

Die Rolle von Koordinaten in der Physik

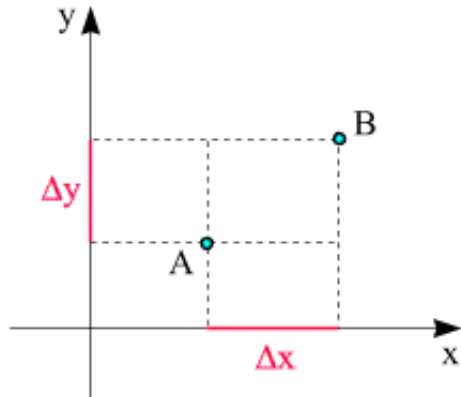
- ein Wegweiser in Richtung allgemeiner Relativitätstheorie -

Florian Ecker

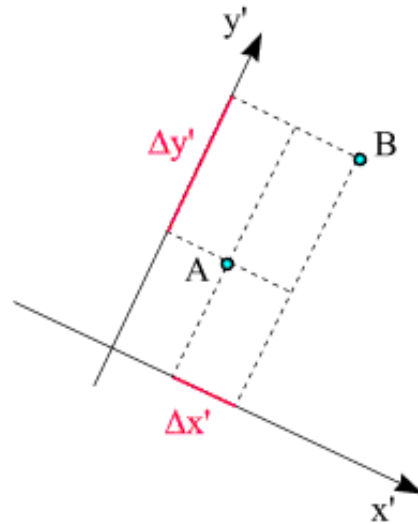
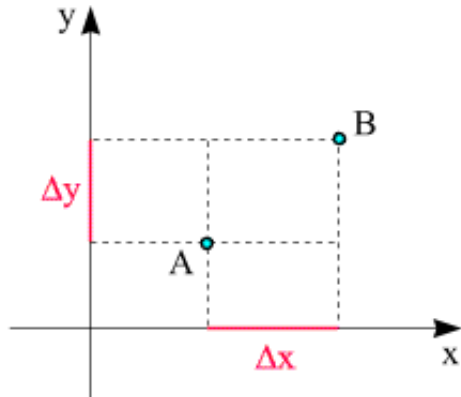
20. Mai 2020

- 1 Newton'sche Mechanik
 - Bezugssysteme
 - Trägheitskräfte
 - Inertialsysteme
- 2 Spezielle Relativitätstheorie
 - Inertialsysteme
 - Die Schwerkraft
- 3 Allgemeine Relativitätstheorie
- 4 Zusammenfassung

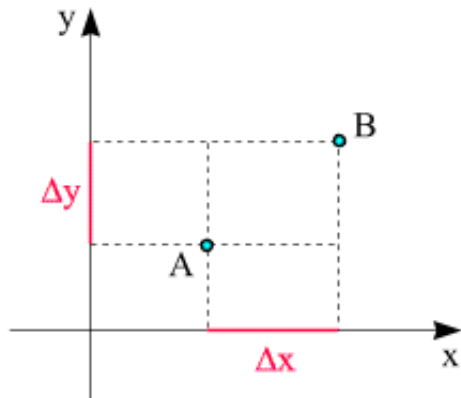
Kartesische Koordinaten



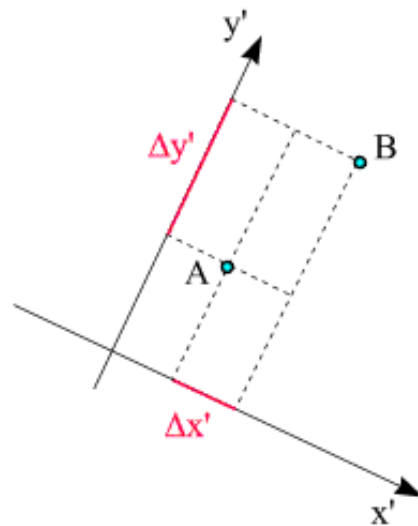
Kartesische Koordinaten



Kartesische Koordinaten

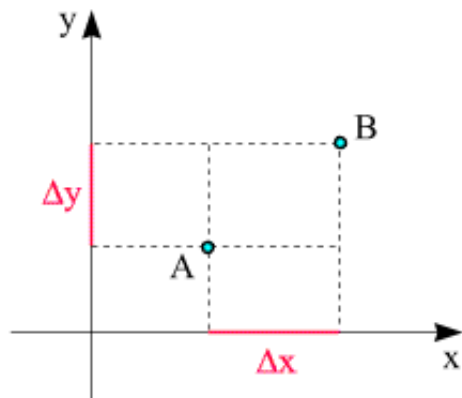


$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

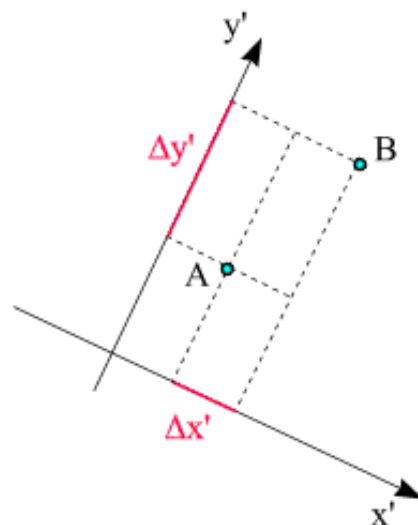


$$\Delta l^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2$$

Kartesische Koordinaten



$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$



$$\Delta l^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2$$

⇒ Koordinaten sind Hilfsmittel zur Beschreibung,
keine Objekte der physikalischen Realität

Die Form physikalischer Gesetze sollte nicht vom Koordinatensystem (Bezugssystem) abhängen.

Beispiel: Newton's 2. Gesetz

Die Form physikalischer Gesetze sollte nicht vom Koordinatensystem (Bezugssystem) abhängen.

Beispiel: Newton's 2. Gesetz

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

\mathbf{F} ... äußere Kraft

\mathbf{a} ... resultierende Beschleunigung eines Teilchens mit Masse m

Die Form physikalischer Gesetze sollte nicht vom Koordinatensystem (Bezugssystem) abhängen.

Beispiel: Newton's 2. Gesetz

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

\mathbf{F} ... äußere Kraft

\mathbf{a} ... resultierende Beschleunigung eines Teilchens mit Masse m

ist ein Gesetz, das ohne ein KS auswählen zu müssen gilt.

Die Form physikalischer Gesetze sollte nicht vom Koordinatensystem (Bezugssystem) abhängen.

Beispiel: Newton's 2. Gesetz

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

\mathbf{F} ... äußere Kraft

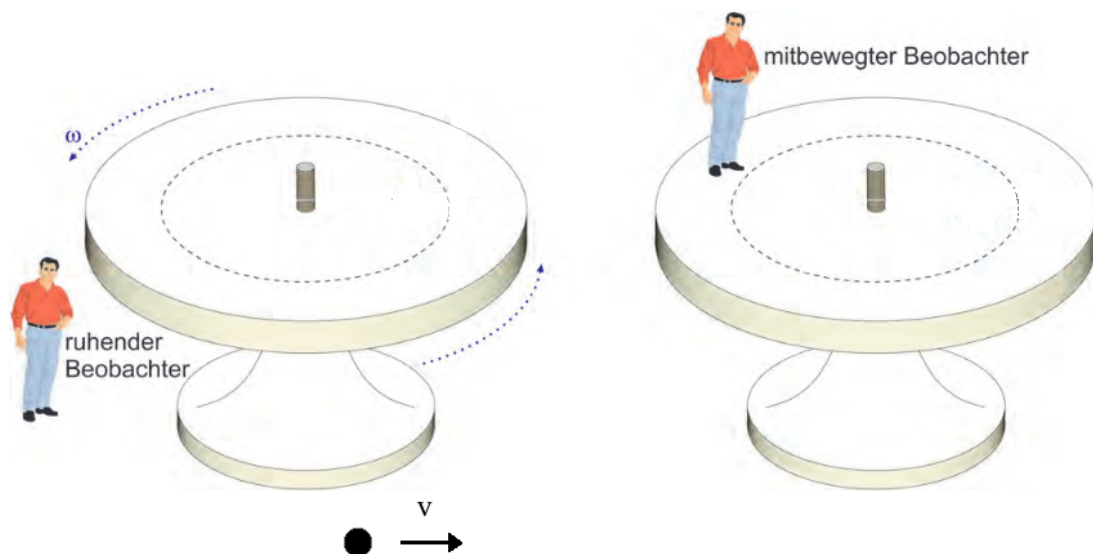
\mathbf{a} ... resultierende Beschleunigung eines Teilchens mit Masse m

ist ein Gesetz, das ohne ein KS auswählen zu müssen gilt.

→ *jeder* Beobachter sollte es durch Messungen bestätigen können

Newton'sche Mechanik

2 Beobachter verfolgen eine vorbeifliegende kräftefreie Kugel ($\mathbf{F} = 0$):

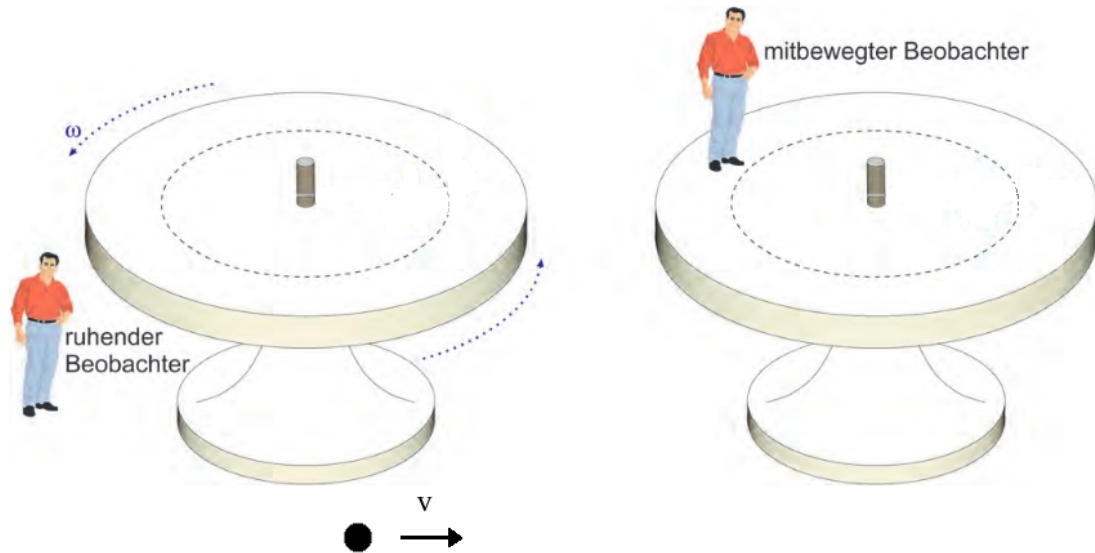


ruhender B.: $m\mathbf{a} = 0$

bewegter B.: $m\mathbf{a} \neq 0$

Newton'sche Mechanik

2 Beobachter verfolgen eine vorbeifliegende kräftefreie Kugel ($\mathbf{F} = 0$):



ruhender B.: $m\mathbf{a} = 0$

bewegter B.: $m\mathbf{a} \neq 0$

→ Muss Kraft \mathbf{F}_T einführen, um Bewegung der Kugel zu erklären.

Im bewegten System gilt also: $\mathbf{F}_T = m\mathbf{a}$

- \mathbf{F}_T wird als Trägheitskraft(Scheinkraft) bezeichnet.
- Sie muss in beschleunigten Bezugssystemen eingeführt werden, um Physik richtig zu beschreiben
- Form der physikalischen Gesetze ändert sich in beschleunigten Bezugssystemen!

Allerdings gibt es eine Untermenge der Bezugssysteme, in der die Gesetze unverändert gelten:

Inertialsysteme

Newton's erstes Gesetz: Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

- "kräftefrei" = frei von äußeren Kräften (z.B. Schwerkraft, EM, mech. Einwirkung,...)
- BEACHTEN: äußere Kraft \neq Trägheitskraft

¹IS=Inertialsystem

Newton's erstes Gesetz: Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

- "kräftefrei" = frei von äußeren Kräften (z.B. Schwerkraft, EM, mech. Einwirkung,...)
- BEACHTEN: äußere Kraft \neq Trägheitskraft

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

¹IS=Inertialsystem

Newton's erstes Gesetz: Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

- "kräftefrei" = frei von äußeren Kräften (z.B. Schwerkraft, EM, mech. Einwirkung,...)
- BEACHTEN: äußere Kraft \neq Trägheitskraft

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

→ jedes dazu versetzte, verdrehte oder gleichförmig bewegte System ist auch ein IS!¹

¹IS=Inertialsystem

Newton's erstes Gesetz: Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

- "kräftefrei" = frei von äußeren Kräften (z.B. Schwerkraft, EM, mech. Einwirkung,...)
- BEACHTEN: äußere Kraft \neq Trägheitskraft

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

- jedes dazu versetzte, verdrehte oder gleichförmig bewegte System ist auch ein IS!¹
- physikalische Gesetze behalten ihre Form bei Transformation zwischen zwei IS (Galilei-Transformationen)

¹IS=Inertialsystem

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Spezielle Relativitätstheorie

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Michelson & Morley (1887): Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen konstant!

→ Einstein führt die spezielle Relativitätstheorie ein:

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Michelson & Morley (1887): Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen konstant!

→ Einstein führt die spezielle Relativitätstheorie ein:

- Behalte Trägheitsstruktur von Newton (Formulierung der Gesetze in Klasse der Inertialsysteme)

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Michelson & Morley (1887): Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen konstant!

→ Einstein führt die spezielle Relativitätstheorie ein:

- Behalte Trägheitsstruktur von Newton (Formulierung der Gesetze in Klasse der Inertialsysteme)
- die Zeit wird nun als eigene Koordinate mittransformiert
→ Raumzeit

Spezielle Relativitätstheorie

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Michelson & Morley (1887): Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen konstant!

→ Einstein führt die spezielle Relativitätstheorie ein:

- Behalte Trägheitsstruktur von Newton (Formulierung der Gesetze in Klasse der Inertialsysteme)
- die Zeit wird nun als eigene Koordinate mittransformiert
→ Raumzeit
- statt Galilei-Transformationen gibt es nun Lorentz-Transformationen

Spezielle Relativitätstheorie

Newton'sche Theorie: Zeit ist "absolut"

Michelson & Morley (1887): Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen konstant!

→ Einstein führt die spezielle Relativitätstheorie ein:

- Behalte Trägheitsstruktur von Newton (Formulierung der Gesetze in Klasse der Inertialsysteme)
- die Zeit wird nun als eigene Koordinate mittransformiert
→ Raumzeit
- statt Galilei-Transformationen gibt es nun Lorentz-Transformationen

→ es ergeben sich neue Effekte aufgrund der mittransformierten Zeit (Zeitdilatation, Längenkontraktion)

Die SRT ist wie die Newton'sche Theorie abhängig vom Begriff des Inertialsystems.

Die SRT ist wie die Newton'sche Theorie abhängig vom Begriff des Inertialsystems.

zur Wiederholung:

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

Die SRT ist wie die Newton'sche Theorie abhängig vom Begriff des Inertialsystems.

zur Wiederholung:

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

Die SRT ist wie die Newton'sche Theorie abhängig vom Begriff des Inertialsystems.

zur Wiederholung:

Inertialsystem

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem der Trägheitssatz gilt.

Trägheitssatz

Jeder kräftefreie Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

Suchen wir ein Inertialsystem und überprüfen damit die Anwendbarkeit des Trägheitssatzes!

- Präpariere 3 kräftefreie Probeteilchen

- Präpariere 3 kräftefreie Probeteilchen
- Stoße sie in 3 Richtungen

- Präpariere 3 kräftefreie Probesteilchen
- Stoße sie in 3 Richtungen
- Zeichne die Trajektorien mit Zeitauflösung auf
→ Koordinatengitter

- Präpariere 3 kräftefreie Probeteilchen
- Stoße sie in 3 Richtungen
- Zeichne die Trajektorien mit Zeitauflösung auf
→ Koordinatengitter
- Nehme mehr Probeteilchen
→ Ihre Trajektorien müssen Geraden sein → IS gefunden

- Präpariere 3 kräftefreie Probeteilchen
- Stoße sie in 3 Richtungen
- Zeichne die Trajektorien mit Zeitauflösung auf
→ Koordinatengitter
- Nehme mehr Probeteilchen
→ Ihre Trajektorien müssen Geraden sein → IS gefunden

ABER: Schwerkraft ist nicht abschirmbar!

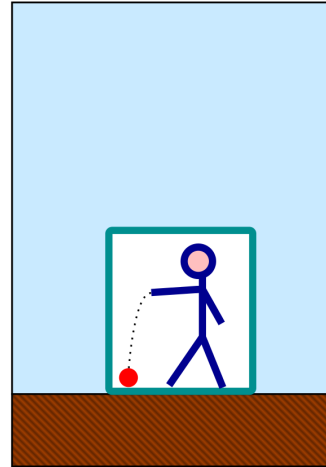
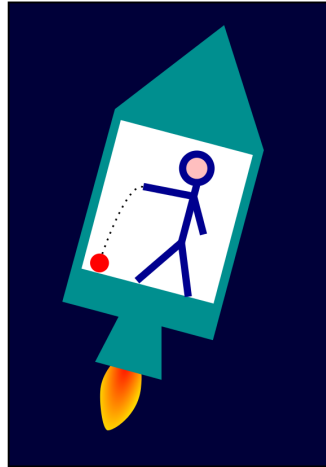
- Präpariere 3 kräftefreie Probeteilchen
- Stoße sie in 3 Richtungen
- Zeichne die Trajektorien mit Zeitauflösung auf
→ Koordinatengitter
- Nehme mehr Probeteilchen
→ Ihre Trajektorien müssen Geraden sein → IS gefunden

ABER: Schwerkraft ist nicht abschirmbar!

Inertialsysteme sind unbeobachtbar; aufgrund der allgegenwärtigen Schwerkraft existiert keine Kräftefreiheit

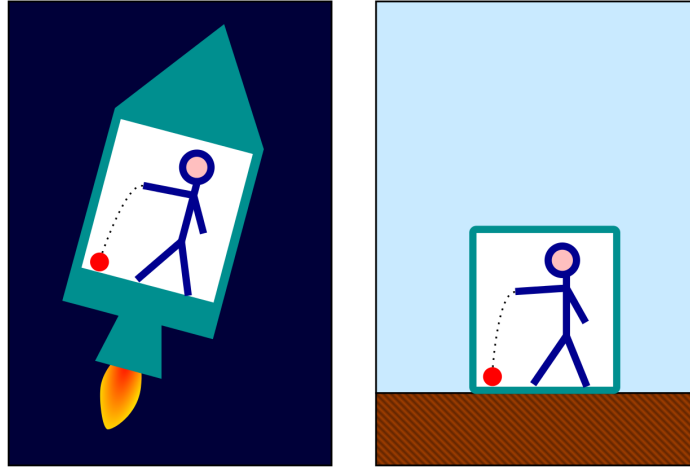
Die Schwerkraft

Einstein (1907): Gedankenexperiment



Die Schwerkraft

Einstein (1907): Gedankenexperiment



Die beiden Situationen sind für den Fahrgast ununterscheidbar!

→ *Äquivalenzprinzip*

Die Schwerkraft

- Fasse Schwerkraft nicht als äußere Kraft, sondern als Scheinkraft auf!

- Fasse Schwerkraft nicht als äußere Kraft, sondern als Scheinkraft auf!
- Es muss daher Bezugssysteme geben, in denen diese Scheinkraft nicht auftritt.

- Fasse Schwerkraft nicht als äußere Kraft, sondern als Scheinkraft auf!
- Es muss daher Bezugssysteme geben, in denen diese Scheinkraft nicht auftritt.

→ frei fallende Bezugssysteme

- Fasse Schwerkraft nicht als äußere Kraft, sondern als Scheinkraft auf!
- Es muss daher Bezugssysteme geben, in denen diese Scheinkraft nicht auftritt.

→ frei fallende Bezugssysteme

- Neuformulierung des Trägheitssatzes:

”Jeder frei fallende Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.”

- Fasse Schwerkraft nicht als äußere Kraft, sondern als Scheinkraft auf!
- Es muss daher Bezugssysteme geben, in denen diese Scheinkraft nicht auftritt.

→ frei fallende Bezugssysteme

- Neuformulierung des Trägheitssatzes:

”Jeder frei fallende Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.”

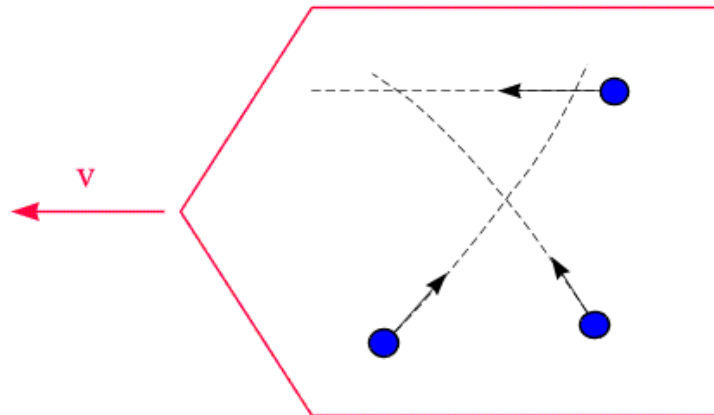
- Können wir frei fallende Systeme als die neuen Inertialsysteme sehen?

Frei fallende Systeme als Inertialsysteme

Präpariere wieder kräftefreie Probeteilchen in einem frei fallenden System...

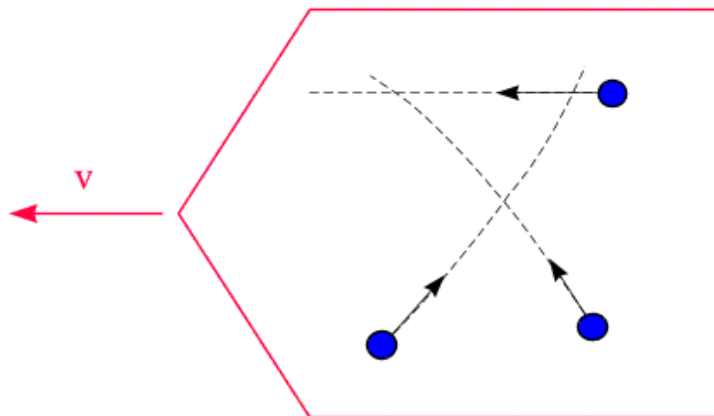
Frei fallende Systeme als Inertialsysteme

Präpariere wieder kräftefreie Probeteilchen in einem frei fallenden System...



Frei fallende Systeme als Inertialsysteme

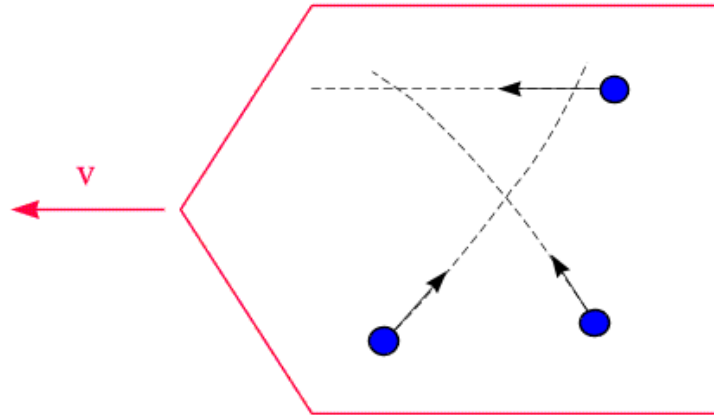
Präpariere wieder kräftefreie Probesteilchen in einem frei fallenden System...



- Teilchen bewegen sich *per definitionem* geradlinig gleichförmig.

Frei fallende Systeme als Inertialsysteme

Präpariere wieder kräftefreie Probesteilchen in einem frei fallenden System...



- Teilchen bewegen sich *per definitionem* geradlinig gleichförmig.
- ABER: 3 Geraden sollten nach Euklid ein Dreieck mit Winkelsumme 180° bilden. \rightarrow Problem der Geometrie

Einstein (1915): Allgemeine Relativitätstheorie

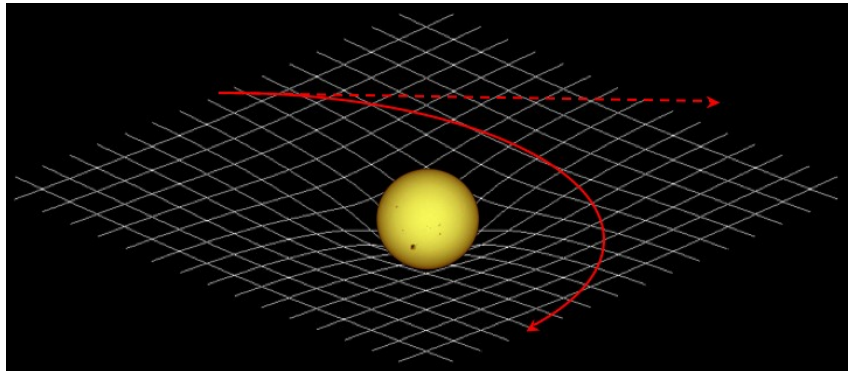
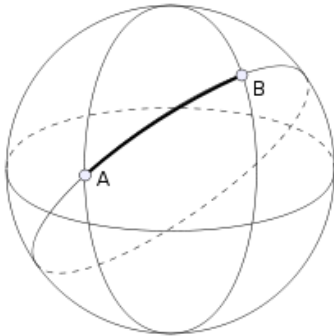
Einstein (1915): Allgemeine Relativitätstheorie

- Frei fallende (kräftefreie) Probeteilchen bewegen sich auf den geradestmöglichen Bahnen (Geodäten) in einer gekrümmten Raumzeit.

Allgemeine Relativitätstheorie

Einstein (1915): Allgemeine Relativitätstheorie

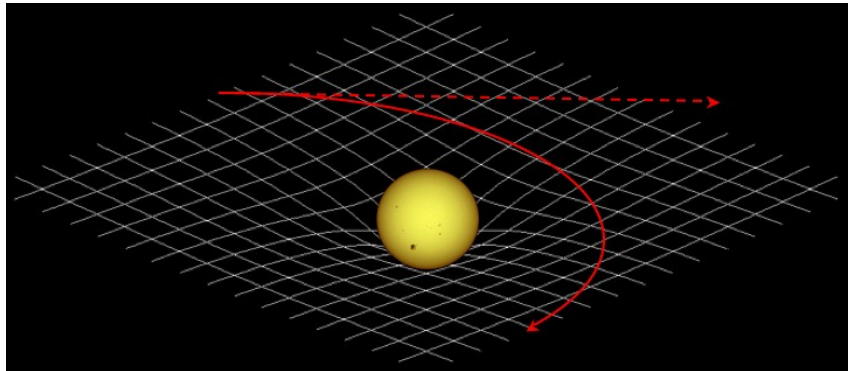
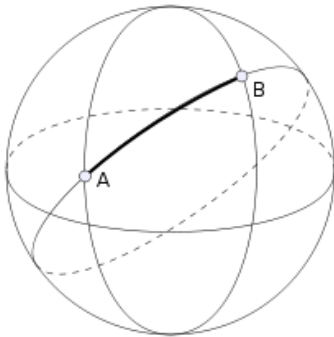
- Frei fallende (kräftefreie) Probeteilchen bewegen sich auf den geradestmöglichen Bahnen (Geodäten) in einer gekrümmten Raumzeit.



Allgemeine Relativitätstheorie

Einstein (1915): Allgemeine Relativitätstheorie

- Frei fallende (kräftefreie) Probeteilchen bewegen sich auf den geradestmöglichen Bahnen (Geodäten) in einer gekrümmten Raumzeit.

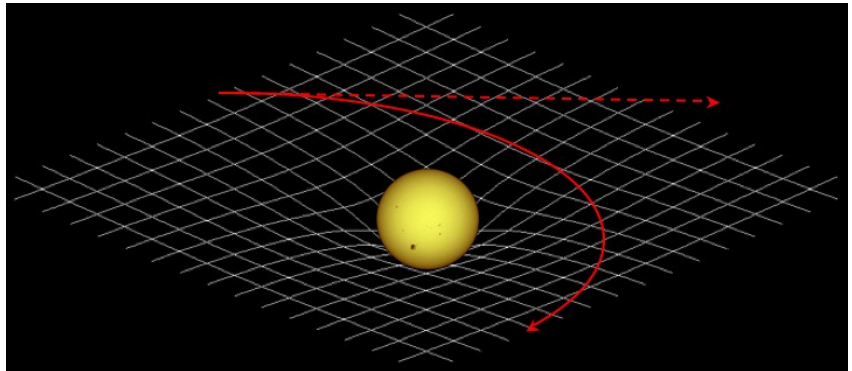
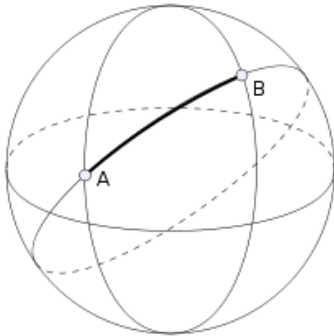


- Es existieren keine Inertialsysteme im ursprünglichen Sinn!

Allgemeine Relativitätstheorie

Einstein (1915): Allgemeine Relativitätstheorie

- Frei fallende (kräftefreie) Probeteilchen bewegen sich auf den geradestmöglichen Bahnen (Geodäten) in einer gekrümmten Raumzeit.



- Es existieren keine Inertialsysteme im ursprünglichen Sinn!
- "Geradlinigkeit" ist kein brauchbarer Begriff mehr

- Trägheitskräfte treten in jedem System auf

² G_{ab} ...Einstein Tensor, T_{ab} ...Energie-Impuls Tensor

- Trägheitskräfte treten in jedem System auf
→ Form der physikalischen Gesetze muss diese Kräfte von Anfang an beinhalten.

² G_{ab} ...Einstein Tensor, T_{ab} ...Energie-Impuls Tensor

- Trägheitskräfte treten in jedem System auf
 - Form der physikalischen Gesetze muss diese Kräfte von Anfang an beinhalten.
 - Alle Bezugssysteme sind nun gleichberechtigt!

² G_{ab} ...Einstein Tensor, T_{ab} ...Energie-Impuls Tensor

- Trägheitskräfte treten in jedem System auf
 - Form der physikalischen Gesetze muss diese Kräfte von Anfang an beinhalten.
 - Alle Bezugssysteme sind nun gleichberechtigt!
- WICHTIG: In kleinen Raumzeitbereichen gibt es näherungsweise (*lokale*) Inertialsysteme.
 - Wir merken im Alltag keine Raumzeitkrümmung!

² G_{ab} ...Einstein Tensor, T_{ab} ...Energie-Impuls Tensor

- Trägheitskräfte treten in jedem System auf
 - Form der physikalischen Gesetze muss diese Kräfte von Anfang an beinhalten.
 - Alle Bezugssysteme sind nun gleichberechtigt!
- WICHTIG: In kleinen Raumzeitbereichen gibt es näherungsweise (*lokale*) Inertialsysteme.
 - Wir merken im Alltag keine Raumzeitkrümmung!
- Krümmung beschrieben durch Einstein'sche Feldgleichungen²:

$$G_{ab} = \kappa T_{ab}$$

² G_{ab} ...Einstein Tensor, T_{ab} ...Energie-Impuls Tensor

- Koordinatensysteme sind nicht physikalisch
 - Form der Gleichungen sollte unabhängig vom Bezugssystem sein
 - Newton'sche Mechanik und SRT:
Form nur in Inertialsystemen erhalten
 - Inertialsysteme sind unbeobachtbar, Schwerkraft macht Probleme
 - Neuformulierung des Trägheitssatzes \rightarrow IS existieren nur lokal
 - Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt gekrümmte Bahnen der frei fallenden Teilchen
- BONUS: Gleichungen sind unabhängig von jeglichem Bezugssystem formuliert (IS nicht mehr bevorzugt)