH_3} = \frac{1}{1 + \left( \frac{[NH_3]}{[NH_3]_{limite}} \right)^2} \quad (12)$$

### 2.1.5 Dinâmica do pH

O pH do meio foi calculado a partir dos equilíbrios ácido-base dos sistemas carbonato e amônia, com correção pelo efeito tampão da água salgada. As constantes de dissociação utilizadas estão na Tabela 1.

**Tabela 1:** Constantes para cálculo do pH

Constante	Valor	Unidade
$K_{a1}$ ( $H_2CO_3$ )	$4,45 \times 10^{-7}$	mol/L
$K_{a2}$ ( $HCO_3^-$ )	$4,69 \times 10^{-11}$	mol/L
$K_{a,NH_4}$ ( $NH_4^+$ )	$5,75 \times 10^{-10}$	mol/L
$K_w$	$1,00 \times 10^{-14}$	mol <sup>2</sup> /L <sup>2</sup>
pH <sub>ótimo</sub>	7,5	-
pH <sub>mín</sub>	6,0	-
pH <sub>máx</sub>	9,0	-

A fração de amônia não ionizada ( $NH_3$ ), forma tóxica para microalgas, é calculada por:

$$f_{NH_3} = \frac{1}{1 + \frac{[H^+]}{K_{a,NH_4}}}, \quad [NH_3]_{tóxico} = f_{NH_3} \cdot [NH_4^+]_{total} \cdot PM_{NH_3} \quad (13)$$

### 2.1.6 Parâmetros do Modelo

A Tabela 2 apresenta os parâmetros completos utilizados nas simulações, organizados lado a lado para economia de espaço.

**Tabela 2:** Parâmetros do modelo de cultivo

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
<b>Crescimento e Luz</b>			<b>Nitrogênio</b>		
$\tilde{\mu}$	4,99	d <sup>-1</sup>	$K_{s,N}$	0,154	g/m <sup>3</sup>
$K_L$	154	μmol m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>	$Q_0$	0,03	g N/g biomassa
$K_I$	800	μmol m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>	$\rho_m$	7,54	d <sup>-1</sup>
$I_0$	220	μmol m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>	$s_{in}$	100	g/m <sup>3</sup>
$K_a$	$2,3 \times 10^{-12}$	m <sup>2</sup> célula <sup>-1</sup>	<b>Operação e pH</b>		
$K_{s,CO_2}$	0,011	g/m <sup>3</sup>	$R_d$	0,02	d <sup>-1</sup>
$Q_{0,CO_2}$	0,5	g C/g biomassa	$[NH_3]_{limite}$	2,0	g/m <sup>3</sup>
$c_{in}$	100	g/m <sup>3</sup>	pH <sub>ótimo</sub>	7,5	-
			$K_{a,NH_4}$	$5,75 \times 10^{-10}$	mol/L

O sistema de equações diferenciais ordinárias foi resolvido numericamente utilizando o método *Backward Differentiation Formula* (BDF) da função `solve_ivp` da biblioteca `scipy.integrate` do Python. As condições iniciais do cultivo são apresentadas na Tabela 3. O tempo de simulação foi fixado em 30 dias, com resolução temporal de 100 pontos por dia.

**Tabela 3:** Condições iniciais do sistema

Variável	Valor	Unidade
CO <sub>2</sub> ( $c_0$ )	100	g/m <sup>3</sup>
Quota CO <sub>2</sub> ( $q_{CO_2,0}$ )	0,05	g C/g biomassa
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> ( $s_0$ )	50	g/m <sup>3</sup>
Quota N ( $q_0$ )	0,05	g N/g biomassa
Biomassa ( $x_0$ )	10	g/m <sup>3</sup>
Volume ( $V_0$ )	100	m <sup>3</sup>
Salinidade ( $[Sal]_0$ )	35	g/L

A implementação dos cenários de perturbação foi realizada por meio de uma arquitetura baseada em dicionários que mapeiam tipos de distúrbio a funções de ativação (degrau, impulso, seno, rampa, ruído). Para cada distúrbio ativo, o código identifica o estado do sistema no momento da perturbação a partir da solução base e executa uma nova simulação a partir desse ponto, aplicando a função de distúrbio correspondente. Para a simulação de remoção de biomassa e volume, foram implementadas funções específicas que modificam o vetor de estados no instante da remoção e continuam a simulação com as novas condições. No caso da remoção de volume, as concentrações dos solutos permanecem inalteradas, reduzindo-se apenas o volume total, o que mantém a consistência física do modelo.

## 2.2 Cenários de Perturbação

A Tabela 4 descreve os cenários simulados, aplicados a partir do 10º dia de cultivo. A escolha deste momento baseou-se na análise da dinâmica do cultivo: neste ponto, o sistema já atingiu o regime de crescimento máximo (fase exponencial tardia), permitindo avaliar a resposta do sistema a perturbações em sua fase mais produtiva.

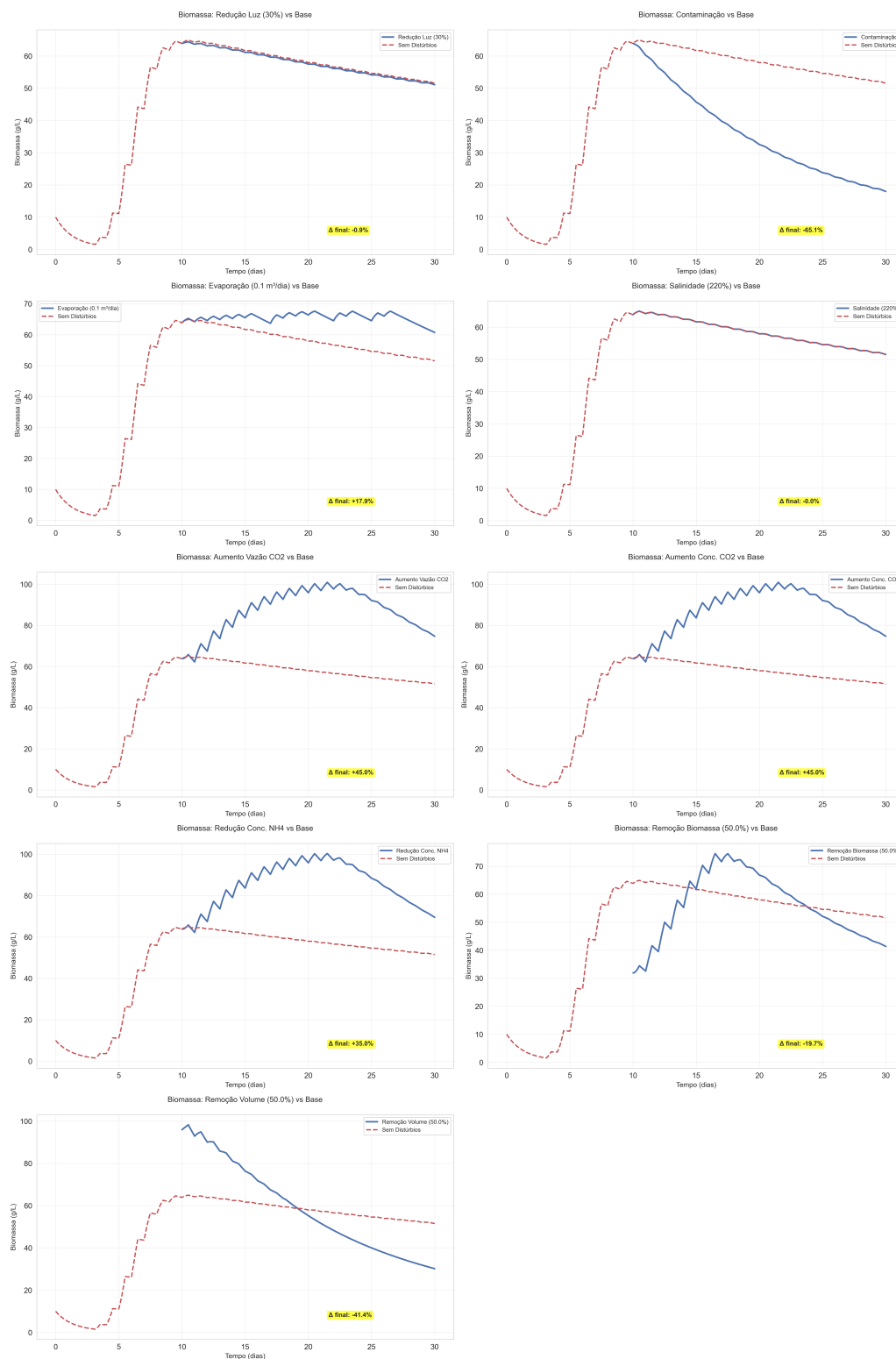
**Tabela 4:** Cenários de perturbação simulados

Cenário	Implementação	Efeito esperado
Redução de Luz	Multiplicação de $I$ por 0,3	Redução da fotossíntese
Contaminação	pH forçado em 6,8	Inibição do crescimento
Evaporação	$Q_{evap} = 0,1$ m <sup>3</sup> /dia	Aumento da salinidade
Aumento Salinidade	$[Sal]_{in}$ multiplicado por 2,2	Estresse osmótico
Aumento Alimentação	Vazões multiplicadas por 10	Overdose de nutrientes
Remoção Biomassa	$x \leftarrow x \cdot (1 - \phi)$	Colheita programada
Remoção Volume	$V \leftarrow V \cdot (1 - \phi)$	Concentração do cultivo

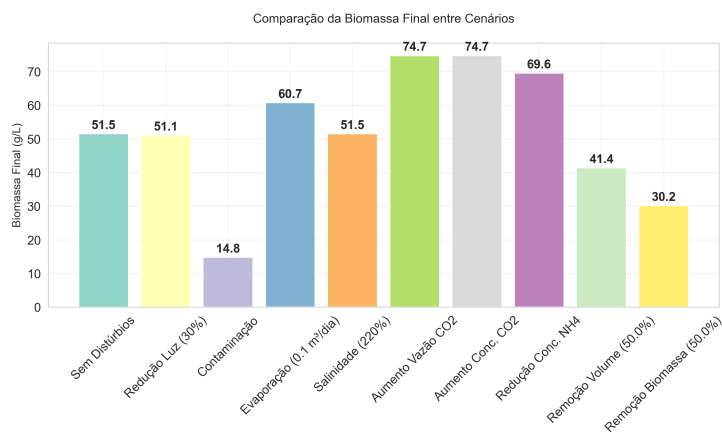
## 3 Resultados e Discussão

A Figura 1 avalia a resiliência do sistema, aplicaram-se distúrbios em degrau a partir do décimo dia de cultivo, quando a cultura atinge seu crescimento máximo. A redução de luz causou variação pouco significativa, pois o sistema já havia atingido o número máximo de células, entrando em competição por luz. O caso de contaminação, modelado com pH forçado em 6,8, resultou em declínio da biomassa devido à acidez, reproduzindo perdas comuns em cultivos abertos. A evaporação aumentou a concentração de biomassa por reduzir o volume do sistema, enquanto o aumento de salinidade não causou mudanças, pois o modelo não incorpora efeitos de estresse salino. O aumento da vazão e da concentração de CO<sub>2</sub> mostrou-se benéfico para o crescimento, indicando que o carbono atuava como limitante, embora excessos possam causar morte celular, evidenciando a necessidade de controle na alimentação. As simulações com remoção parcial de biomassa e volume mostraram que o sistema se recupera após remoção de biomassa, mas sofre queda na remoção de volume quando a taxa de diluição supera a taxa de crescimento, ocasionando morte celular.

**Figura 1:** Evolução temporal da concentração de biomassa em resposta às diferentes perturbações aplicadas no 10º dia de cultivo.



**Figura 2:** Concentração final de biomassa após 30 dias de cultivo sob diferentes condições de perturbação. Valores normalizados em relação ao cenário controle



A Figura 2 apresenta o cálculo de biomassa após a aplicação do cenário, sendo os valores referentes as estratégias de coleta não representando a biomassa retirada. O sistema é particularmente sensível a perturbações no pH (contaminação) e na alimentação de CO<sub>2</sub>. A evaporação e o aumento de salinidade tiveram impactos moderados, enquanto a redução de luz apresentou o menor efeito, possivelmente devido à saturação do sistema neste parâmetro. As estratégias de remoção de biomassa e volume mostraram-se viáveis para operações de colheita programada, com o sistema recuperando-se após a remoção.

#### 4 Conclusão

Este trabalho apresentou um modelo matemático fenomenológico para descrever a dinâmica de cultivo de microalgas em lagoa raceway, incorporando os efeitos de luz, carbono, nitrogênio, pH e salinidade. O modelo foi capaz de reproduzir o comportamento esperado do sistema, incluindo a fase exponencial de crescimento, a estabilização em estado estacionário e as oscilações devidas ao ciclo claro/escuro. A análise de sensibilidade através de cenários de perturbação revelou que o sistema é particularmente sensível a perturbações no pH e na alimentação de CO<sub>2</sub>, enquanto apresenta resiliência moderada a variações de salinidade. A estabilidade do pH em torno de 7,71 e os baixos níveis de NH<sub>3</sub> tóxico indicam condições favoráveis para o cultivo. A produtividade volumétrica média de 34,38 g/m<sup>3</sup>/dia é competitiva com sistemas reportados na literatura. O modelo desenvolvido fornece uma base para análise de robustez, projeto de estratégias de controle e otimização de cultivos em escala industrial. Como perspectivas futuras, destaca-se a calibração e validação do modelo com dados experimentais.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem o apoio financeiro do Programa de Formação de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - PRH-ANP, gerido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Brasil. Processo n° 2025/26549-6

#### Referências

- Bernard, O., et al. (2011). Hurdles and challenges for modelling and control of microalgae for CO<sub>2</sub> mitigation and biofuel production. *Journal of Process Control*, 21(10), 1378–1389.
- Chisti, Y. (2016). Large-scale production of algal biomass: raceway ponds. Em *Green Energy and Technology* (pp. 21–40). Springer.
- Delrue, F., et al. (2017). Optimization of *Arthrospira platensis* (Spirulina) growth: from laboratory scale to pilot scale. *Fermentation*, 3(4), 59.
- García-Sánchez, I.-M., et al. (2025). Decarbonisation strategies and climate governance: are institutional investors reshaping the business model of multinationals? *Journal of Innovation & Knowledge*, 10(3), 100698.