

素粒子実験における弱測定の実用について (B中間子を用いたCP非保存測定を例に)

2023年2月21日 田窪洋介 (KEK)

東野聡 (神戸大), 森雄一郎 (産総研), 樋口岳雄 (IPMU),
石川明正 (KEK), 筒井泉 (KEK)

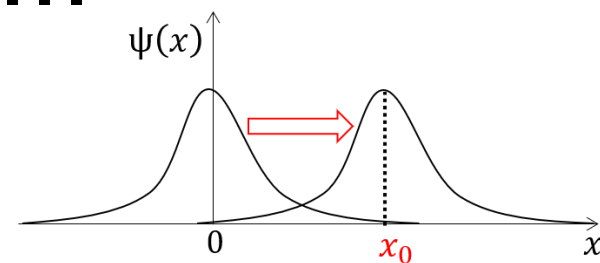
研究結果は「[Phys. Rev. D104, 033001 \(2021\)](#)」に掲載されています

弱測定の基本

シフト演算子

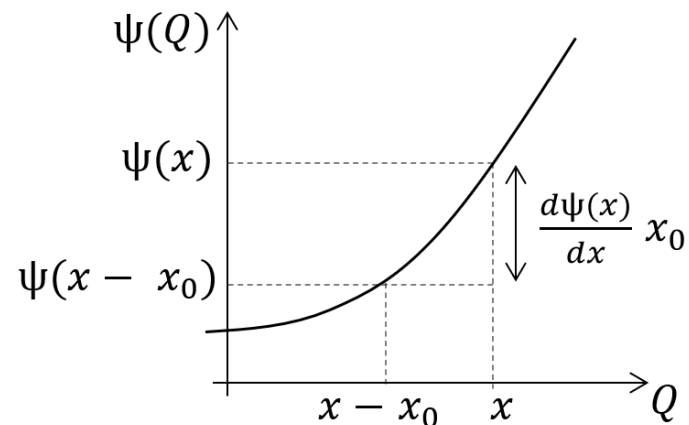
- 運動量演算子: $\hat{p} = -i \frac{d}{dx}$
- $e^{-ix_0\hat{p}}$ は $\psi(x)$ のシフト演算子として機能: $e^{-ix_0\hat{p}}\psi(x) = \psi(x - x_0)$.

$$\begin{aligned}\psi(x - x_0) &= \psi(x) - x_0 \frac{d\psi(x)}{dx} + \left(x_0 \frac{d\psi(x)}{dx}\right)^2 + \dots \\ &= e^{-ix_0\hat{p}}\psi(x)\end{aligned}$$



- もし、 $\psi(x)$ をテイラー展開の1次で近似すると $(1 - ix_0\hat{p})$ もシフト演算子として機能する

$$\begin{aligned}\psi(x - x_0) &\sim \psi(x) - x_0 \frac{d\psi(x)}{dx} \\ &= (1 - ix_0\hat{p})\psi(x)\end{aligned}$$

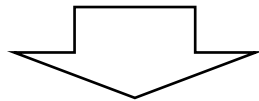


測定中の相互作用

測定は、測定対象 $\varphi(A, t)$ と検出器 $\psi(Q, t)$ が、 $t = t_0$ に相互作用ハミルトニアン \hat{H}_{int} で相互作用すると見なすことができる

$\chi(A, Q, t) = \varphi(A, t)\psi(Q, t)$ の時間発展:

$$i \frac{d\chi(A, Q, t)}{dt} = \delta(t - t_0) \hat{H}_{int} \chi(A, Q, t)$$



$$\chi(A, Q, t) = e^{-i\hat{H}_{int}} \chi(A, Q, t = t_0)$$

相互作用演算子として機能

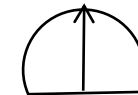
測定対象

$|\varphi(A, t_0)\rangle$

検出器

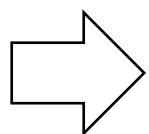
$|\psi(Q, t_0)\rangle$

\hat{H}_{int}



目盛: Q

一般的に、相互作用はVon Neumann相互作用演算子,
 $\hat{H}_{int} = g\hat{A}\hat{p}$ ($\hat{p} = -i\frac{d}{dQ}$), で表現できる。

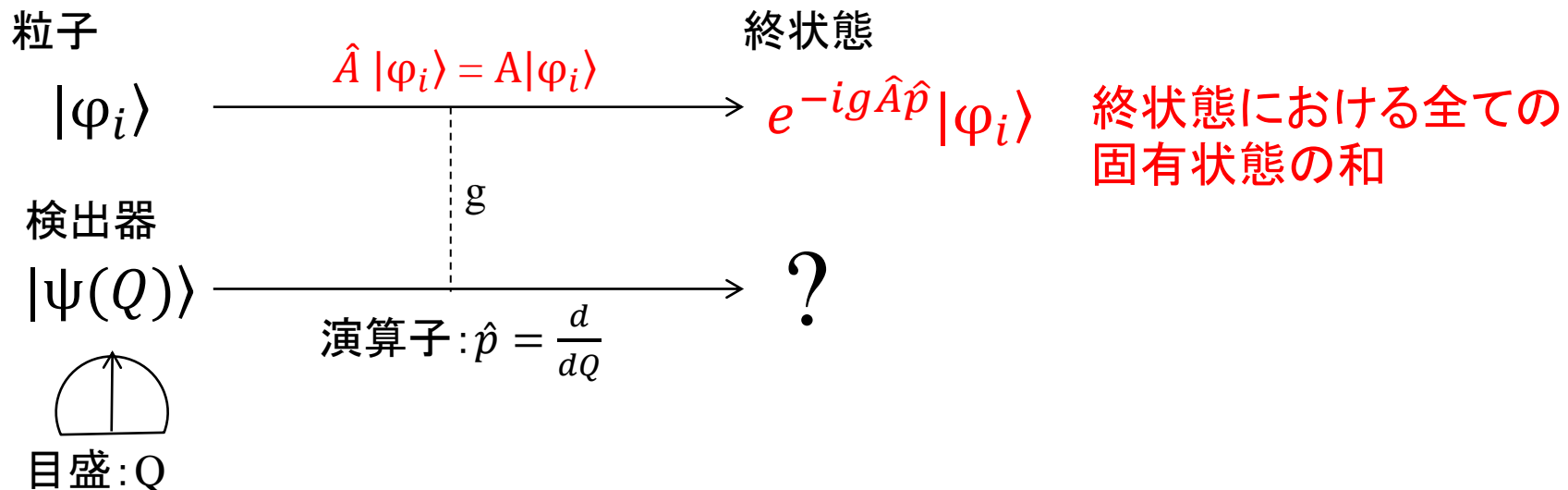


一般的な測定と弱測定をVon Neumann形式で記述してみる

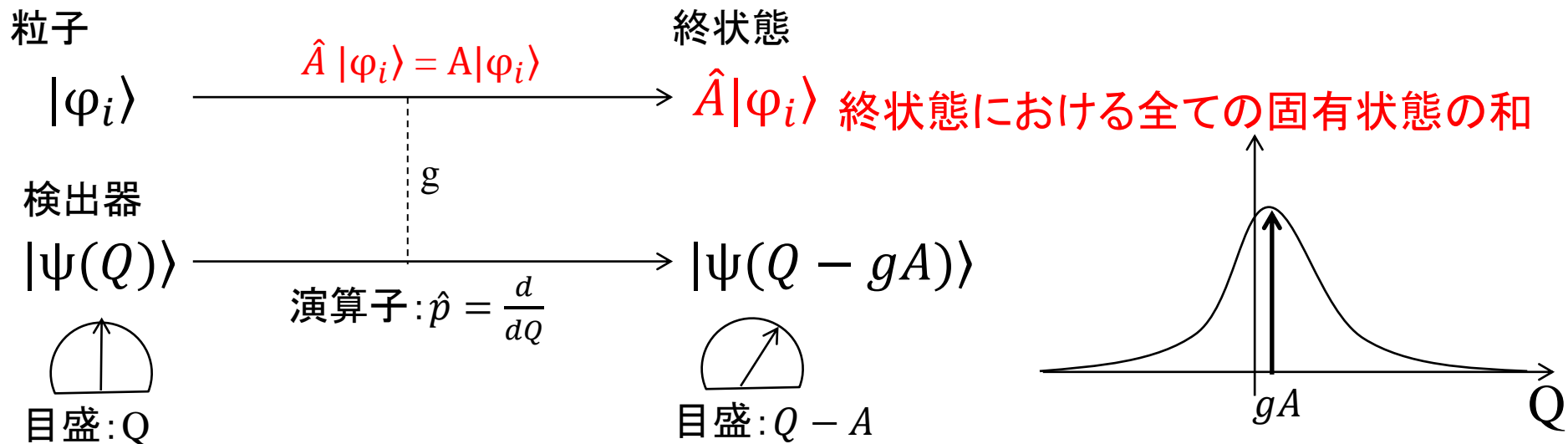
通常の測定 (1)

通常測定の状態

- 粒子の初状態($|\varphi_i\rangle$)を \hat{A} の固有状態にする
 - ▶ 例: $|\varphi_i\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\hat{A} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \alpha_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \hat{A}|\varphi_i\rangle = A|\varphi_i\rangle$
- 粒子と測定器を(粒子の状態を変える程度に)強く相互作用させる
- 測定後に、全ての粒子の終状態を取ってくる



通常の測定 (2)



Von Neumann相互作用演算子

$$|\varphi_i\rangle|\psi(Q)\rangle \longrightarrow \langle\varphi_i|e^{-ig\hat{A}\hat{p}}|\varphi_i\rangle|\psi(Q)\rangle$$

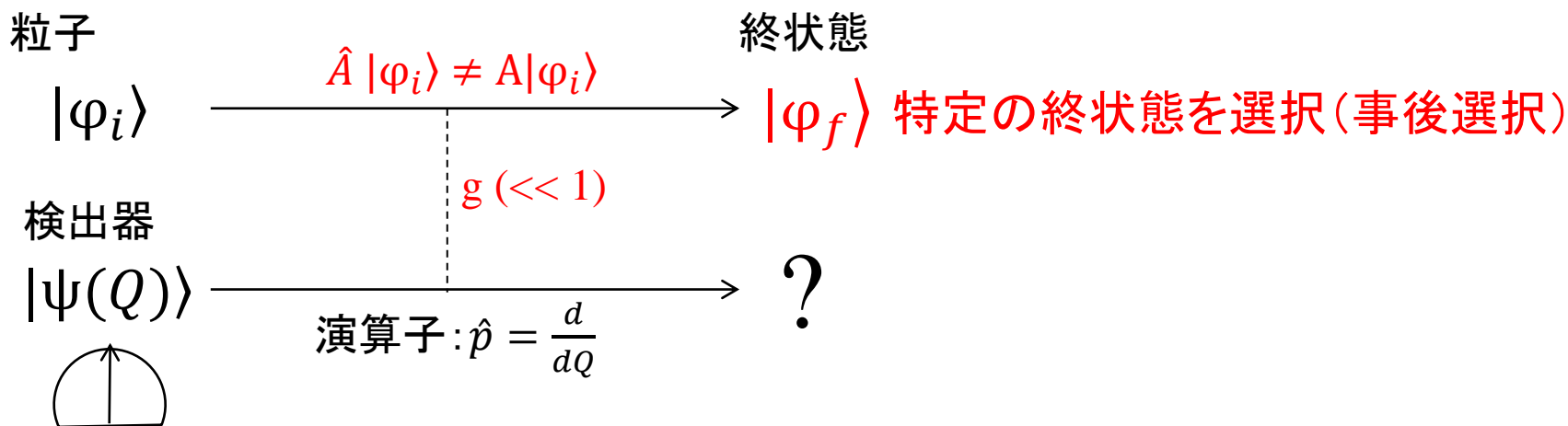
$$\hat{A}|\varphi_i\rangle = A|\varphi_i\rangle = \overset{=1}{\langle\varphi_i|\varphi_i\rangle} \overset{Q\text{についてのシフト演算子}}{e^{-igA\hat{p}}}|\psi(Q)\rangle$$

$$= |\psi(Q - gA)\rangle \text{ 目盛のシフト}$$

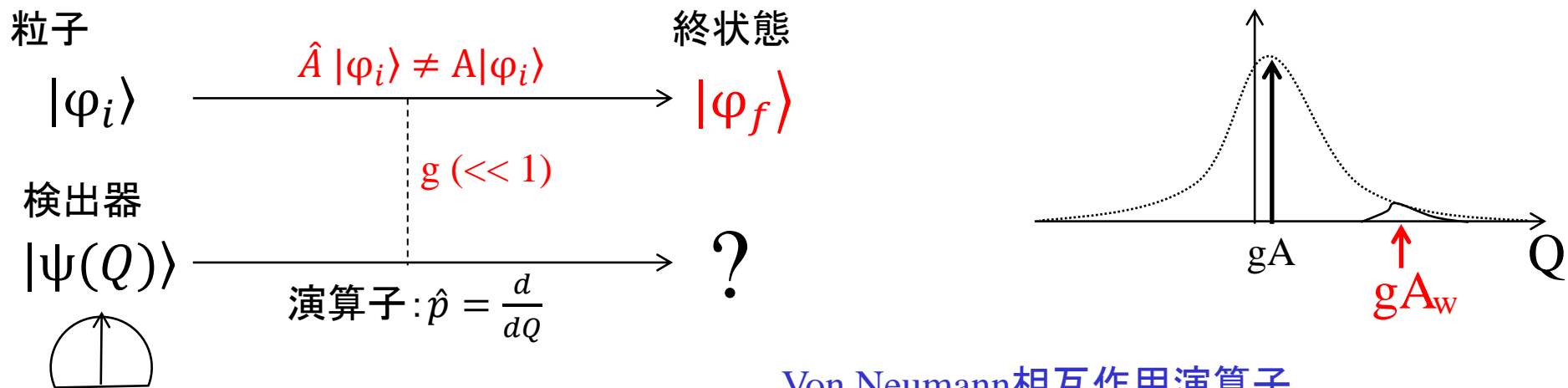
弱測定 (1)

弱測定 の 条件

- 粒子の初状態($|\varphi_i\rangle$)を \hat{A} の非固有状態に取る
 - ▶ 例: $|\varphi_i\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\hat{A} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \hat{A}|\varphi_i\rangle \neq A|\varphi_i\rangle$
- 粒子と測定器を(粒子の状態を変えない程度に)弱く作用させる($g \ll 1$)
- 測定後に、粒子の特定の終状態($|\varphi_f\rangle$)を指定



弱測定 (2)



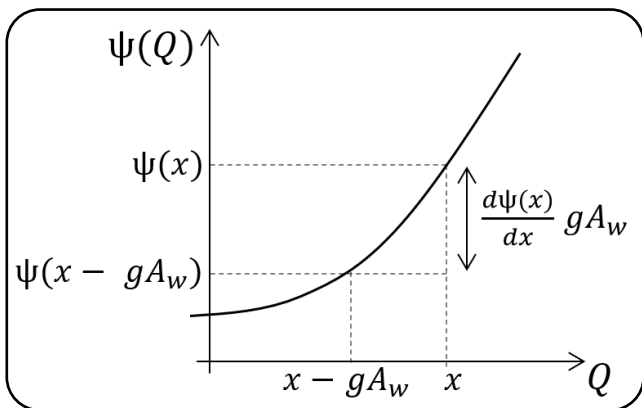
$$|\varphi_i\rangle |\psi(Q)\rangle \longrightarrow \langle \varphi_f | e^{-ig\hat{A}\hat{p}} |\varphi_i\rangle |\psi(Q)\rangle$$

$$g \ll 1 \sim \langle \varphi_f | (1 - ig\hat{A}\hat{p}) |\varphi_i\rangle |\psi(Q)\rangle$$

$$= \langle \varphi_f | \varphi_i \rangle \left(1 - ig \frac{\langle \varphi_f | \hat{A} | \varphi_i \rangle}{\langle \varphi_f | \varphi_i \rangle} \hat{p} \right) |\psi(Q)\rangle$$

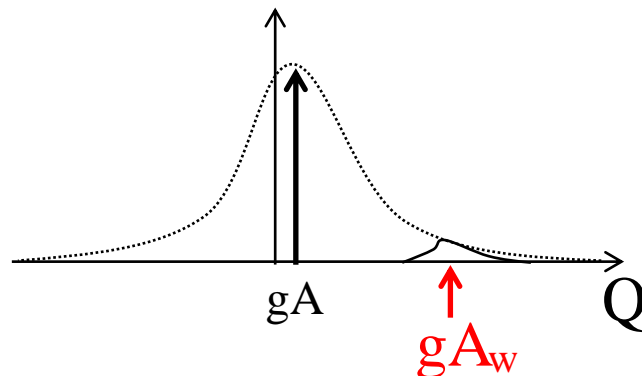
Qのシフト演算子の1次の近似

$$\sim \langle \varphi_f | \varphi_i \rangle |\psi(Q - gA_w)\rangle \quad \text{目盛のシフト}$$



弱値増幅 (1)

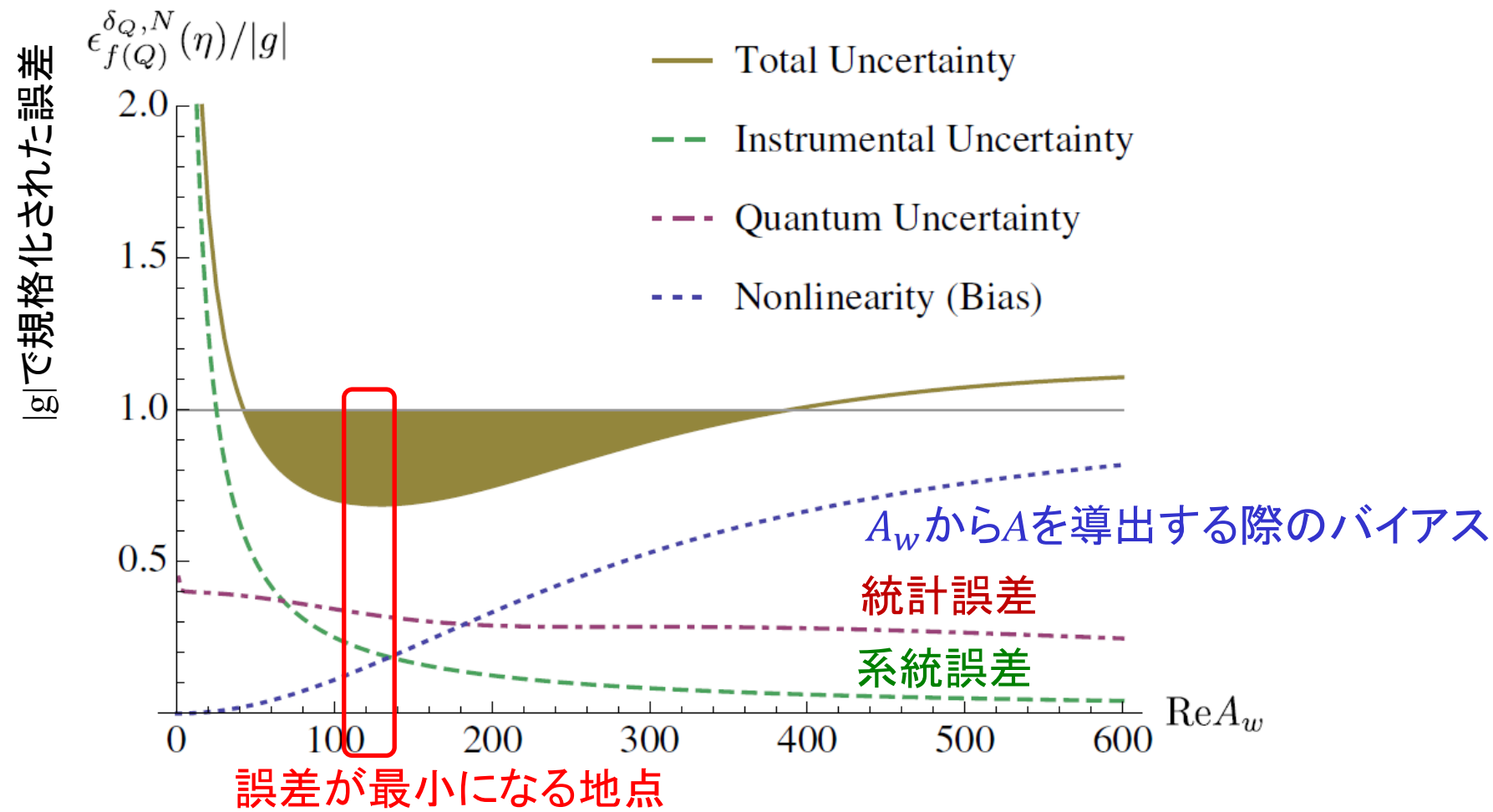
弱値: $A_w = \frac{\langle \varphi_f | \hat{A} | \varphi_i \rangle}{\langle \varphi_f | \varphi_i \rangle}$



- 小さい $\text{Re}\langle \varphi_f | \varphi_i \rangle$ を選択することで弱値を増幅することが可能 (弱値増幅)
 - $|\varphi_i\rangle/|\varphi_f\rangle$ を選択することを事前/事後選択と呼ぶ
- 弱値増幅の増幅率と統計の損失はトレードオフの関係にある
- もし系統誤差が統計誤差よりも大きければ、測定精度を有意に改善することができる
 - 1次のオーダーでは、 $\sigma_{\text{stat.}}/A_w$ は事後選択で変わらない (A_w と統計誤差は共に $1/\sqrt{N}$ に比例するので)
 - 系統誤差は事後選択に依らず (一般的に) 一定なので、 A_w が大きくなれば $\sigma_{\text{syst.}}/A_w$ は減少する

弱値増幅 (2)

測定誤差と弱値増幅の相関



弱測定を用いたこれまでの実験

- スピン・ホール効果による光の1 Åシフトの測定: Science 319, 787 (2008)
- Light deflection measurement with 14 fm of linear travel resolution: Phys. Rev. Lett. 102, 173601 (2009)
- 5×10^{-4} asの時間分解能を用いた光の強度測定: Phys. Rev. A 100, 012109 (2019)
- 中性子を用いたCheshireネコ実験の応用: Nat. Commun. 5, 4492 EP (2014)
- 原子核における2準位系の寿命測定: Phys. Rev. Lett. 111, 023604 (2013)

弱測定の有効性は、光と中性子を用いた実験によって既に証明されている

→ しかし、今のところ他の粒子を用いた実験の提案はされていない

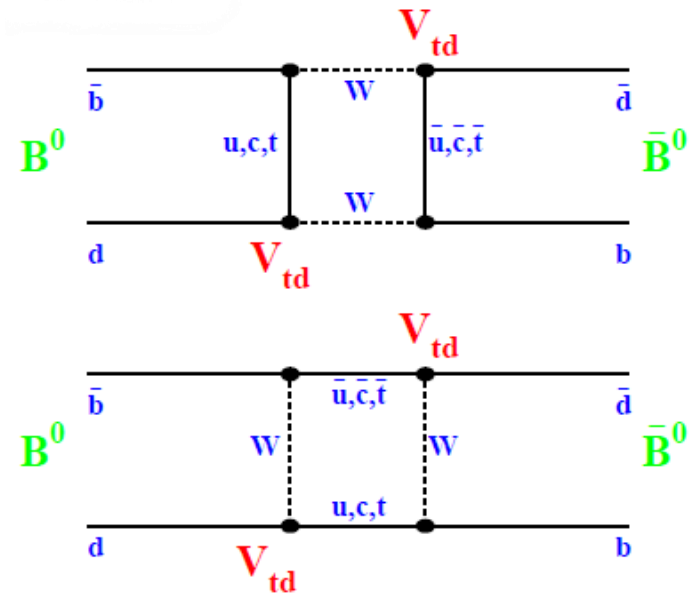
B^0 崩壊における弱測定

$B^0 - \bar{B}^0$ 混合

- B^0 中間子は質量固有状態 (B_H, B_L) とフレーバの固有状態 (B^0, \bar{B}^0) があり、以下のような対応関係がある

$$|B^0\rangle = \frac{1}{2p} (|B_L\rangle + |B_H\rangle)$$

$$|\bar{B}^0\rangle = \frac{1}{2q} (|B_L\rangle - |B_H\rangle)$$



- 時間発展によって B^0 と \bar{B}^0 は混合する

$$|B^0(\Delta t)\rangle = e^{-i\Delta t \hat{H}} |B^0\rangle$$

$$\hat{H}|B_L\rangle = \left(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L\right) |B_L\rangle$$

$$\hat{H}|B_H\rangle = \left(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H\right) |B_H\rangle$$

$$= \frac{1}{2} \left(e^{-i\Delta t(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)} + e^{-i\Delta t(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H)} \right) |B^0\rangle + \frac{q}{2p} \left(e^{-i\Delta t(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)} - e^{-i\Delta t(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H)} \right) |\bar{B}^0\rangle$$

B^0 と \bar{B}^0 は時間発展に伴って混合する ($B^0 - \bar{B}^0$ 混合)

B0崩壊における事後選択

事後選択(崩壊時の B^0): $|B_{\text{decay}}\rangle = r|B^0\rangle + s|\bar{B}^0\rangle$ ($|r|^2 + |s|^2 = 1$)

CP位相

- $\frac{p}{q} = e^{i\phi}$ ($|p|=|q|$: $1 - |q|/|p| \sim 10^{-3}$)

- $\frac{r}{s} = \frac{|r|}{\sqrt{1-|r|^2}} e^{i\theta}$ ← $|B_{\text{decay}}\rangle$ における B^0 と \bar{B}^0 の相対位相

- $\Gamma_L = \Gamma_H = \Gamma$ ($\frac{|\Gamma_L - \Gamma_H|}{\Gamma} < 0.01$)

事後選択ありの確率密度

$$P(\Delta t | B^0 \rightarrow B_{\text{decay}}) = \frac{1}{N} |\langle B_{\text{decay}} | B^0(\Delta t) \rangle|^2$$

$$= \frac{e^{-\Gamma|\Delta t|}}{2N} \left\{ 1 + (2|r|^2 - 1) \cos(\Delta m \Delta t) - 2|r| \sqrt{1 - |r|^2} \sin(\theta - \phi) \sin(\Delta m \Delta t) \right\}$$

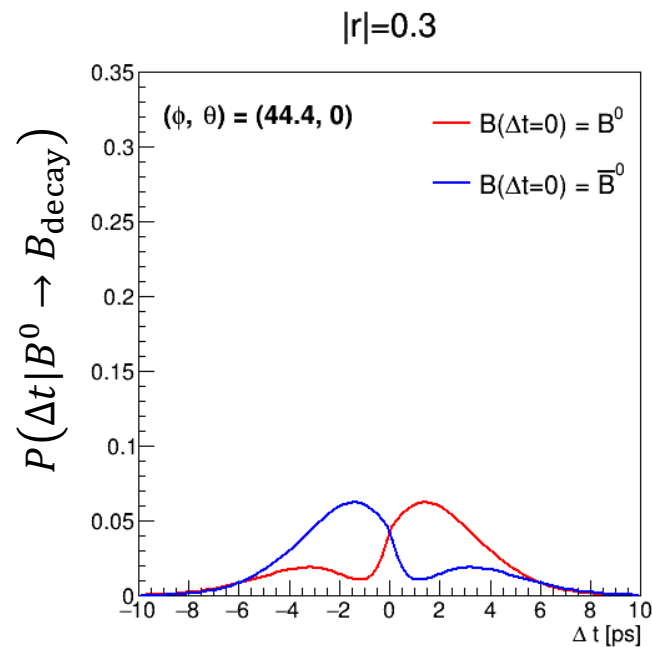
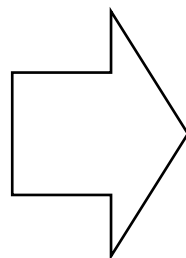
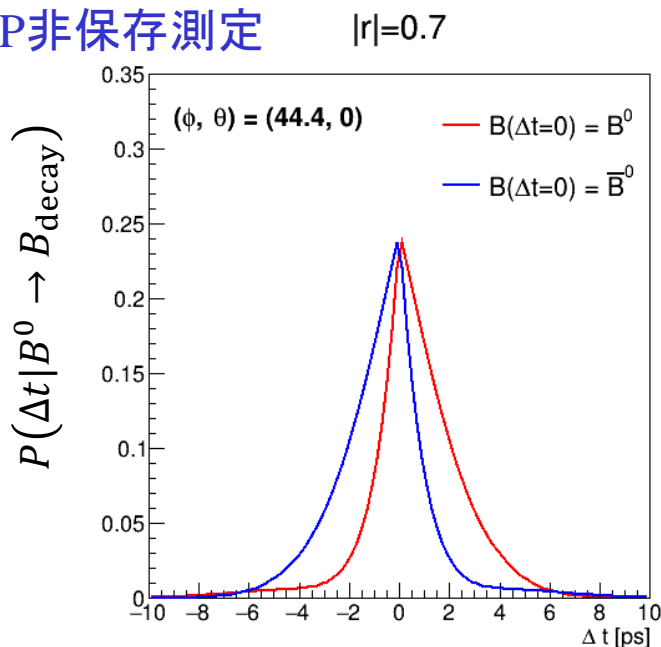
事後選択パラメータ

事後選択後の Δt 分布

- 通常のCP非保存測定ではCP固有状態($|r| = 1/\sqrt{2} = 0.7$)を選択
- $\Delta t=0$ の時点で B^0 と \bar{B}^0 であるものを分離して Δt 分布を作成すると、CP位相 ϕ の効果で分布の違いが現れる \rightarrow 混合起因のCP非保存
- $|r|$ を選択することによって Δt 分布が変わる

ϕ に対する感度は最適な $|r|$ を選択することで改善できる

通常のCP非保存測定



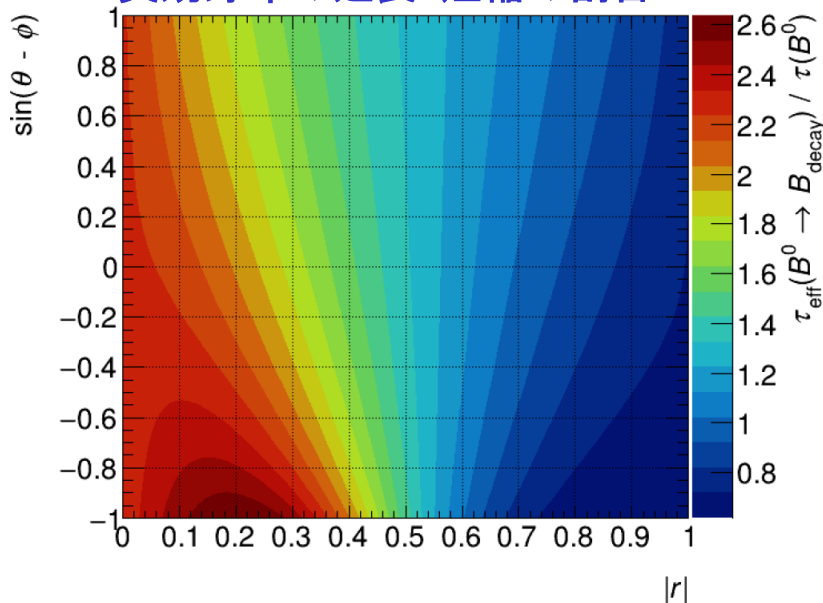
事後選択による寿命の延長

$$\tau_{\text{eff}}(B^0 \rightarrow B_{\text{decay}}) = \int_0^\infty d\Delta t' \Delta t' P(\Delta t' | B^0 \rightarrow B_{\text{decay}})$$

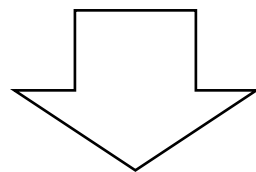
$$A_w = \frac{\sqrt{1-|r|^2}}{|r|} \{\cos(\theta - \varphi) + i \sin(\theta - \varphi)\}$$

$$= \frac{\left(1 + |A_w|^2\right) \frac{1}{\Gamma^2} + \left(1 - |A_w|^2\right) \frac{\Gamma^2 - (\Delta m)^2}{\{\Gamma^2 + (\Delta m)^2\}^2} + 4\text{Im}[A_w] \frac{(\Delta m)\Gamma}{\{\Gamma^2 + (\Delta m)^2\}^2}}{\left(1 + |A_w|^2\right) \frac{1}{\Gamma} + \left(1 - |A_w|^2\right) \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\Delta m)^2} + 2\text{Im}[A_w] \frac{\Delta m}{\Gamma^2 + (\Delta m)^2}}$$

$(|r|, \sin(\theta - \varphi))$ 平面における
実効寿命の延長・短縮の割合



実効寿命は $\tau(B^0)$ に対して最大2.6倍
に延長できる



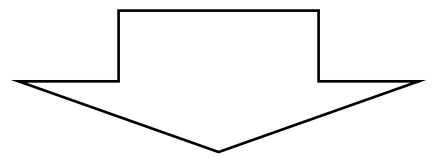
$(|r|, \theta)$ を選択することで実効寿命を
調整し、CP位相 φ の測定感度を向上
できないだろうか？

「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象におけるCP非保存

- 「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象では γ のヘリシティは B^0 フレーバに依存する
 - 左巻き相互作用によって B^0 は γ_R 、 \bar{B}^0 は γ_L
- 終状態がフレーバの固有状態のようになるので、SMでは「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象の(混合起因の)CP非保存は $\frac{m_s}{m_b}$ 分だけ抑制される

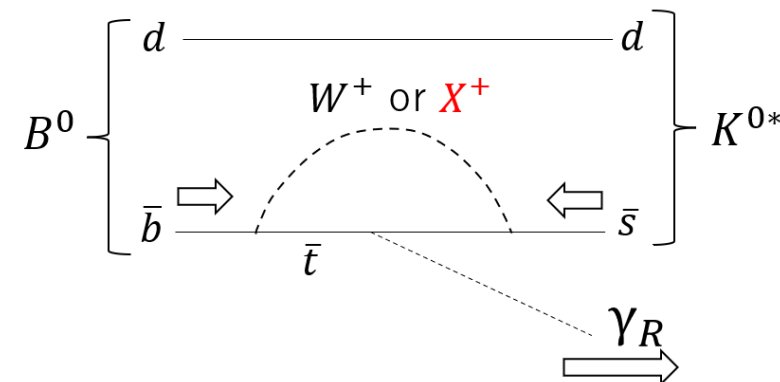
[[Eur. Phys. J. C\(2014\)74:3026](#)]

➢ 直接的CP非保存も1%以下と小さい [[PRL 119, 191802 \(2017\)](#)]



SMだと、実験で「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」のCP非保存を測定できない

→ CP非保存の観測は新物理の発見



「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象への弱測定の実用

事後選択ありの確率密度

$$P(\Delta t | B^0 \rightarrow B_{\text{decay}}) = \frac{1}{N} |\langle B_{\text{decay}} | B^0(\Delta t) \rangle|^2$$

$$= \frac{e^{-\Gamma|\Delta t|}}{2N} \left\{ 1 + (2|r|^2 - 1) \cos(\Delta m \Delta t) - 2|r| \sqrt{1 - |r|^2} \sin(\theta - \phi) \sin(\Delta m \Delta t) \right\}$$

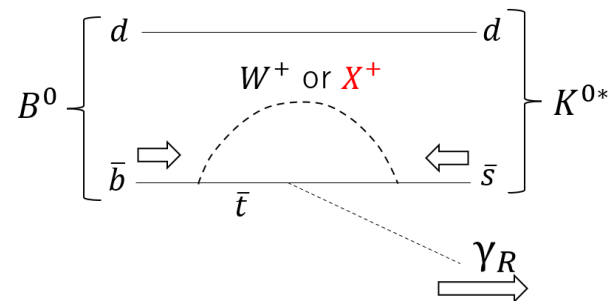
事後選択パラメータ

CP位相



「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」の弱測定への利点

- γ のヘリシティは $|r|$ に対応 ($B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma_R$ or $\bar{B}^0 \rightarrow K^{0*} \gamma_L$)
 - 実際には、逆のヘリシティが m_s / m_b の分だけ混入 (今回は無視)
- γ の位相は θ に対応
- γ のヘリシティと位相を用いて事後選択が可能

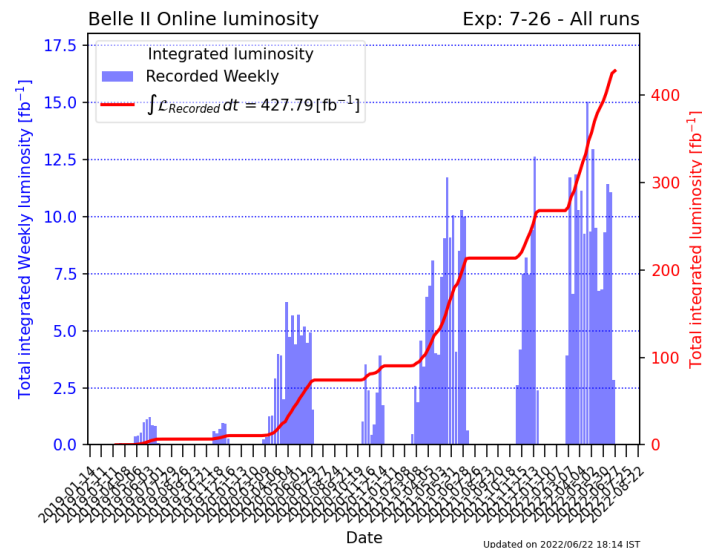


⇒ Belle II実験における「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象を用いた弱測定を考える

Belle II実験のCP非保存測定に おける弱測定の実用

Belle II実験

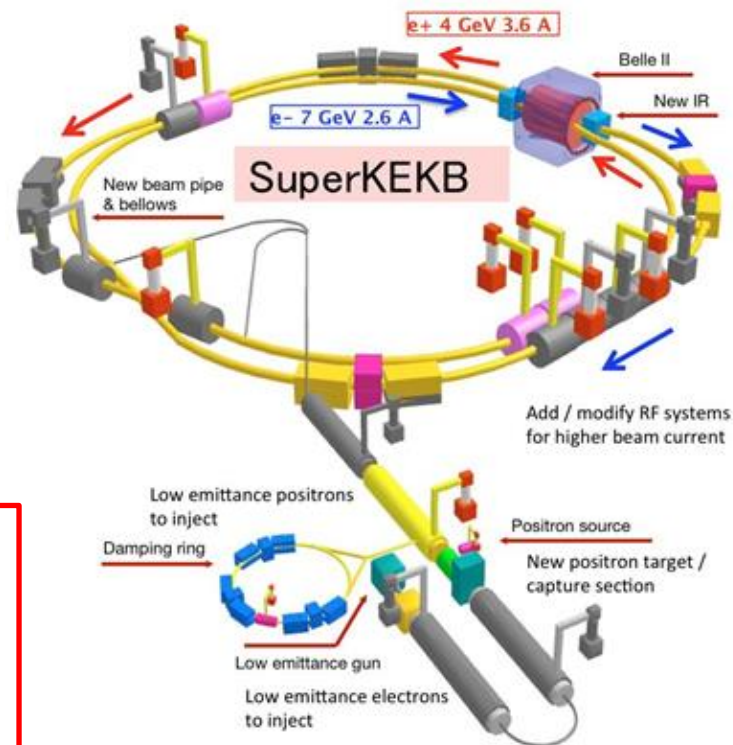
2019-2022の積分ルミノシティの推移



- SuperKEKB電子・陽電子衝突型加速器を用いてCP非保存や新物理を探索する実験
 - 電子: 7 GeV, 陽電子: 4 GeV
- KEKB加速器に比べて40倍大きい瞬間ルミノシティを実現: $L = 8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
- 2019年からフル・データの取得を開始し、これまでに424 fb⁻¹のデータを取得
- 2035年までに50 ab⁻¹のデータを蓄積
 - $5.5 \times 10^{10} B \cdot \bar{B}$ ペア

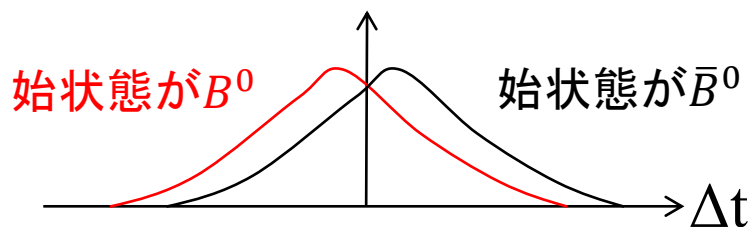
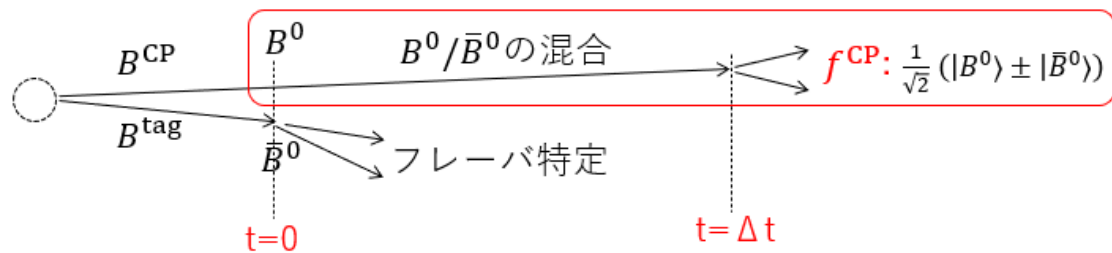
弱測定に有利な点

- 初期状態が決まっている(Y(4S) → B · \bar{B})
- 大統計($5.5 \times 10^{10} B \cdot \bar{B}$ ペア)



Belle IIでのCP非保存測定

- 始状態が B^0 と \bar{B}^0 の Δt 分布の違いを測定することでCP非保存を観測

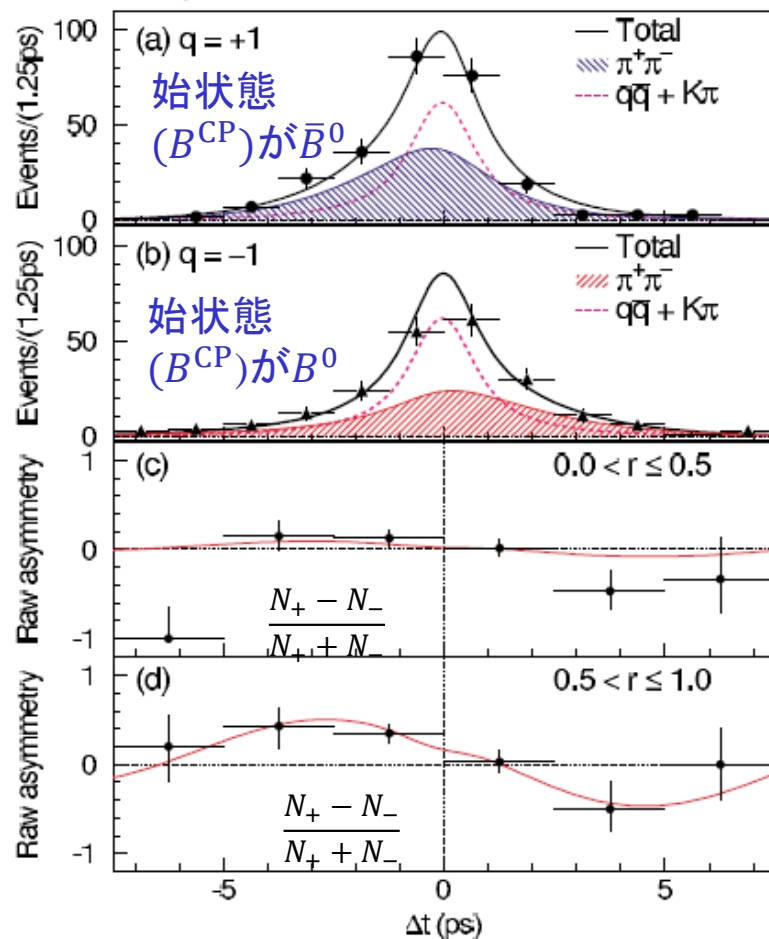


- 通常の測定は、 $(|r|, \theta) \sim (1/\sqrt{2}, 0)$ における弱測定(条件付き測定)に対応

$$\triangleright |B_{\text{decay}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle \pm |\bar{B}^0\rangle)$$

今回は、 $(|r|, \theta)$ を動的に選択しながら
CP非保存への感度を調査

「 $B^{\text{CP}} \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 」の Δt 分布 @Belle
(Phys. Rev. Lett. 93 021601 (2004))



シミュレーション: 信号の収量

- $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ ($K^{0*} \rightarrow K_S^0 \pi^0$, $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$): 1.2×10^5
 - 5.5×10^{10} $B \cdot \bar{B}$ ペア (50 ab^{-1})
 - B^{CP} に「 $K^{0*} \rightarrow K_S^0 \pi^0$ 」を選択するのは、 B_{decay} と $K^{0*} \gamma$ の一致条件による要請 (バックアップ・スライド)
- フレーバ特定効率: 0.136 [[Nucl. Instrum. Meth. A533 \(2004\) 516-531](#)]
- 事象再構成効率: 0.182 [[Phys. Rev. Lett. 119, 191802 \(2017\)](#)]

⇒ 事象選択後に 3.2×10^3 事象が残る

• まずは弱値増幅の効果だけを評価するために、 $|r|$ と θ についての事後選択の効率は考慮しない

→ 事後選択の後の信号事象数は 3.2×10^3 を使用

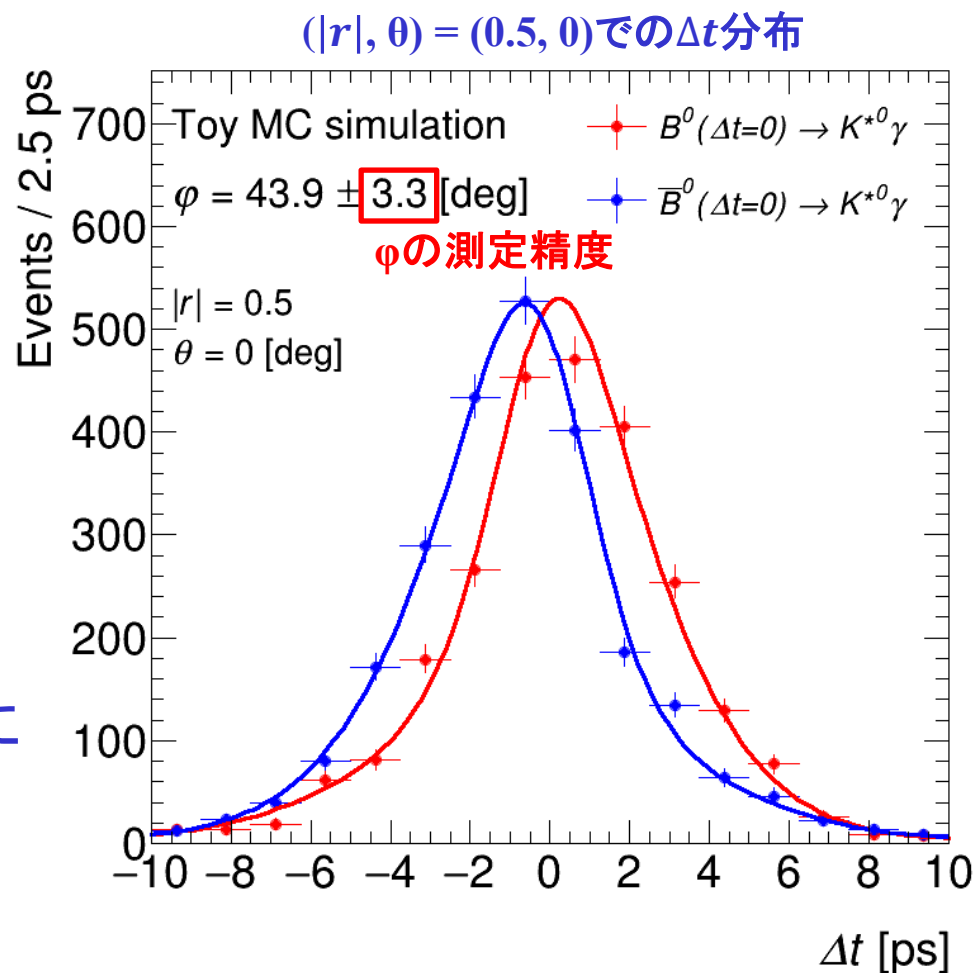
シミュレーション: φ の導出

- φ への感度を評価するため、始状態が B^0/\bar{B}^0 の Δt 分布を信号と背景事象の確率密度で同時フィット

➤ φ はフィットパラメータ(すなわち、測定すべき量)

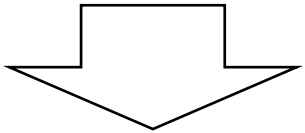
- 始状態が B^0 と \bar{B}^0 の違いが φ の効果を示す(CP非保存)

異なる $(|r|, \theta)$ について、フィットにおける φ の不定性を評価



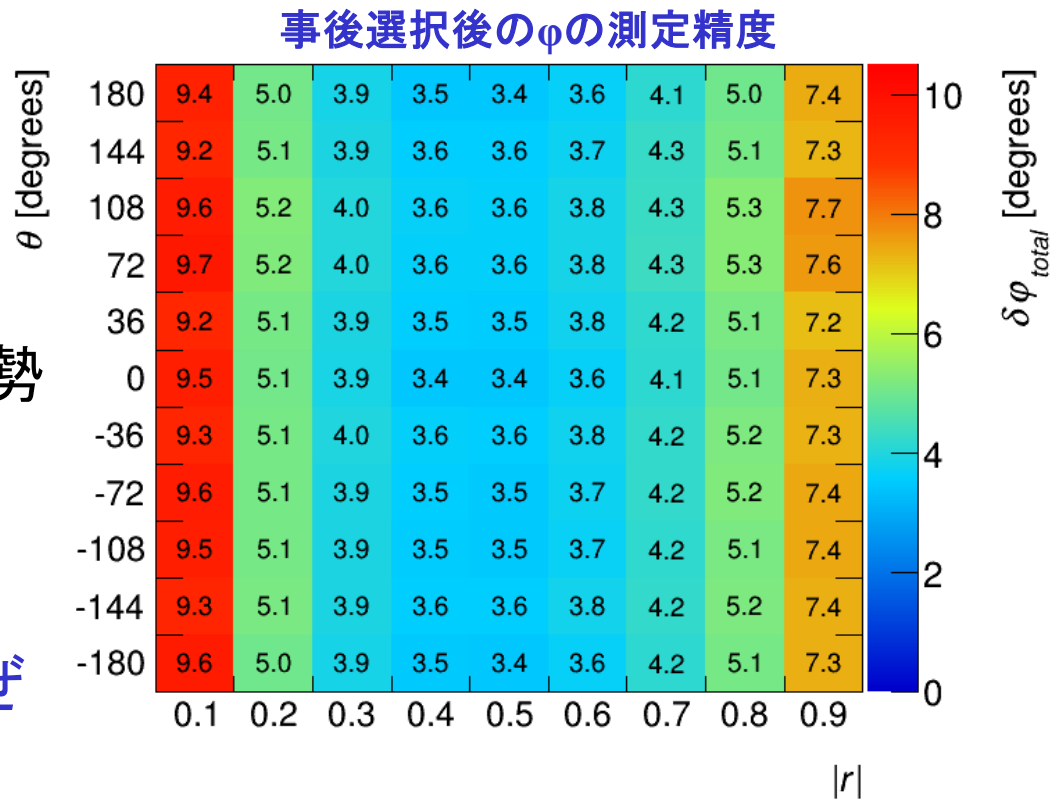
CP位相への感度

- φ の測定精度は $|r|$ に大きく依存しているが、 θ にはあまりよらない
- φ の測定精度は $|r| \sim 0.5$ で最もよくなる ($|r| \sim 0.7$ に比べて、約20%の改善)



弱測定によって、 φ への感度を改善できる！

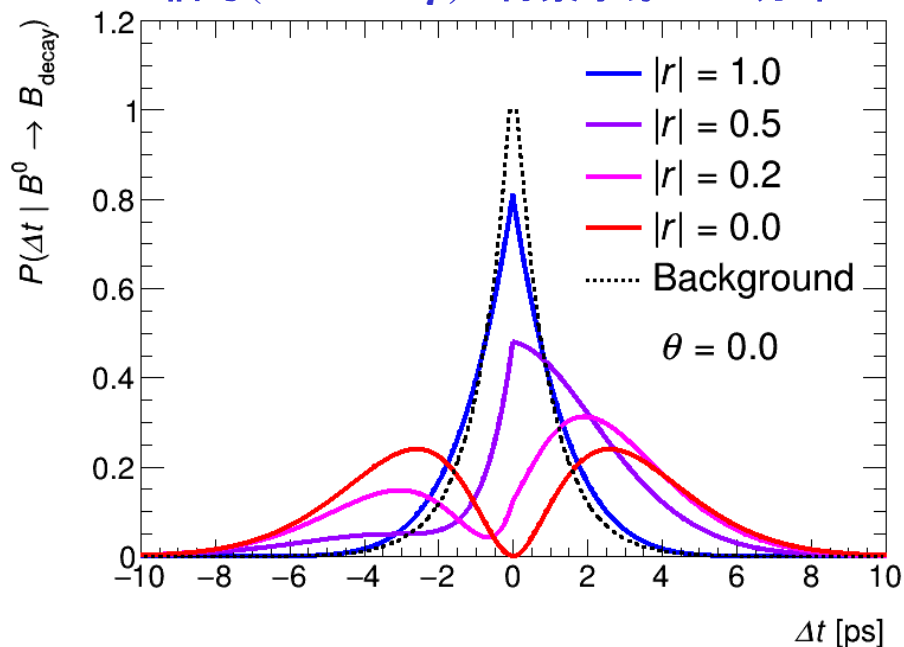
- この解析では統計誤差が優勢
 - $\sigma_{\varphi}(\text{syst.}) = 0.2\text{--}1.1$ deg.
 - $\sigma_{\varphi}(\text{stat.}) = 3.4\text{--}9.7$ deg.
- 統計誤差が優勢なのに、なぜ測定精度が改善したのか？



感度が改善する理由

- 背景事象は $\Delta t = 0$ を中心に分布
- 小さい $|r|$ を選択することによって、信号を背景事象が少ない領域にシフトできる
 - 背景事象が低減し、 φ に対する測定精度が改善する
- $|r| \sim 0$ になると、統計を失うことによって測定精度が悪化する

信号($B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$)と背景事象の Δt 分布



弱値増幅は分布の形状を最適に調整する活用法もある

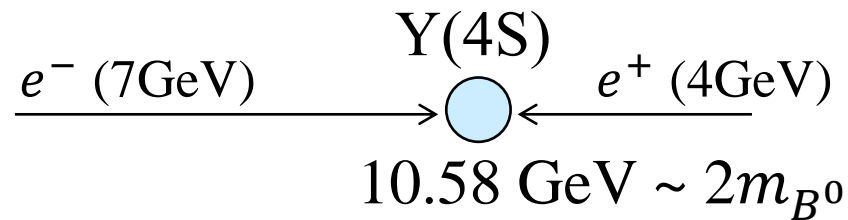
まとめ

- 弱測定は量子力学の新しい測定方法
 - 弱い相互作用における条件付き測定
- 弱測定の効果は、光と中性子を用いた様々な実験によって既に証明されているが、他の粒子を用いた実験は提案されていない
- 「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象の γ について事後選択を行うことで、CP非保存項への感度を向上できる可能性がある
 - 実験への実装は、 γ の円偏光を測定するための技術的課題がある
- 我々の研究結果は[\[Phys. Rev. D 104, 033001\]](#)に発表
- 弱測定以外にも、ATLAS実験におけるB中間子フレーバーを用いたベル不等式の検証など、素粒子実験でやるべき量子基礎の検証課題はたくさんある[\[Phys. Rev. D104, 056004\]](#)
 - 共同研究の提案がありましたら是非お願いします！

おまけ

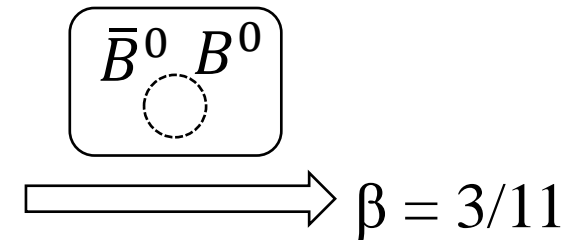
Belle IIでのCP非保存測定 (1)

1. 非対称エネルギーの電子・陽電子衝突でY(4S)を生成



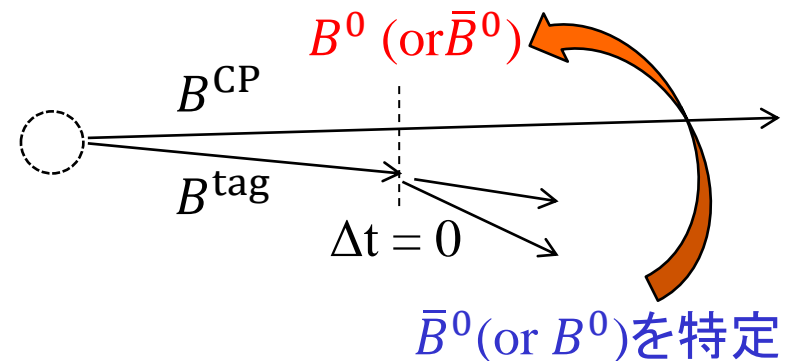
2. Y(4S)崩壊からの $B^0\bar{B}^0$ 対は β ($= p/E = 3/11$)で前進

- B^0/\bar{B}^0 はY(4S)の重心系でほぼ静止
- 2つの B^0 を B^{tag} と B^{CP} と定義



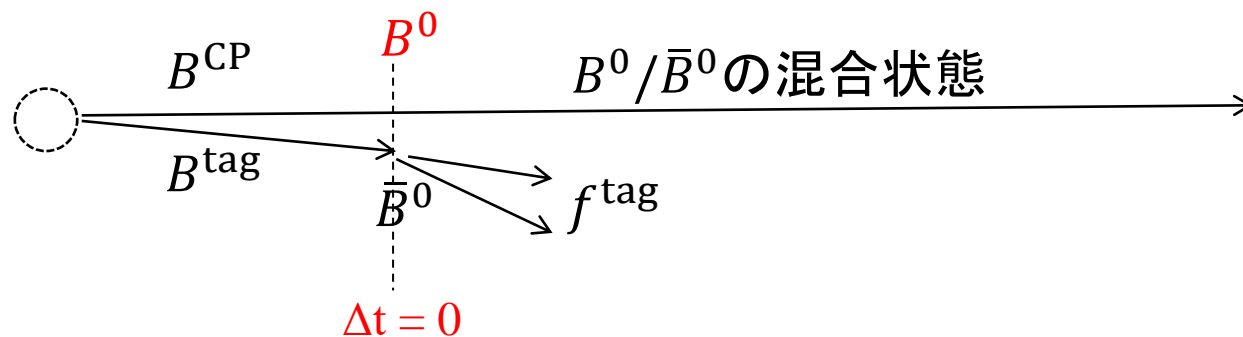
3. $\Delta t = 0$ に B^{tag} が崩壊。フレーバは終状態を用いて特定可能

→ $\Delta t = 0$ での B^{CP} のフレーバもエンタングルメントによって特定できる

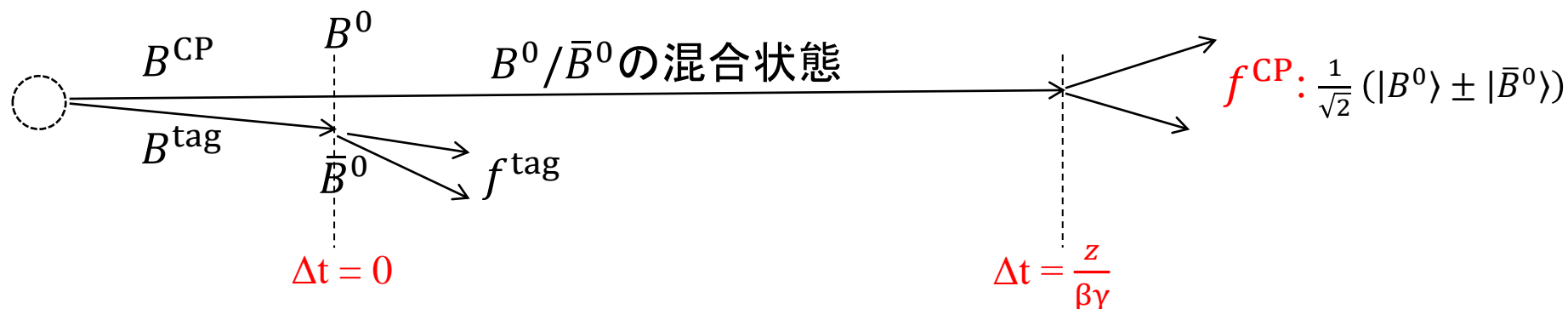


Belle IIでのCP非保存測定 (2)

4. B^{CP} は進行しながらフレーバ混合を起こす。

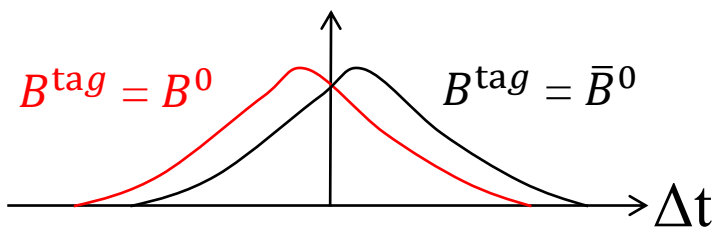


5. B^{CP} は $t = \Delta t$ で崩壊。通常の測定では、CPの固有状態である終状態 (f^{CP}) を選択。 B^{tag} が B^0 と \bar{B}^0 である事象を分けて Δt 分布を作成。



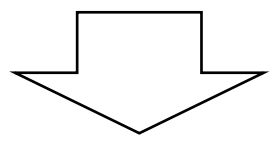
Belle IIでのCP非保存測定 (3)

6. もし、 B^{tag} が B^0 と \bar{B}^0 で Δt に違いがあれば、CP非保存の証拠になる



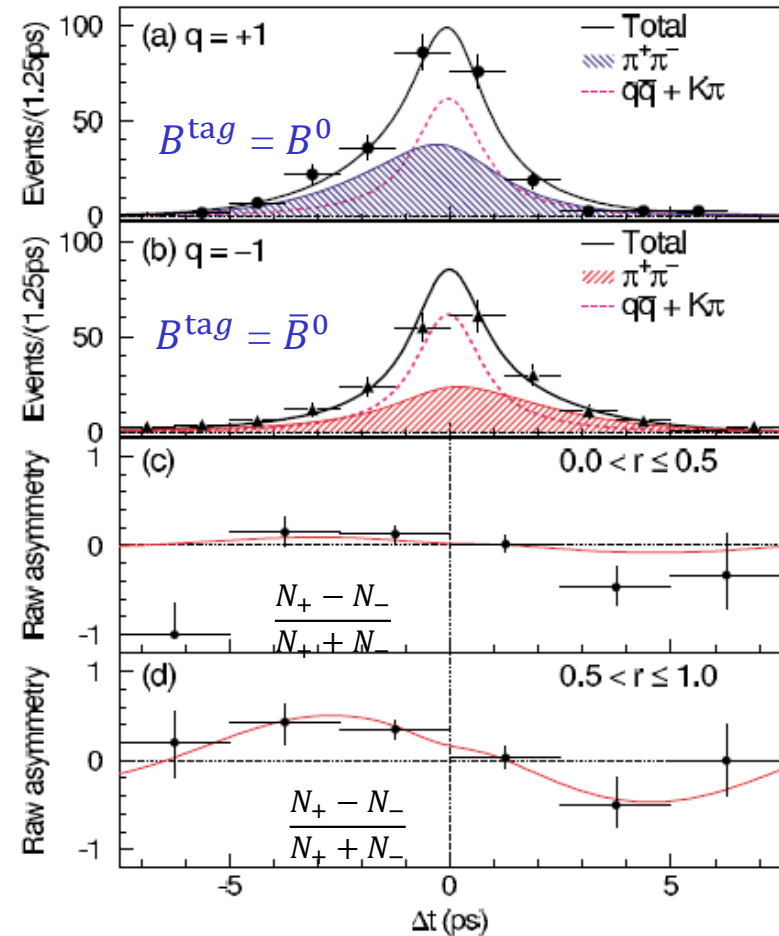
通常の測定は、 $(|r|, \theta) \sim (1/\sqrt{2}, 0)$ における弱測定(条件付き測定)に対応

$$|B_{\text{decay}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle \pm |\bar{B}^0\rangle)$$



今回は、 $(|r|, \theta)$ を動的に選択しながら CP非保存への感度を調査

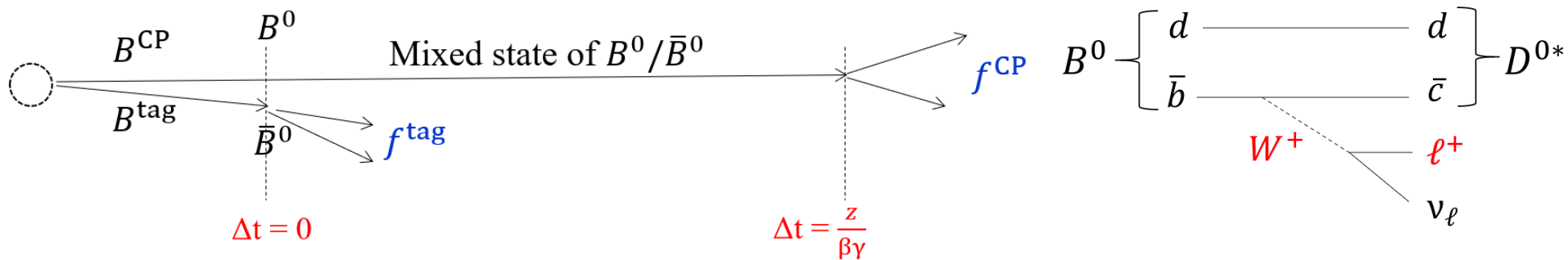
「 $B^{\text{CP}} \rightarrow \pi^+\pi^-$ 」の Δt 分布 @Belle
(Phys. Rev. Lett. 93 021601 (2004))



時間測定とフレーバー特定

B^{tag} と B^{CP} の崩壊時間差(Δt)

- B^{tag} と B^{CP} の崩壊時間差(Δt)は、崩壊点の距離と β を用いて測定可能
- 典型的な時間分解能: $\sim 1.2 \text{ ps}$ ($\tau(B^0) = 1.5 \text{ ps}$)



B^{tag} のフレーバ特定

- B^{tag} のフレーバは、特別な終状態を選択することによって特定可能
[[Nucl. Instrum. Meth. A533 \(2004\) 516-531](#)]
- 例えば、「 $B^0 \rightarrow D^* \ell^+ \nu$ 」の ℓ の電荷によって B^0 フレーバを特定できる
- タグ効率が0.136の時、誤タグ割合は0.02

シミュレーション: 信号の収量 (1)

- $5.5 \times 10^{10} B \cdot \bar{B}$ ペア (50 ab^{-1})
 - $\text{BR}(Y(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0): 0.49$
 - $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma): 4.2 \times 10^{-5}$
 - $\text{BR}(K^{0*} \rightarrow K_S^0 \pi^0, K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-): 0.11$
- } $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ ($K^{0*} \rightarrow K_S^0 \pi^0, K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$):
 1.2×10^5
- B^{CP} に「 $K^{0*} \rightarrow K_S^0 \pi^0$ 」を選択するのは、 B_{decay} と $K^{0*} \gamma$ の一致条件による要請 (バックアップ・スライド)
 - フレーバ特定効率: **0.136** [[Nucl. Instrum. Meth. A533 \(2004\) 516-531](#)]
 - 誤タグ割合: 0.02 (今回は無視)
 - 事象再構成効率: **0.182** [[Phys. Rev. Lett. 119, 191802 \(2017\)](#)]

⇒ **事象選択後に 3.2×10^3 事象が残る**

→ 事後選択が可能な程度の統計があるように見える

シミュレーション: 信号の収量 (2)

- まずは弱値増幅の効果だけを評価するために、 $|r|$ と θ についての事後選択の効率を考慮しない

→ 事後選択の後の信号事象数は 3.2×10^3 を使用

- なお、高エネルギー γ の円偏光を測定した実験はまだない
- Belle実験の結果から、背景事象の混入量は 0.9×10^3 を想定

主な背景事象:

- $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$)
- $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$: B の終状態が信号と誤認される

シミュレーション: 事象生成

- お手製のtoyMCを用いて擬実験を実施
- $(|r|, \theta)$ を変えながら、信号(P_{sig})と背景事象(P_{bkg})の確率密度分布を用いて Δt 分布を生成

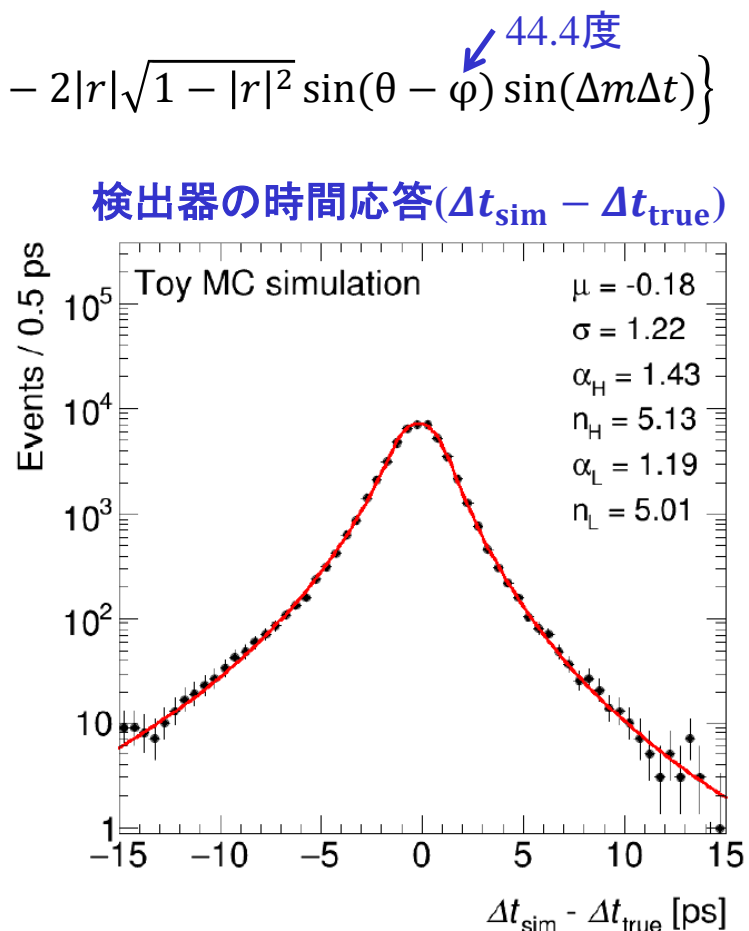
$$P_{\text{sig}}(\Delta t | B^0 \rightarrow B_{\text{decay}}) = \frac{e^{-\Gamma|\Delta t|}}{2N} \left\{ 1 + (2|r|^2 - 1) \cos(\Delta m \Delta t) - 2|r| \sqrt{1 - |r|^2} \sin(\theta - \varphi) \sin(\Delta m \Delta t) \right\}$$

- CP位相 $\varphi (= 2\varphi_1)$ は44.4度に設定
(世界平均)

- 「 $B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ 」事象における $\frac{m_s}{m_b}$ 分のCP
非保存の抑制効果はひとまず無視

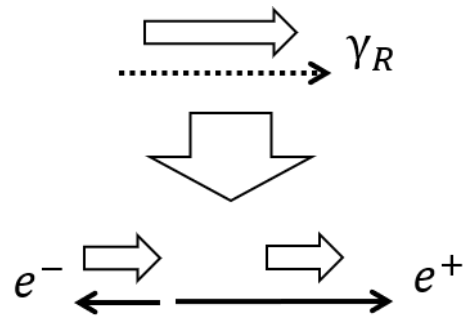
- P_{bkg} はBelle実験の結果を用いて経験的に決定

- 検出器応答(時間スケールと分解能)と背景事象の系統誤差を考慮



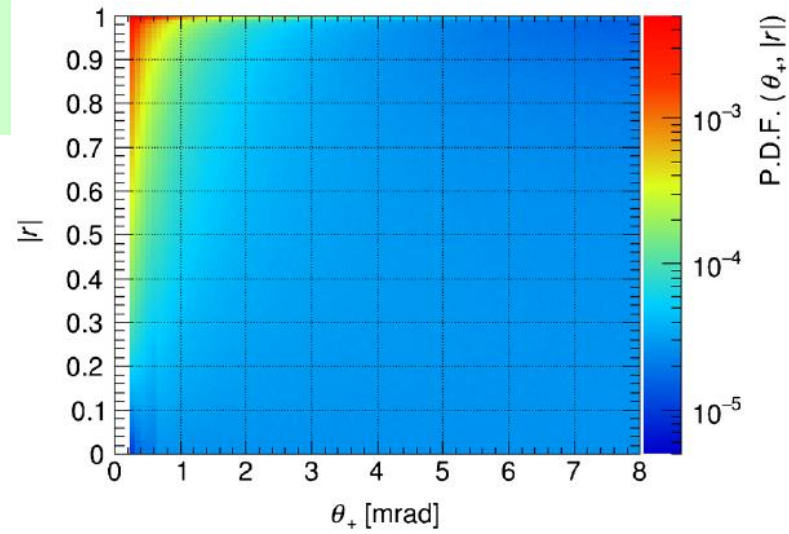
γ を用いた事後選択

- $|r|$ と θ の事後選択が、弱測定を実現する上での最大の技術的難問
 - $|r|$: γ のヘリシティ、 θ : γ の位相
- 対生成からの電子・陽電子の運動学的分布から、 $|r|$ と θ を選択できるかもしれない ([Phys. Rev. 114, 887 (1959)], [J. High Energy Phys. 09, 013]).

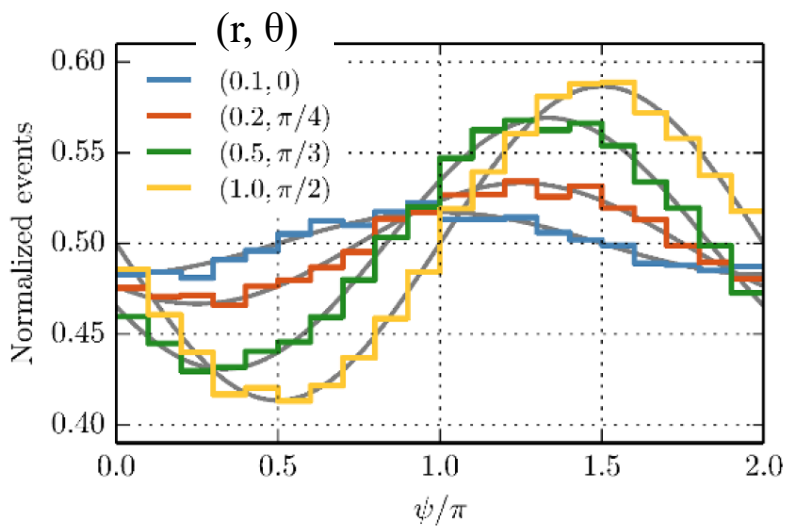


実際には、電子・陽電子の運動学的分布を入力として機械学習を行えば、弱測定の効果自動的に考慮されると思われる

確率密度の $|r|$ と γ の静止系でのレプトンの角度の相関



レプトン・ペアの方位角と事象レートの相関



事後選択による寿命の延長 (1)

- 弱値増幅によって B^0 の有効寿命を延長・短縮し、それによって Δt 分布が変わる
- $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{\Delta m}$ を質量固有状態に作用するハミルトニアンとして次のように定義:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_0 |B_{L/H}\rangle &= \left(m - \frac{i}{2}\Gamma\right) |B_{L/H}\rangle \\ \hat{\Delta m} |B_{L/H}\rangle &= \pm \Delta m |B_{L/H}\rangle \end{aligned} \right\} \hat{H} |B_{L/H}\rangle = \left(\boxed{m \pm \Delta m} - \frac{i}{2}\Gamma\right) |B_{L/H}\rangle = m_{L/H}$$

$$\begin{aligned} \langle B_{\text{decay}} | B^0(\Delta t) \rangle &= \langle B_{\text{decay}} | \boxed{e^{-i\Delta t \hat{H}}} | B^0 \rangle \quad = |B^0(\Delta t)\rangle \\ &= e^{-\frac{1}{2}\Gamma\Delta t} e^{-i\Delta t m} \langle B_{\text{decay}} | e^{-i\Delta t \hat{\Delta m}} | B^0 \rangle \end{aligned}$$

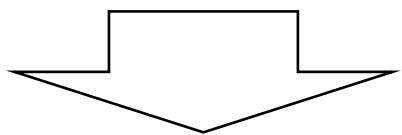
もし、 $\tau\Delta m = \frac{\Delta m}{\Gamma} \sim 0$

$$\sim e^{-\frac{1}{2}\Gamma\Delta t} e^{-i\Delta t m} \langle B_{\text{decay}} | (1 - i\Delta t \hat{\Delta m}) | B^0 \rangle$$

事後選択による寿命の延長 (2)

$$\begin{aligned}
 \langle B_{\text{decay}} | B^0(\Delta t) \rangle &= e^{-\frac{1}{2}\Gamma\Delta t} e^{-i\Delta tm} \langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle \left(1 - i\Delta t \frac{\langle B_{\text{decay}} | \widehat{\Delta m} | B^0 \rangle}{\langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle} \right) \\
 &= e^{-\frac{1}{2}\Gamma\Delta t} e^{-i\Delta tm} \langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle (1 - i\Delta t A_w) \\
 &\quad \sim e^{-i\Delta t A_w} \text{ if } |\Delta t A_w| \ll 1
 \end{aligned}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}\Gamma\Delta t} e^{-i\Delta tm} \langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle e^{-i\Delta t A_w}$$



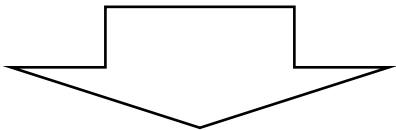
$$\begin{aligned}
 |\langle B_{\text{decay}} | B^0(\Delta t) \rangle|^2 &= e^{-\Gamma\Delta t} |\langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle|^2 e^{2\Delta t \text{Im}[A_w]} \\
 &= e^{-(\Gamma - 2\text{Im}[A_w])\Delta t} |\langle B_{\text{decay}} | B^0 \rangle|^2
 \end{aligned}$$

事後選択によって、 B^0 の有効寿命が延長・短縮している

事後選択による寿命の延長 (3)

実際には「 $\tau\Delta m = \frac{\Delta m}{\Gamma} (= 0.77)$ 」は $\ll 1$ ではないので、
1次までの弱値の計算は適切ではない

- $\Delta m = m_{B_H} - m_{B_L} = 3.3 \times 10^{-10} \text{ MeV}$
- $\Gamma_{B^0} = 4.3 \times 10^{-10} \text{ MeV}$ ($\tau = 1.5 \times 10^{-12} \text{ s}$)



フル計算による寿命:

$$\tau_{\text{eff}}(B^0 \rightarrow B_{\text{decay}}) = \int_0^{\infty} d\Delta t' \Delta t' P(\Delta t' | B^0 \rightarrow B_{\text{decay}})$$

$$A_w = \frac{\sqrt{1-|r|^2}}{|r|} \{ \cos(\theta - \varphi) + i \sin(\theta - \varphi) \}$$

$$= \frac{\left(1 + |A_w|^2\right) \frac{1}{\Gamma^2} + \left(1 - |A_w|^2\right) \frac{\Gamma^2 - (\Delta m)^2}{\{\Gamma^2 + (\Delta m)^2\}^2} + 4\text{Im}[A_w] \frac{(\Delta m)\Gamma}{\{\Gamma^2 + (\Delta m)^2\}^2}}{\left(1 + |A_w|^2\right) \frac{1}{\Gamma} + \left(1 - |A_w|^2\right) \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\Delta m)^2} + 2\text{Im}[A_w] \frac{\Delta m}{\Gamma^2 + (\Delta m)^2}}$$

B0崩壊を用いた事後選択の妥当性 (1)

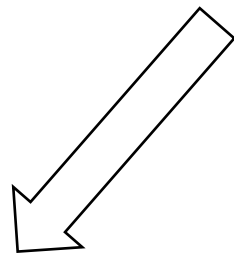
$B^0 \rightarrow K^{0*} \gamma$ を用いた事後選択を実現するには、終状態と一致条件 ($|K_F^{*0}\rangle|\gamma_F\rangle \propto |B_{\text{decay}}\rangle = r|B^0\rangle + s|\bar{B}^0\rangle$) を満たす必要がある

\hat{S} は B^0 状態と崩壊後の状態をつなぐユニタリ演算子と定義:

$$\hat{S}|B^0\rangle = c|K^{0*}\rangle|\gamma_R\rangle + [\text{他の崩壊モード}]$$

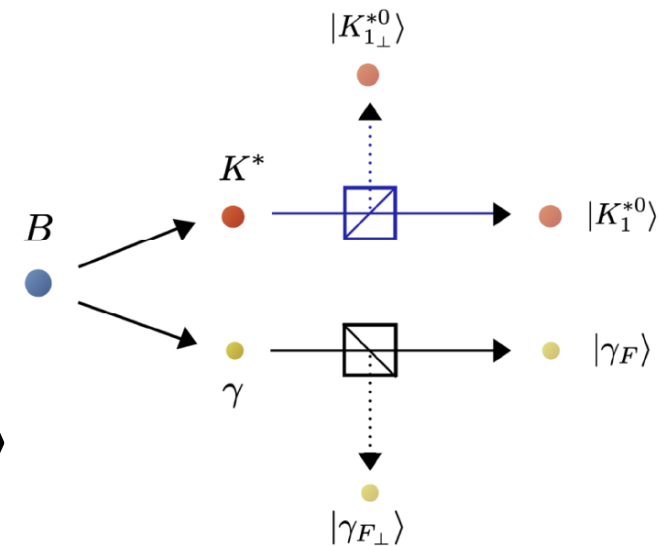
$$\hat{S}|\bar{B}^0\rangle = c|\bar{K}^{0*}\rangle|\gamma_L\rangle + [\text{他の崩壊モード}]$$

$$\langle B_{\text{decay}}|B^0(\Delta t)\rangle = \langle \gamma_F|\langle K_F^{*0}|\hat{S}|B^0(\Delta t)\rangle$$



$$|K_F^{*0}\rangle = \xi_1|K^{0*}\rangle + \xi_2|\bar{K}^{0*}\rangle$$

$$|\gamma_F\rangle = \eta_1|\gamma_R\rangle + \eta_2|\gamma_L\rangle$$



$$(\xi_1^*\eta_1^*\langle K^{*0}|\langle \gamma_R| + \xi_2^*\eta_1^*\langle \bar{K}^{*0}|\langle \gamma_R| + \xi_1^*\eta_2^*\langle K^{*0}|\langle \gamma_L| + \xi_2^*\eta_2^*\langle \bar{K}^{*0}|\langle \gamma_L|)\hat{U} (|B^0\rangle\langle B^0| + |\bar{B}^0\rangle\langle \bar{B}^0|)$$

$$= c(\xi_2^*\eta_2^*\langle B^0| + \xi_1^*\eta_1^*\langle \bar{B}^0|)$$

B0崩壊を用いた事後選択の妥当性 (2)

$$\langle K_F^* | \langle \gamma_F | \hat{U} = c (\xi_2^* \eta_2^* \langle B^0 | + \xi_1^* \eta_1^* \langle \bar{B}^0 |)$$

$$\langle B_{\text{decay}} | = r \langle B^0 | + s \langle \bar{B}^0 | \text{ でなければいけない } \Rightarrow \frac{\xi_1 \eta_1}{\xi_2 \eta_2} = \frac{r}{s}$$

実験的には、 $|K_F^*\rangle$ のCP固有状態は「 $K^{*0} \rightarrow K_S^0 \pi^0$ 」を検出することで選択できる:

CP固有状態

$$|K_F^*(\rightarrow K_S^0 \pi^0)\rangle = \xi_1 |K^{*0}\rangle + \xi_2 |\bar{K}^{*0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^{*0}\rangle + |\bar{K}^{*0}\rangle)$$

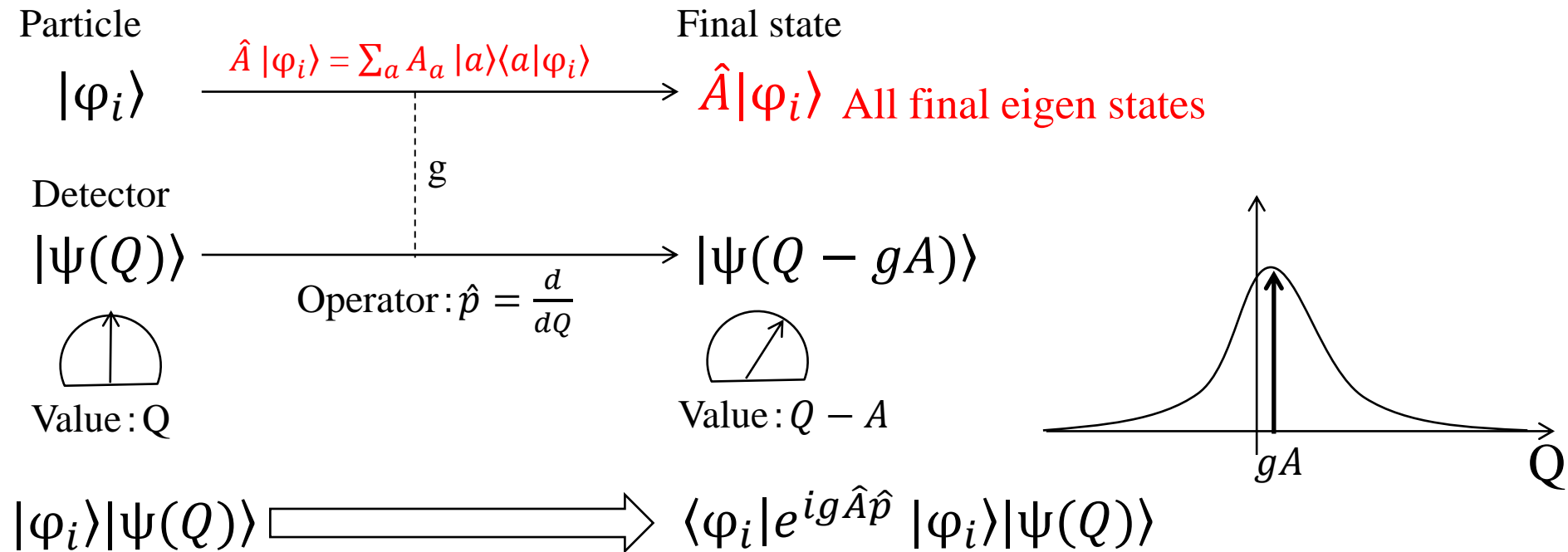
$$\xi_1 = \xi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{matrix} \eta_1 = r \\ \eta_2 = s \end{matrix} \Rightarrow |\gamma_F\rangle = r |\gamma_R\rangle + s |\gamma_L\rangle$$

事後選択は「 $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma(K^{*0} \rightarrow K_S^0 \pi^0)$ 」の γ のヘリシティや位相を選択することで実現可能

Conventional measurement in mixed state

The interaction between a particle (measured object) and detector is expressed with Von Neumann formula.



$$\begin{aligned} \hat{A}|\varphi_i\rangle &= \sum_a A_a |a\rangle\langle a|\varphi_i\rangle = \sum_a |\langle\varphi_i|a\rangle|^2 \boxed{e^{igA_a\hat{p}}} |\psi(Q)\rangle \\ &\quad \text{Shift operator on } Q \\ &= \sum_a |\langle\varphi_i|a\rangle|^2 |\psi(\boxed{Q - gA_a})\rangle \text{ Meter's shift} \end{aligned}$$

Coupling strength for weak measurement

Let's consider how small the coupling should be for WM.

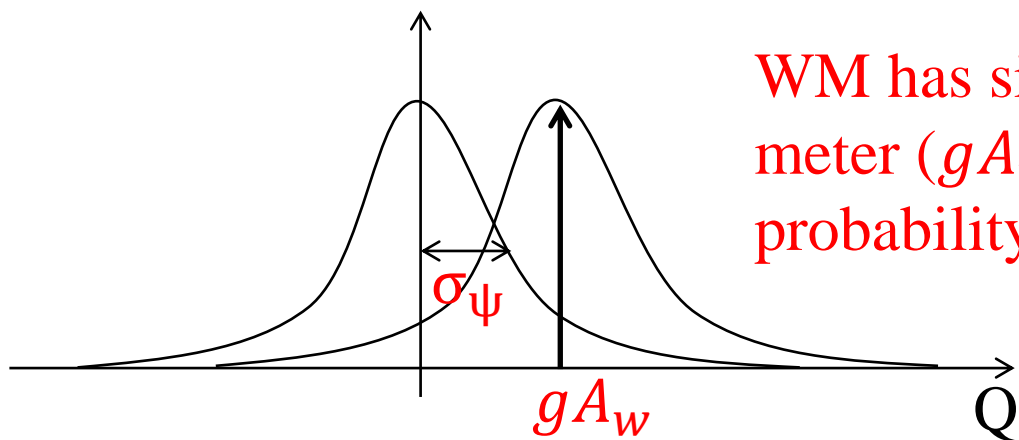
$$\langle \varphi_f | e^{ig\hat{A}\hat{p}} | \varphi_i \rangle | \psi(Q) \rangle$$

$$g \ll 1 \quad \sim \langle \varphi_f | (1 - ig\hat{A}\hat{p}) | \varphi_i \rangle | \psi(Q) \rangle$$

$$= \langle \varphi_f | \varphi_i \rangle (1 - igA_w \hat{p}) | \psi(Q) \rangle$$

$$= \langle \varphi_f | \varphi_i \rangle \left(| \psi(Q) \rangle - gA_w \frac{d| \psi(Q) \rangle}{dQ} \right)$$

gA_w should be $\ll \sigma_\psi$



WM has significant effect if shift in the meter (gA_w) is within width of the probability density function (σ_ψ).

フレーバー特定の性能

[[Nucl. Instrum. Meth. A533 \(2004\) 516-531](#)]

l	らしさ r interval	f_{tag} 効率 ϵ_l	誤タグ割合 w_l	ϵ_{eff}^l
1	0.000–0.250	0.398	$0.458 \pm 0.005 \pm 0.003$	0.003 ± 0.001
2	0.250–0.500	0.146	$0.336 \pm 0.008 \pm 0.004$	0.016 ± 0.002
3	0.500–0.625	0.104	$0.228 \pm 0.009^{+0.004}_{-0.006}$	0.031 ± 0.002
4	0.625–0.750	0.122	$0.160 \pm 0.007^{+0.005}_{-0.004}$	0.056 ± 0.003
5	0.750–0.875	0.094	$0.112 \pm 0.008 \pm 0.004$	0.056 ± 0.003
6	0.875–1.000	0.136	$0.020^{+0.005}_{-0.004} \quad ^{+0.005}_{-0.004}$	$0.126^{+0.003}_{-0.004}$

将来への展望

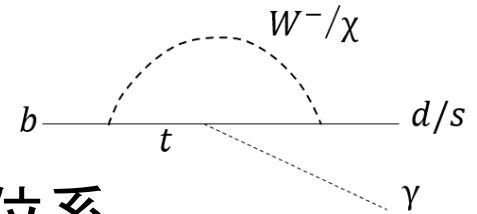
今回の研究は、高エネルギー実験に弱測定を応用することによって測定精度を改善するための初めての提案

我々の次の目標

- 弱測定を用いた場合の、B中間子崩壊における直接的・間接的CP非保存と新物理への感度の評価
 - CP非保存には3種類ある：混合によるもの(今回の話)、直接的と間接的CP非保存

$$P(B^0(\Delta t) \rightarrow f) = N_{B^0} e^{-\Gamma|\Delta t|} \left\{ 1 + \frac{|A|^2|r|^2 - (1-|r|^2)}{|A|^2|r|^2 + (1-|r|^2)} \cos(\Delta M \Delta t) - \frac{2|A||r|\sqrt{1-|r|^2}}{|A|^2|r|^2 + (1-|r|^2)} \sin(\theta - \delta - \phi) \sin(\Delta M \Delta t) \right\}$$

直接的CP
非保存項
間接的CP
非保存項



- 今回と同じ方法を他の2準位系に応用(どの2準位系にも応用可能)
- 他の物理プロセスについて弱測定の実用を検討