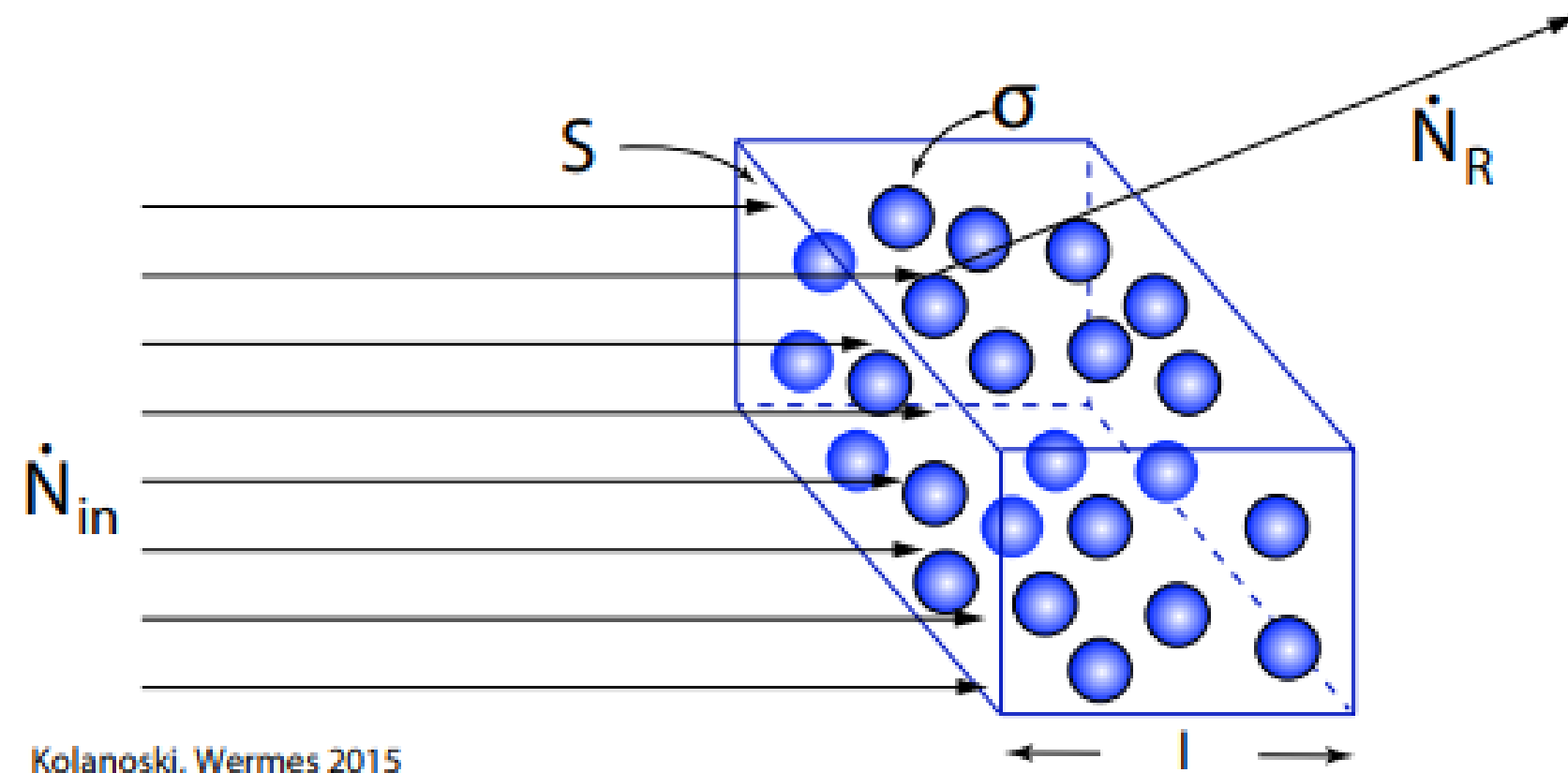




INTERACTIONS OF
PARTICLES WITH MATTER

Cross section and
absorption of particles and
radiation in matter

Seção de choque (σ) - área de interação efetiva entre partículas.



Kolanoski, Wermes 2015

S - área do material;

l - comprimento do material;

N_{in} - taxa com que os raios adentram essa seção.

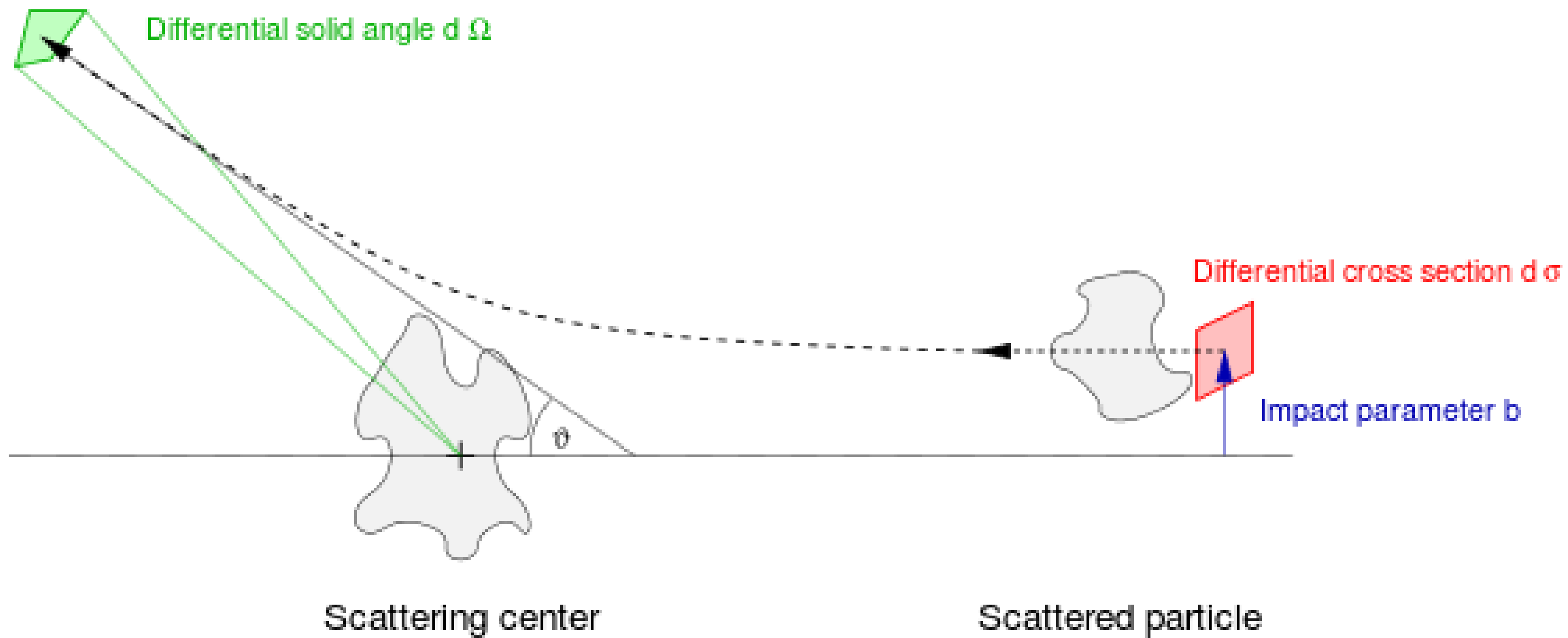
$$N_T = \frac{\rho V}{A} N_A \quad \text{partículas na seção de choque.}$$

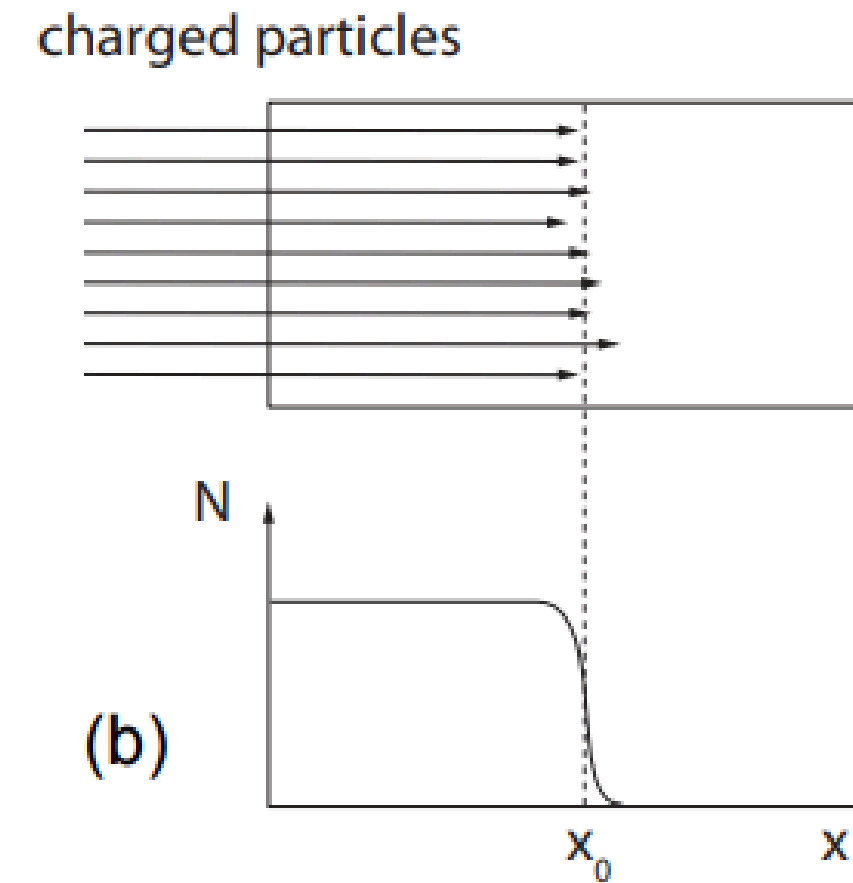
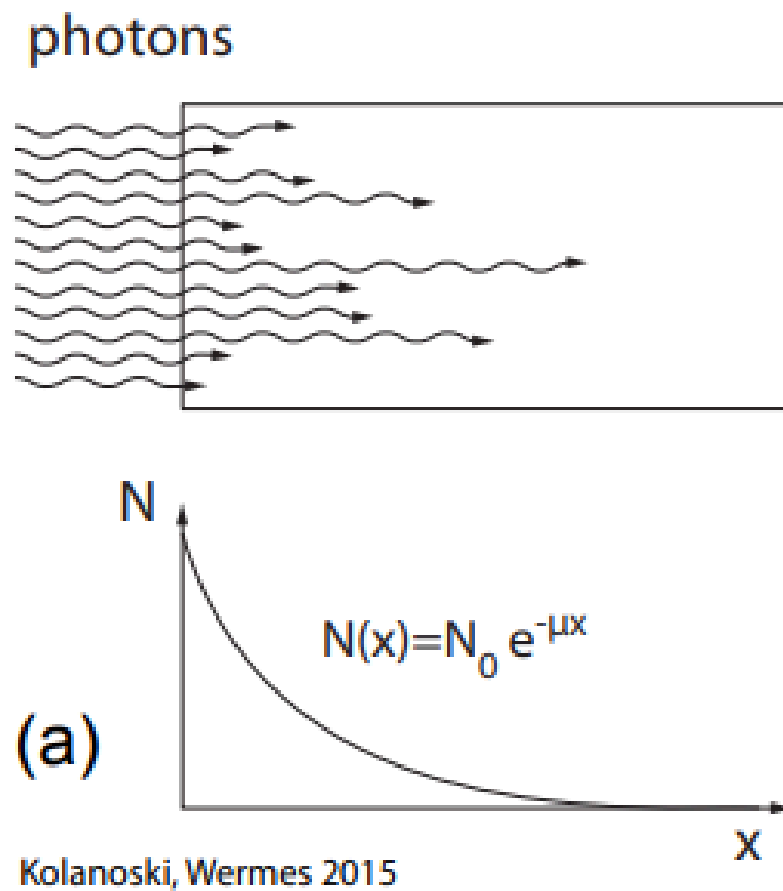
A - massa por mol

ρ - densidade do material

V - volume do material

Probabilidade de acertar uma partícula é $P = N_t \sigma / S$





Número de partículas no feixe
(Lei de Beer-Lambert):

$$\frac{dN}{N} = -n\sigma dx \quad \Rightarrow \quad N(x) = N_0 e^{-\mu x},$$

N_0 - número inicial de partículas
 $\mu = n\sigma$, chamado **coeficiente de absorção**

Caminho livre médio de uma partícula:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n\sigma}.$$

Unidade de medida de σ - 1 barn = 1
 $b = 10^{-24} \text{ cm}^2$

Para as nossas aplicações,
distinguimos entre espalhamento
elástico (quando o feixe ainda está
presente no estado final) e
espalhamento inelástico (quando o
feixe é absorvido). Exemplo de
absorção: efeito fotoelétrico.

Energy loss of charged
particles by ionisation

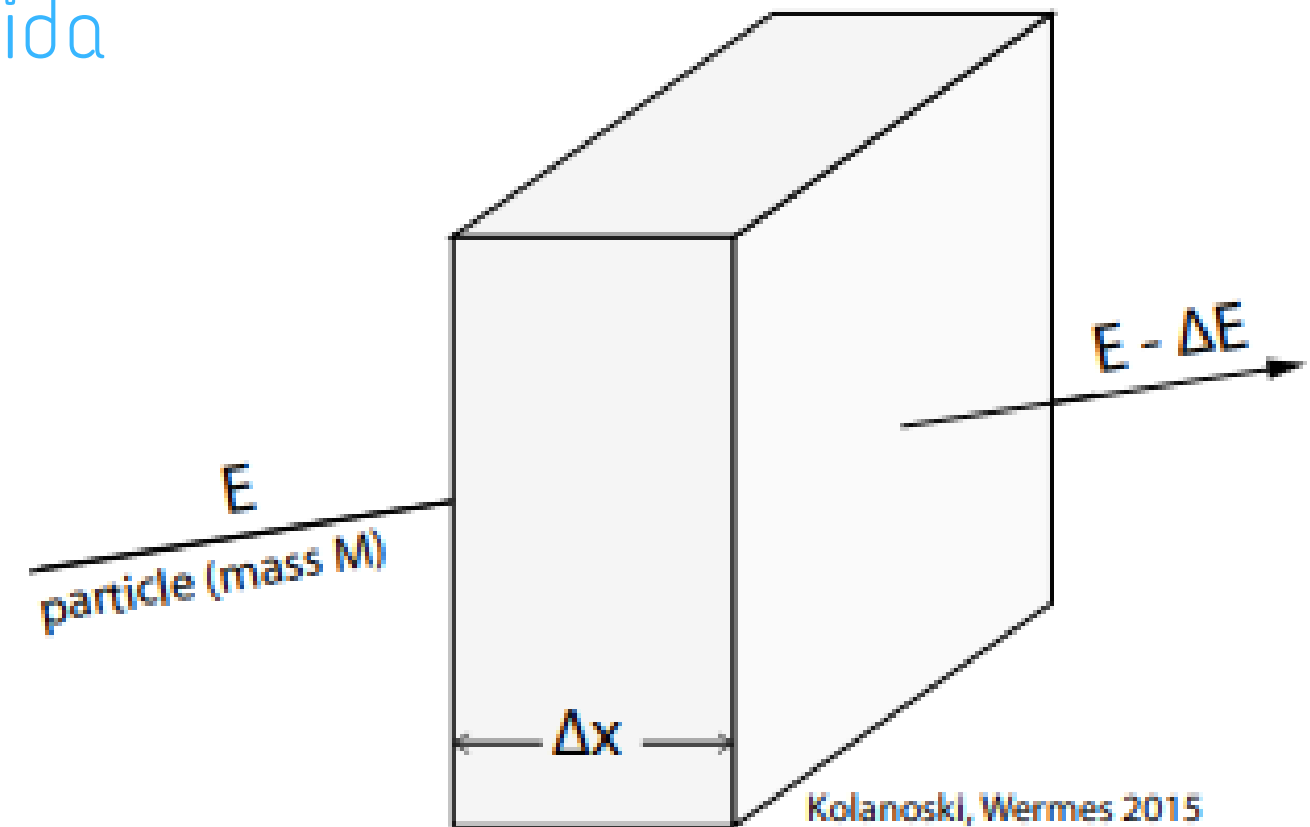
Quando adentram um meio, partículas carregadas perdem energia por ionização ou pela excitação dos átomos do meio.

Energia média perdida por unidade de distância percorrida

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = n \int_{T_{min}}^{T_{max}} T \frac{d\sigma_a}{dT}(M, \beta, T) dT.$$

Propriedades do meio a
Massa M da partícula
Velocidade beta da
partícula

n - densidade do alvo
 $d\sigma_a / dT$ - seção de
choque diferencial para
uma energia cinética
perdida T na colisão



Aqui, restringimo-nos a partículas pesadas,
ou seja, sem elétrons e pósitrons.

Rutherford scattering
formula

Calcular a energia perdida:

-> região de alta energia

-> região de baixa energia

região de alta energia: vetores momento e
massa da partícula \gg massa do e-

-> expressão invariante de Lorentz:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = n_e \int_{T_1}^{T_{max}} T \frac{d\sigma}{dT} dT - \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{T < T_1} .$$

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{2\pi z^2 \alpha^2 \hbar^2}{\beta^2 m_e} \frac{1}{T^2} .$$

Como estamos tratando da
interação com elétrons, o que nos
importa é a densidade de elétrons:

$$n_e = Z \frac{\rho N_A}{A} .$$

Substituindo na integral (T1 -> Tmax \gg T1 -> T)

$$\begin{aligned} -\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{T > T_1} &= n_e \int_{T_1}^{T_{max}} T \frac{2\pi z^2 \alpha^2 \hbar^2}{\beta^2 m_e T^2} \left(1 - \beta^2 \frac{T}{T_{max}} \right) dT \\ &= \frac{2\pi z^2 \alpha^2 \hbar^2}{\beta^2 m_e} n_e \left(\ln \frac{T_{max}}{T_1} - \beta^2 \right) . \end{aligned}$$

Máxima transferência de energia - colisão central, quando os vetores P , P_0' , p_e' e são todos paralelos:

$$T_{max} = \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2 \gamma m_e / M + (m_e / M)^2}$$

$$\approx \begin{cases} 2 m_e c^2 (\beta \gamma)^2 & \text{for } \gamma m_e \ll M \\ \gamma M c^2 = E & \text{for } \gamma \rightarrow \infty \\ m_e c^2 (\gamma - 1) = E - m_e c^2 & \text{for } M = m_e. \end{cases}$$

γ - fator de Lorentz

β - razão da velocidade da luz

Mínima transferência de energia - corresponde a uma integral sobre uma região de energia entre uma transferência mínima de energia efetiva $T_{min} = I^2 / 2 m_e c^2 \beta^2$ e T_1 :

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{T < T_1} = \frac{2 \pi z^2 \alpha^2 \hbar^2}{\beta^2 m_e} n_e \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 T_1}{I^2} - \ln \frac{1}{\gamma^2} - \beta^2 \right].$$

onde $I \approx 17.7 Z^{0.85} \text{ eV}$.

I é a media energia de excitação

Agora sim, a equação Bethe-Bloch

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = K \frac{Z}{A} \rho \frac{z^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} - \frac{C(\beta\gamma, I)}{Z} \right]$$

$K = 0.307 \text{ MeV cm}^2/\text{mol}$

z, β - carga e velocidade da partícula do projétil

Z, A - n° atômico e massa atômica do meio

I - média energia de excitação

T_{max} - o máximo possível de energia transferida a um elétron

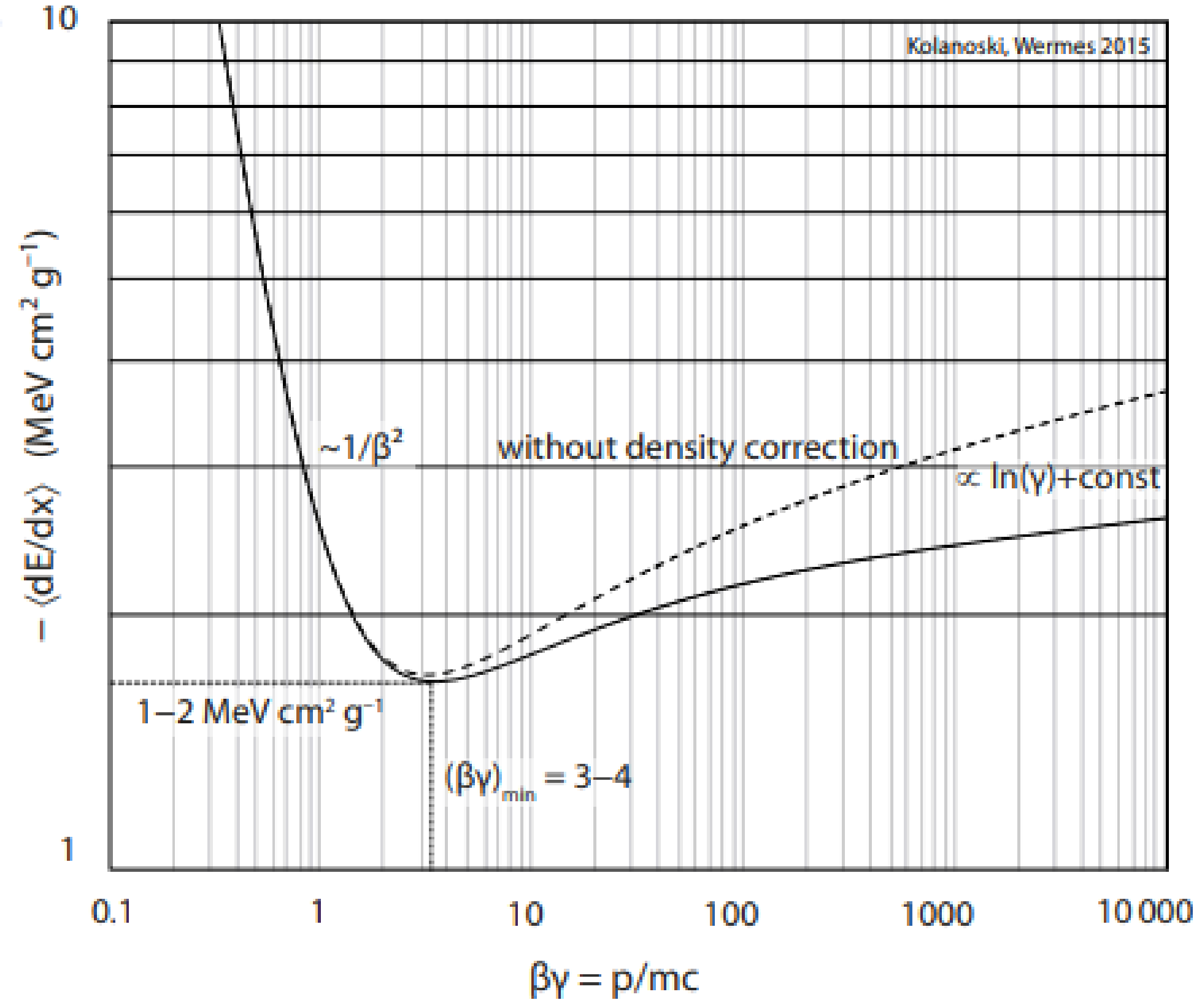
δ - correção de densidade, importante em altas energias

C/Z - uma correção de camada, relevante para pequenos valores de β

$\frac{dE}{\rho dx}$ in the units $\frac{\text{MeV}}{\text{g cm}^{-2}}$

$x \rightarrow \rho x$

The Bethe-Bloch formula descreve como partículas são paradas na matéria. A energia média perdida na matéria é chamada **stopping power**.

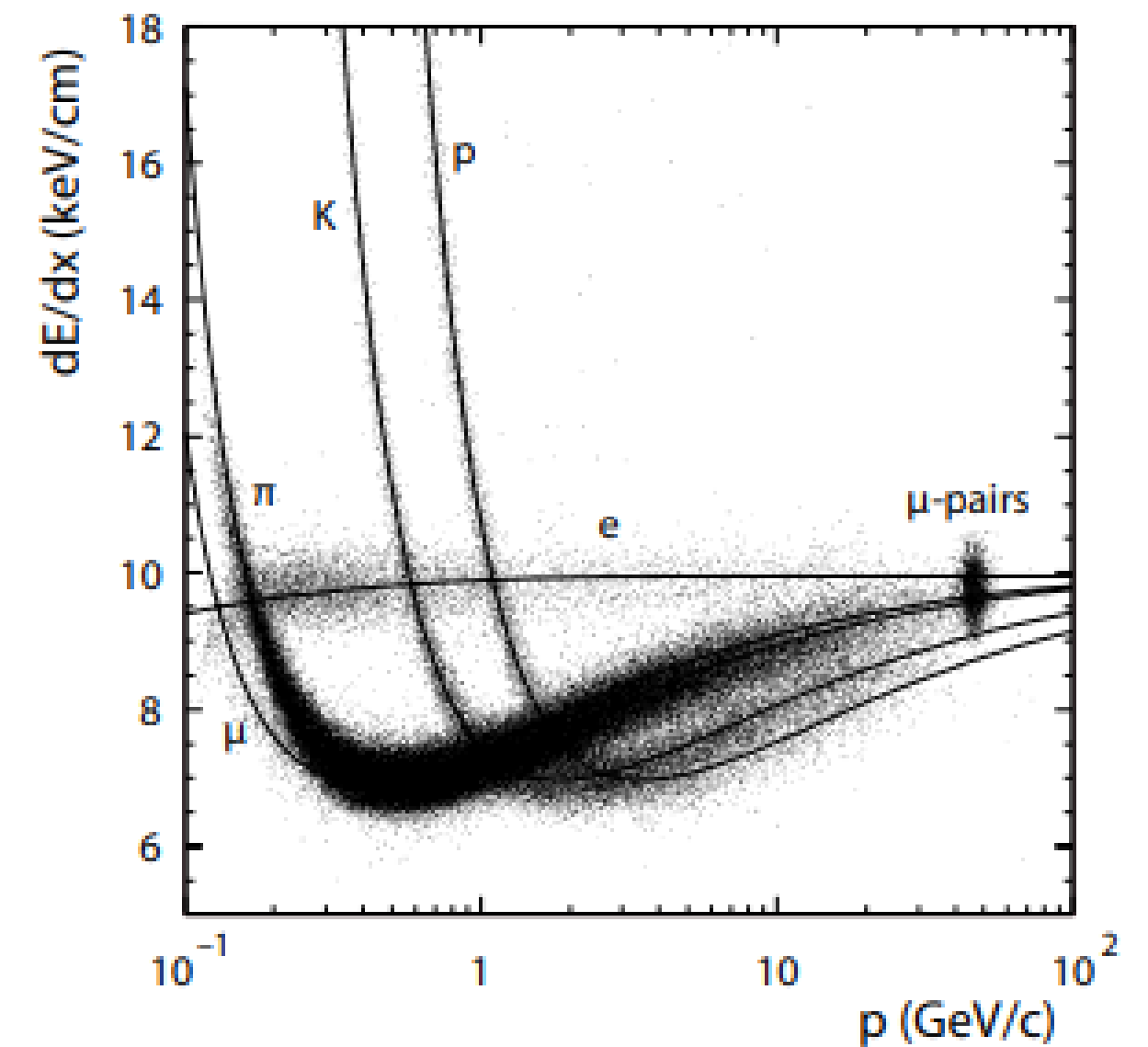


Energia média perdida por unidade de tamanho em função da velocidade da partícula e da carga:

$$\frac{dE}{dx} \approx z^2 Z f_{\beta}(\beta) = z^2 Z f_p\left(\frac{p}{M}\right) = z^2 Z f_T\left(\frac{T}{M}\right)$$

$f_{\beta, p, T}$ são, assim, independentes da identidade e da massa da partícula.

Assim, sabendo o momento, a massa de uma partícula pode ser identificada medindo a energia média perdida dE/dx .



partículas pesadas têm mais momento

Parameters of the Bethe-Bloch formula for mixtures and compounds

$$\frac{dE}{\rho dx} = \sum_i w_i \left(\frac{dE}{\rho_i dx} \right)_i$$

$$w_i = \frac{a_i A_i}{\sum_j a_j A_j}$$

$$Z_{\text{eff}} = \sum_i a_i Z_i,$$

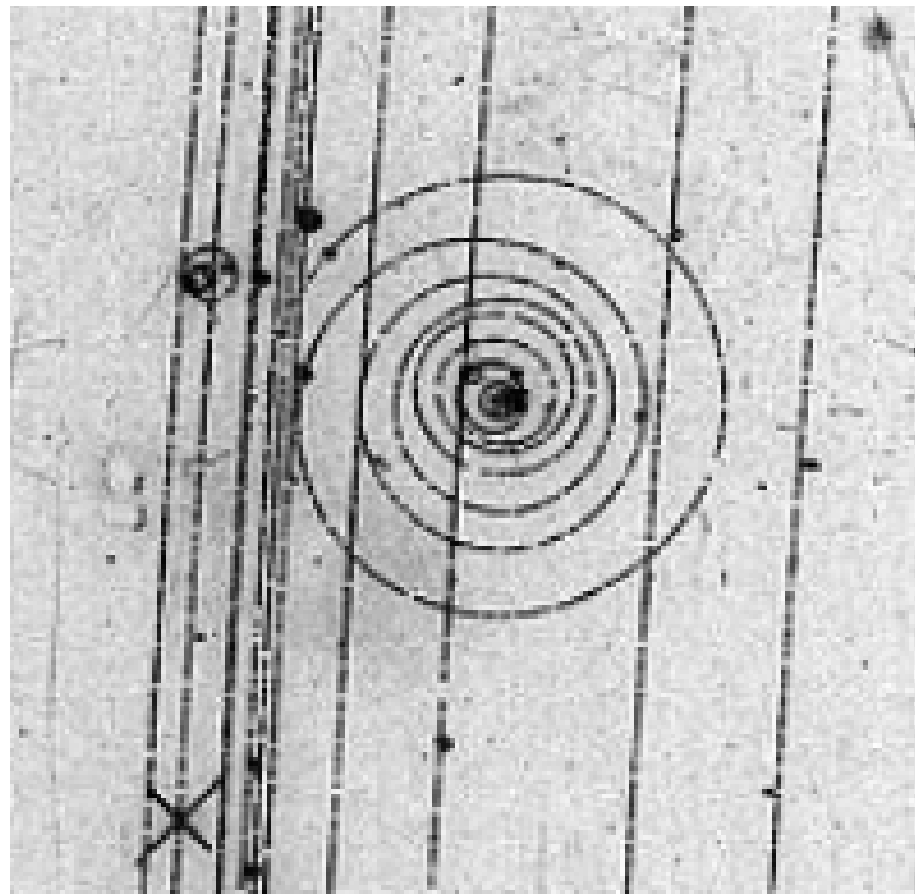
$$A_{\text{eff}} = \sum_i a_i A_i,$$

$$\ln I_{\text{eff}} \approx \frac{1}{Z_{\text{eff}}} \sum_i a_i Z_i \ln I_i,$$

$$\delta_{\text{eff}} \approx \frac{1}{Z_{\text{eff}}} \sum_i a_i Z_i \delta_i.$$

Delta electrons

elétrons δ - emitidos quando as colisões da partícula do projétil com elétrons estão perto do centro, devem ser levados em consideração pelo detector.



Relation between energy and emission angle

Usando os quadrivetores P, P_0, p_e, p_0 e de entrada e saída das partículas participantes da colisão. Pela conservação de momento:

$$T(\theta) = \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \cos^2 \theta}{\gamma^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) + 2 \gamma m_e / M + m_e^2 / M^2}$$

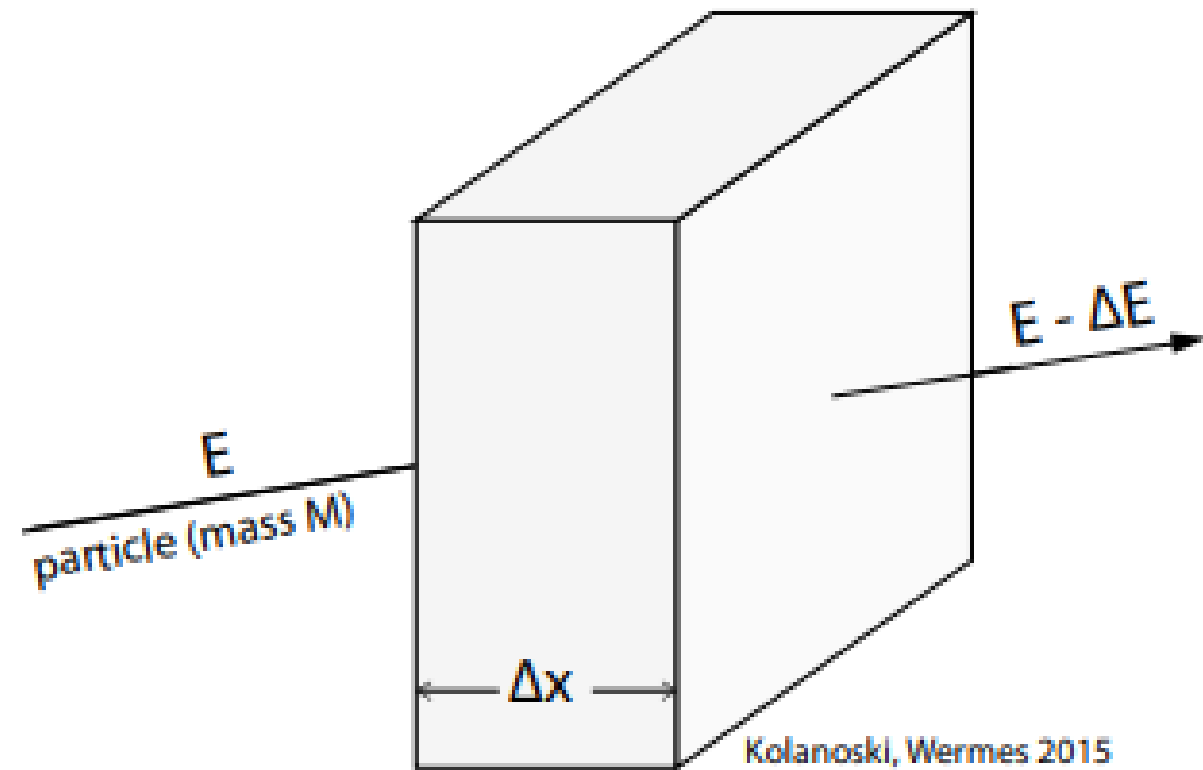
para altas energias relativísticas,
 $\gamma \gg 1$ ($\beta \rightarrow 1$)

ou

$$T(\theta) = \frac{2 m_e c^2 \cos^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{2 m_e c^2}{\tan^2 \theta}$$

não depende das propriedades da partícula de entrada

Statistical fluctuations of energy loss



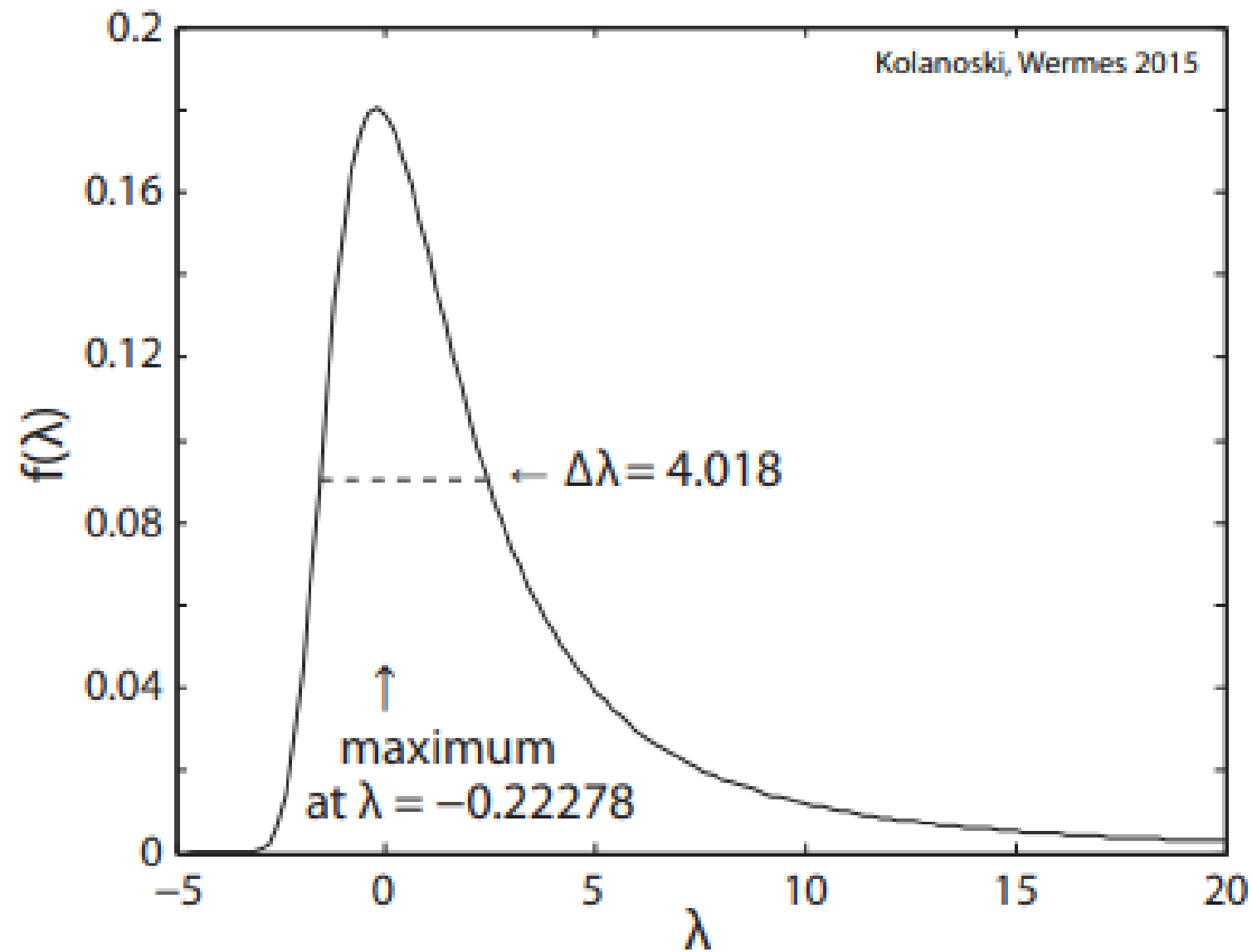
Flutuações estatísticas: energia emitida δE_n no n^o de processos de ionização/excitação - Landau Fluctuations

Três principais funções de distribuição de energia:

Landau: $f_L(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-t \ln t - \lambda t} \sin(\pi t) dt$ Moyal: $f_M(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(\lambda + e^{-\lambda})}$

baixos valores de κ ($\kappa \sim < 0.01$).

Vavilov: $p(\lambda; \kappa, \beta^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \phi(s) e^{\lambda s} ds$

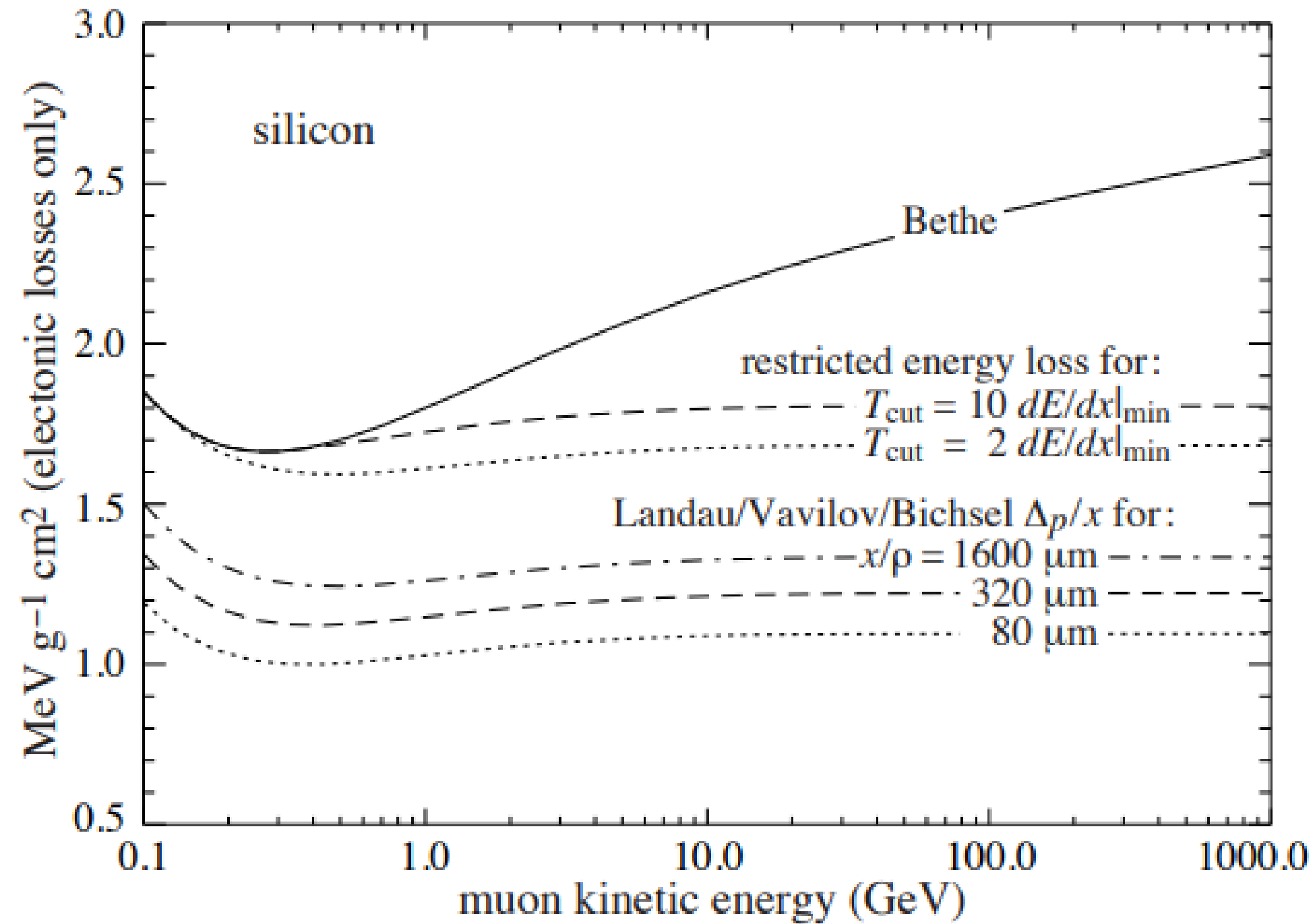


Distribuição muito assimétrica -> cauda em direção a $\lambda = \infty$;
 máximo em $\lambda = -0.22278$ largura completa à metade do
 máximo (FWHM) de $\Delta\lambda = 4.018$.
 Para computações, isso está disponível em funções programadas.

ΔE_w - energia perdida mais provável:

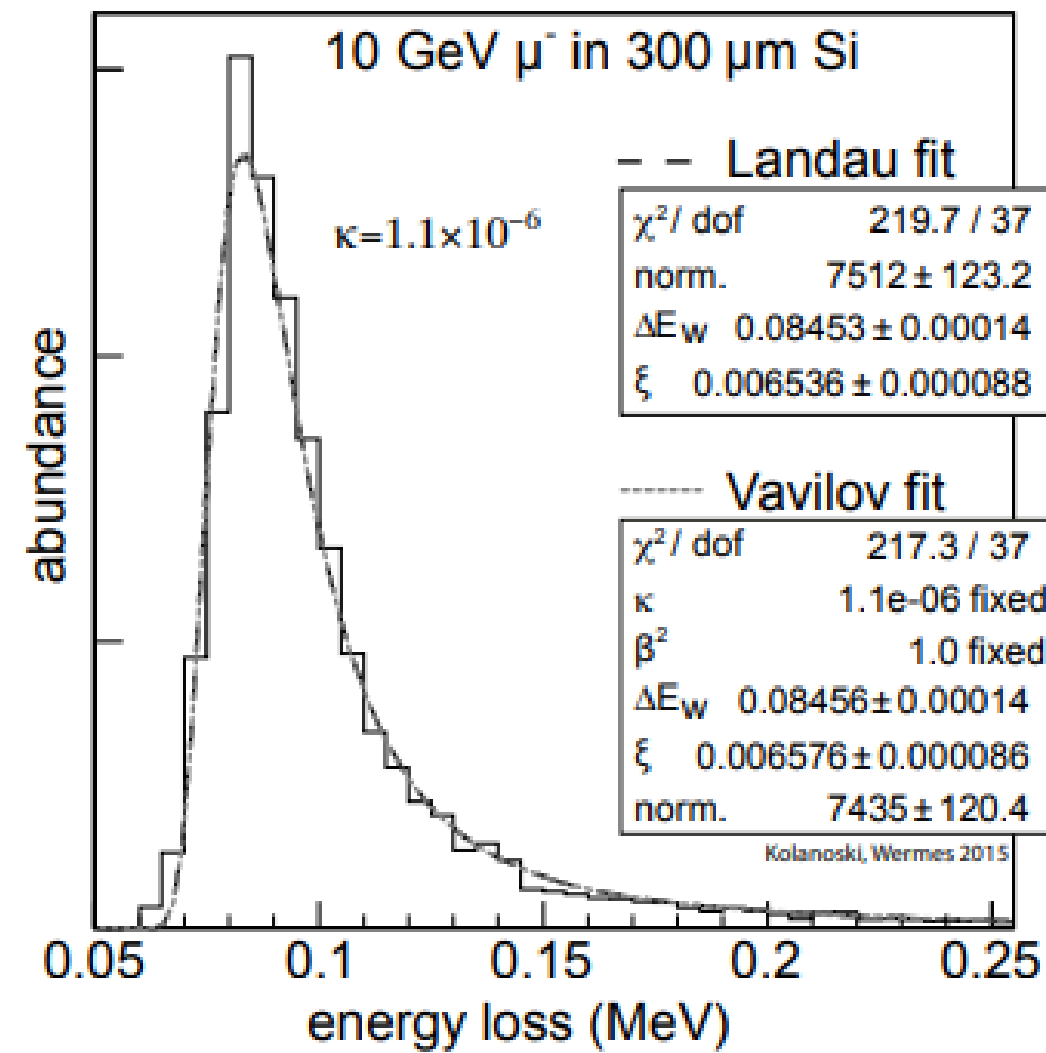
$$\Delta E_w = \xi \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} + \ln \frac{\xi}{I} + j - \beta^2 - \delta \right) \xrightarrow{\gamma \gtrsim 100} \xi \left(\ln \frac{2m_e c^2 \xi}{(\hbar \omega_P)^2} + j \right)$$

Comparação

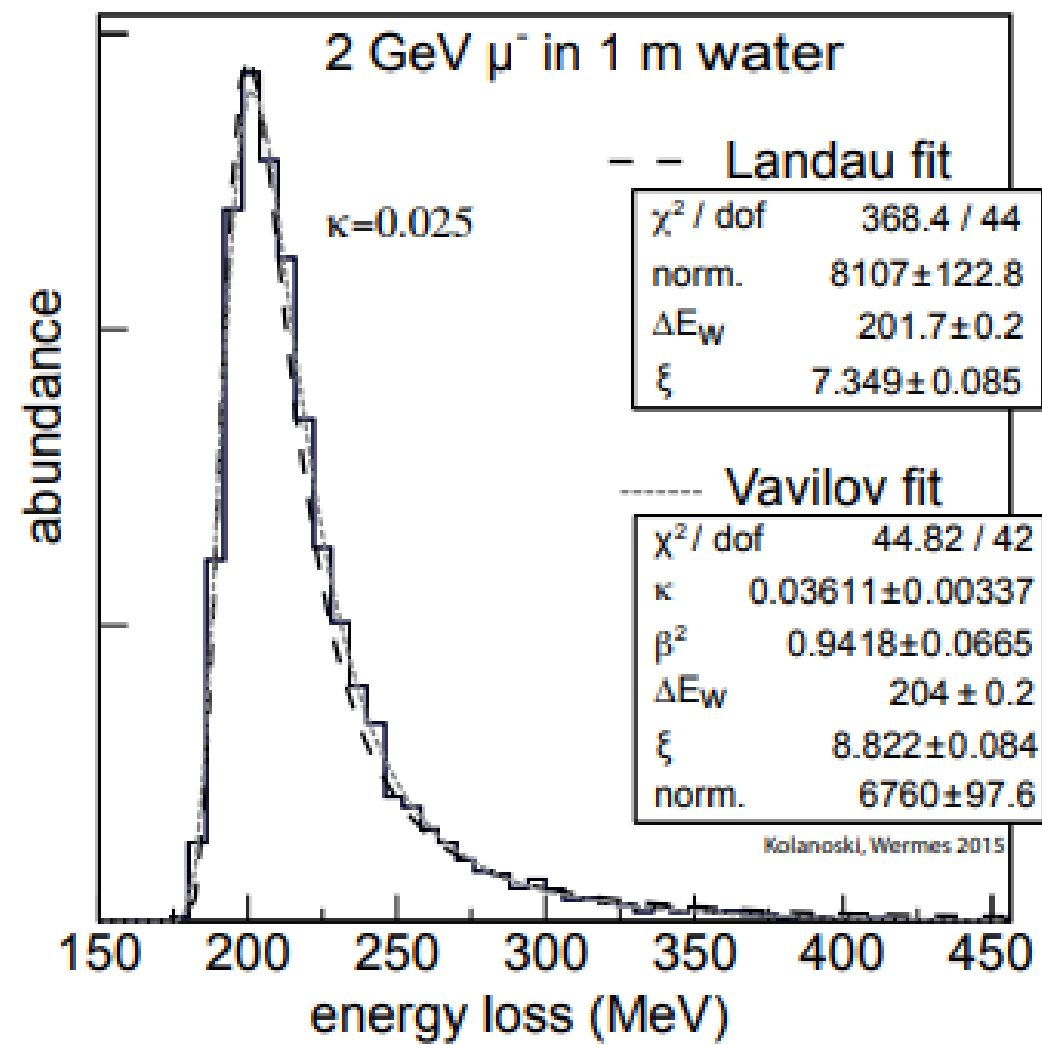


A distribuição de Vavilov também está disponível no pacote de programação ROOT

Para pequenos valores de κ : as distribuições de Landau e de Vavilov resultam uma descrição ok.



(a)



(b)

Examinando mais de perto, contudo, encontrou-se que, para a camada muito fina de Si na fig. 3(a), ambas distribuições subestimam um pouco a largura.

A energia perdida de
partículas em detectores é
simulada por computador.
Geant4 cobre todas as
faixas de **K**.

Suppression of fluctuations

A resolução pode ser melhorada suprimindo as flutuações:

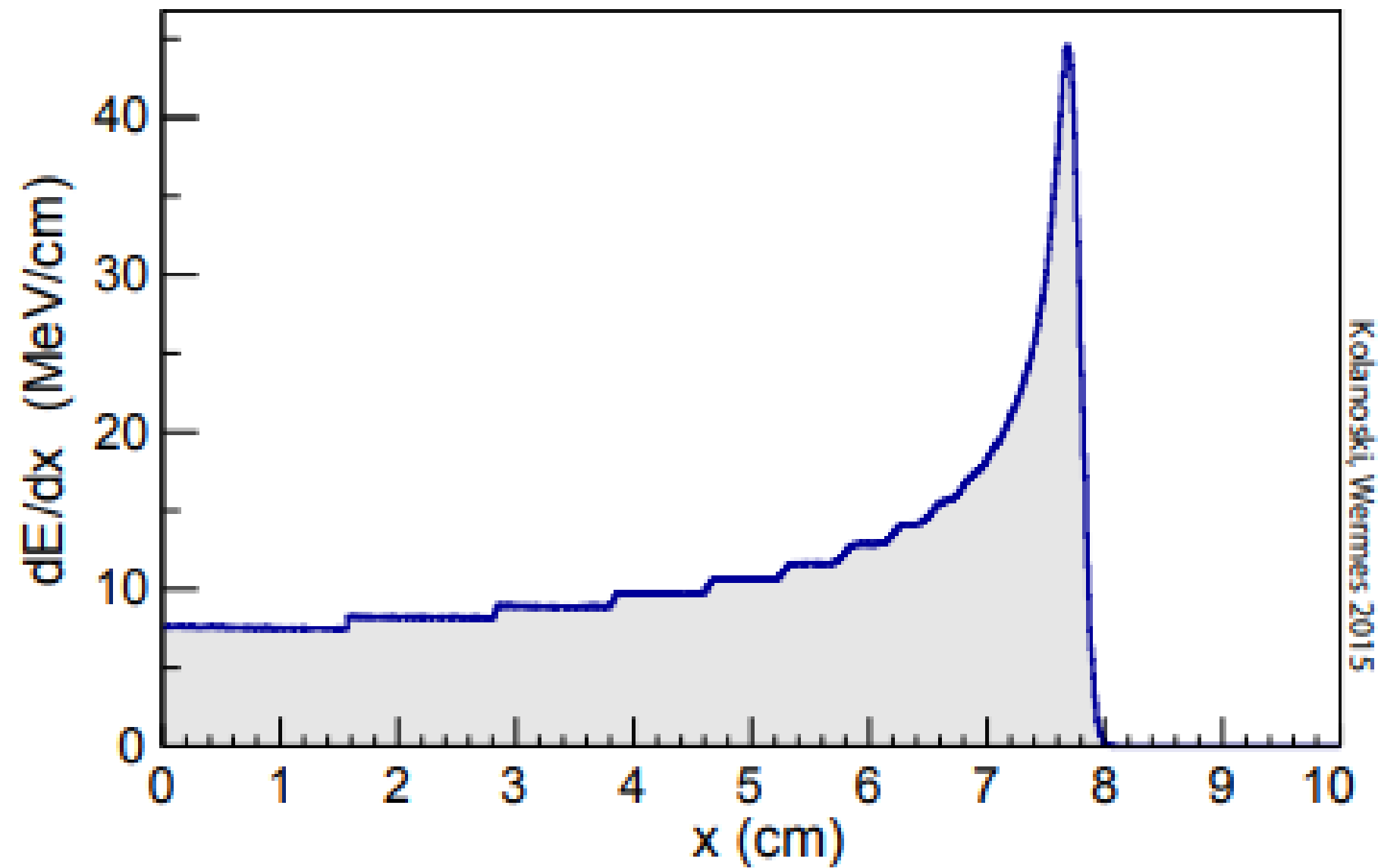
- (a) se δ electrons podem ser detectados e excluídos das medições;
- (b) se os maiores valores (possivelmente também os menores) de uma série de medições são descartados do cálculo da média;
- (c) se os depósitos muito grandes de energia ao longo de uma trilha de partículas podem ser medidos e usados para uma correção da energia perdida.

Range

Situações em que as partículas perdem energia por excitação e ionização!

Alcance R \rightarrow integração da perda de energia ao longo do caminho da partícula, respeitando que dE/dx é função da energia cinética momentânea T :

$$dT = \left\langle \frac{dE}{dx}(T) \right\rangle dx \quad \Rightarrow \quad dx = \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle^{-1} dT \quad \Rightarrow \quad R = \int_{T_0}^0 \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle^{-1} dT .$$



(a)

Radioterapia: o feixe adentra o corpo e, quando chega no tumor, transfere grande quantidade de energia, destruindo as células do tumor.