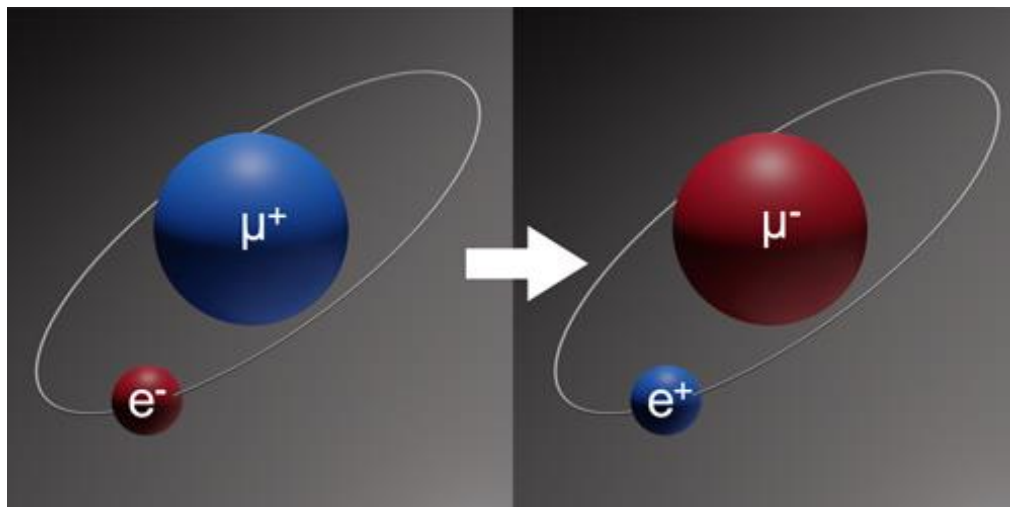


ミューオニウム反ミューオニウム転換で探る レプトンフレーバー混合

T. Fukuyama, Y. Mimura, & YU, PRD**105**, 015026 (2022),
PRD**106**, 055041 (2022).



上坂 優一
九州産業大学

目次

1. ミューオニウム-反ミューオニウム振動 (6ページ)
2. 有効相互作用と転換確率 (7ページ)
3. 新物理分類 (4ページ)
4. 例 : Zee-Babu模型 (4ページ)
5. ニュートリノレス二重ベータ崩壊との関連 (9ページ)
6. まとめ (2ページ)

レプトンフレーバー非保存過程

➤ 反応の前後でレプトンフレーバーが保存しない過程 = LFV 過程

⇒ 荷電レプトンにおける LFV = CLFV (cLFV)

• 標準模型 (SM) の枠組みでレプトンフレーバーは **保存量**

allowed

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

forbidden (CLFV)

$$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$$

$$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$$

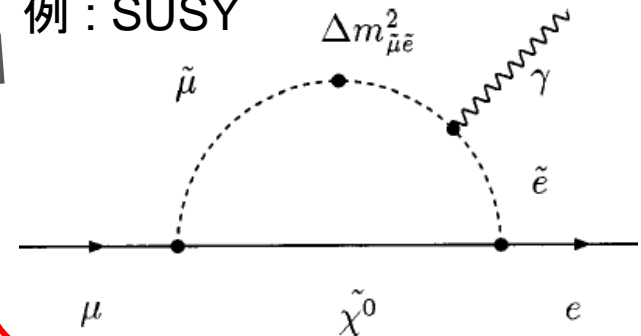
• 多くの “SMを超える模型” が CLFV を予言

• (ニュートリノ混合の寄与は小)

予想される崩壊分岐比

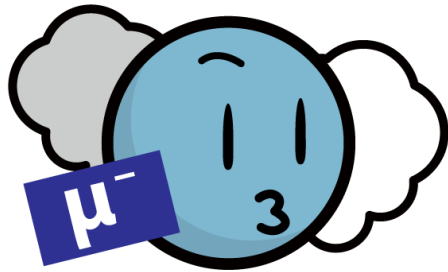
$$\text{Br}(\mu \rightarrow e \gamma) < 10^{-54}$$

例: SUSY



➤ “世代” の発見以降 様々なCLFVモードが探索 (いずれも未発見)

ミューオン稀崩壊



大量に生成可能 (1秒間に $\sim 10^9$ 個)

長寿命で扱いやすい

・ $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ でレプトンフレーバーを破る(LFV)過程

e.g. $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ $\mu^- N \rightarrow e^- N$

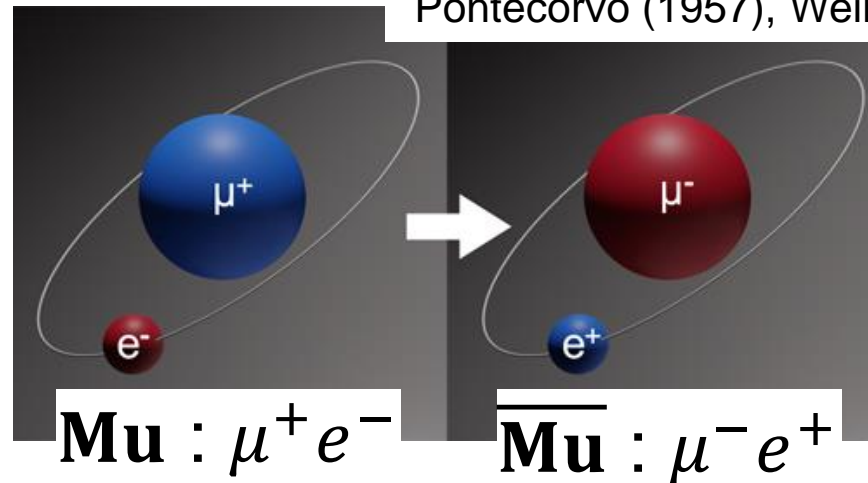
➤ 現状の制限

L. Calibbi & G. Signorelli, Riv. Nuovo Cim. **41**, 1 (2018).

Reaction	Present limit	C.L.	Experiment	Year
$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$	$< 4.2 \times 10^{-13}$	90%	MEG at PSI	2016
$\mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+$	$< 1.0 \times 10^{-12}$	90%	SINDRUM	1988
$\mu^- \text{Ti} \rightarrow e^- \text{Ti}$	$< 6.1 \times 10^{-13}$	90%	SINDRUM II	1998
$\mu^- \text{Pb} \rightarrow e^- \text{Pb}$	$< 4.6 \times 10^{-11}$	90%	SINDRUM II	1996
$\mu^- \text{Au} \rightarrow e^- \text{Au}$	$< 7.0 \times 10^{-13}$	90%	SINDRUM II	2006

Muonium(Mu)-to-Antimuonium($\overline{\text{Mu}}$) 転換

Pontecorvo (1957), Weinberg & Feinberg (1961).



- $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = 2$ でレプトンフレーバーを破る(LFV)過程
 $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ のLFVは $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ などで厳しく制限
 \Rightarrow 新粒子がフレーバー数を2つ 運ぶ場合には Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ が優勢
- 純粋なレプトン系 (ハドロンによる不定性なし)
- J-PARC (日本、N.Kawamura *et al.*, JPS Conf. Proc. 33, 011120 (2021))
 および CSNS (中国、MACE collab.) で将来実験が計画
 $P < 8.3 \times 10^{-11}$ (PSI) \Rightarrow $\mathcal{O}(10^{-14})$ (CSNS)

Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換

参考：K- $\overline{\text{K}}$ 混合

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t)|\text{Mu}\rangle + \beta(t)|\overline{\text{Mu}}\rangle$$

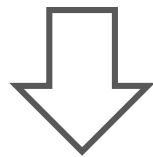
$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

新物理による混合

(CPT対称性 $\Rightarrow \mathcal{M}_{22} = \mathcal{M}_{11}$)

$$\mathcal{M}_{ij} = M_{ij} - i\Gamma_{ij}/2$$

$$M = M^\dagger, \Gamma = \Gamma^\dagger$$



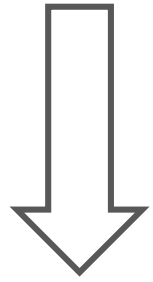
転換確率 $P(\text{Mu} \rightarrow \overline{\text{Mu}}) \simeq 2\tau^2 |\mathcal{M}|^2$

τ : muon lifetime $\simeq 2.2 \mu\text{s}$

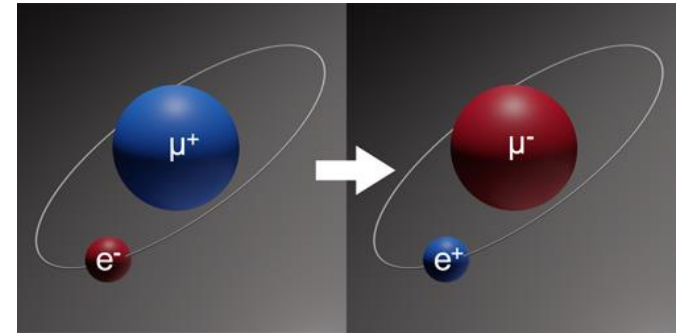
$$\mathcal{M} \equiv \sqrt{\mathcal{M}_{12}\mathcal{M}_{21}}$$

時刻 0 \longrightarrow t

$$|\text{Mu}(0)\rangle = |\text{Mu}\rangle$$



$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$



$$|\text{Mu}(t)\rangle = f_+(t) |\text{Mu}\rangle + \sqrt{\frac{\mathcal{M}_{21}}{\mathcal{M}_{12}}} f_-(t) |\overline{\text{Mu}}\rangle$$

$$f_{\pm}(t) = \frac{e^{-i\lambda_+} \pm e^{-i\lambda_-}}{2}$$

$$\lambda_{\pm} = M - i \frac{\Gamma}{2} \pm \frac{1}{2} \left(\Delta M - i \frac{\Delta \Gamma}{2} \right)$$

$$\Delta M - i \frac{\Delta \Gamma}{2} = 2 \sqrt{\mathcal{M}_{12} \mathcal{M}_{21}}$$

Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ transition probability at time t :

$$P(\text{Mu} \rightarrow \overline{\text{Mu}}; t) \sim |\langle \overline{\text{Mu}} | \text{Mu}(t) \rangle|^2 \simeq e^{-\Gamma t} \sin^2 \frac{\Delta M}{2} t$$

(assuming CP conservation or $|\Gamma_{12}/M_{12}| \ll 1$, $|\frac{\mathcal{M}_{21}}{\mathcal{M}_{12}}| = 1$)

Integrated probability of Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ transition :

$$\begin{aligned} P(\text{Mu} \rightarrow \overline{\text{Mu}}) &= \int_0^\infty dt \Gamma P(\text{Mu} \rightarrow \overline{\text{Mu}}; t) \\ &= \int_0^\infty dt \Gamma e^{-\Gamma t} \sin^2 \frac{\Delta M}{2} t = \frac{1}{2} \frac{(\Delta M)^2}{(\Delta M)^2 + \Gamma^2} \end{aligned}$$

$$\Delta M \ll \Gamma \rightarrow \simeq \frac{(\Delta M)^2}{2\Gamma^2} = \boxed{2\tau^2 |\mathcal{M}|^2} \quad \Gamma : \text{Mu decay width}$$

τ : muonium lifetime $\simeq 2.2 \mu\text{s}$

有効相互作用

参考 : R. Conlin & A. A. Petrov, PRD102, 095001 (2020).

$$-\mathcal{L}_{\text{Mu-Mu}} = \sum_i \frac{G_i}{\sqrt{2}} Q_i$$

G_i : 結合定数

$Q_1 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)e]$	LL vector
$Q_2 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$	RR vector
$Q_3 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$	LR vector
$Q_4 = [\bar{\mu}(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}(1 - \gamma_5)e]$	LL scalar
$Q_5 = [\bar{\mu}(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}(1 + \gamma_5)e]$	RR scalar

※ 4-Fermi型の演算子は以上で全て (∴ Fierz 恒等式)

ミューオニウムの状態4つ

- ミューオニウムは 電子とミューオンのスピンの組み方により 4つの状態が微細構造として存在

$$\text{Mu}(F, m)$$

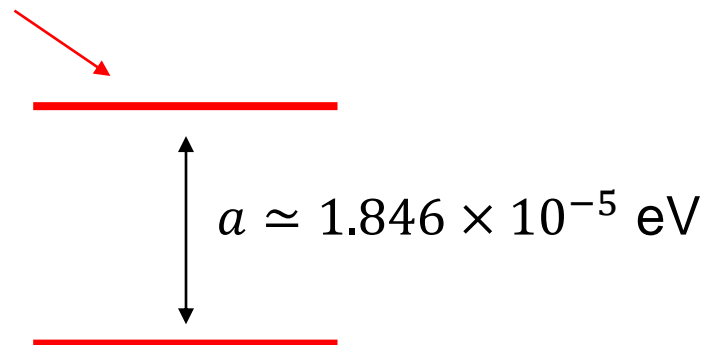
角運動量の大きさ 角運動量の z 成分

$$(F, m) = \left\{ \begin{array}{l} (1, +1) \\ (1, 0) \\ (1, -1) \\ (0, 0) \end{array} \right\}$$

triplet (ortho)
singlet (para)

$$E(\text{Mu}; 1, 0) = E(\text{Mu}; 1, \pm 1) = E_0 + \frac{a}{4}$$

$$E(\text{Mu}; 0, 0) = E_0 - \frac{3}{4}a$$



➤ Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換確率は ミューオニウム の状態に依存

For the triplet ($F = 1$) states,

$$\mathcal{M}_{1,0} = \mathcal{M}_{1,\pm 1} = \frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}} \left(G_1 + G_2 + \frac{1}{2} G_3 - \frac{1}{4} G_4 - \frac{1}{4} G_5 \right)$$

For the singlet ($F = 0$) state,

$$\mathcal{M}_{0,0} = \frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}} \left(G_1 + G_2 - \frac{3}{2} G_3 - \frac{1}{4} G_4 - \frac{1}{4} G_5 \right)$$

$$\varphi(0) = \sqrt{\frac{(m_{\text{red}}\alpha)^3}{\pi}} : \text{overlap of lepton wave functions}$$

➤ 転換確率は **磁場** に依存 (実験室で磁場をかける場合に重要)



- ① $\text{Mu}(1, \pm 1)$ と $\overline{\text{Mu}}(1, \pm 1)$ のエネルギー差が nonzero
- ② $\text{Mu}(1, 0)$ と $\text{Mu}(0, 0)$ が混合

① $\text{Mu}(1, \pm 1)$ と $\overline{\text{Mu}}(1, \pm 1)$ のエネルギー差がnonzero

磁場 $B\hat{z}$ により $\text{Mu}(1, \pm 1)$ と $\overline{\text{Mu}}(1, \pm 1)$ にエネルギーギャップ ΔE が生成

⇒ 質量行列対角要素の縮退が解け 混合が減少

Mu と $\overline{\text{Mu}}$ のエネルギー差 ΔE を考慮した際の転換確率

$$P(\text{Mu}(1, \pm 1) \rightarrow \overline{\text{Mu}}) = \frac{2\tau^2 |\mathcal{M}_{1, \pm 1}|^2}{1 + (\tau\Delta E)^2}$$

$$\tau\Delta E = 3.8 \times 10^5 \times \frac{B}{\text{Tesla}}$$

∴ μT 以上の磁場で $m = \pm 1$ の寄与は 抑制

cf. 地磁気 30-60 μT

② Mu(1,0) と Mu(0,0) が混合

磁場中における $m = 0$ 状態の遷移振幅

$$\mathcal{M}_{0,0}^B \simeq \frac{1}{2} \left(\mathcal{M}_{0,0} - \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1 + X^2}} \right)$$

$$\mathcal{M}_{1,0}^B \simeq \frac{1}{2} \left(-\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1 + X^2}} \right)$$

$$X = \frac{\mu_B B}{a} \left(g_e + \frac{m_e}{m_\mu} g_\mu \right) \simeq 6.31 \frac{B}{\text{Tesla}}$$

磁場中の転換確率

$$P = 2\tau^2 \left(|c_{0,0}|^2 |\mathcal{M}_{0,0}^B|^2 + |c_{1,0}|^2 |\mathcal{M}_{1,0}^B|^2 + \sum_{m=\pm 1} |c_{1,m}|^2 \frac{|\mathcal{M}_{1,\pm 1}|^2}{1 + (\tau\Delta E)^2} \right)$$

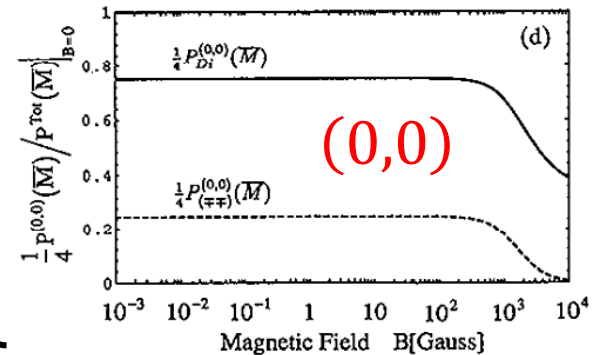
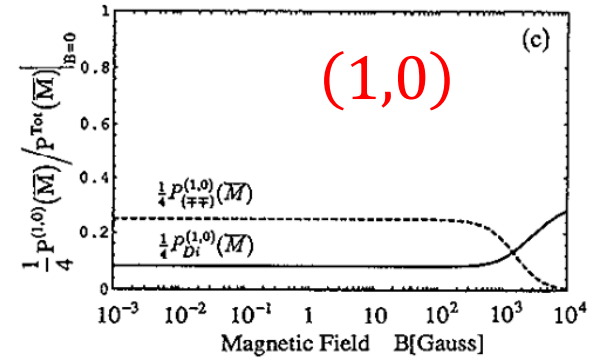
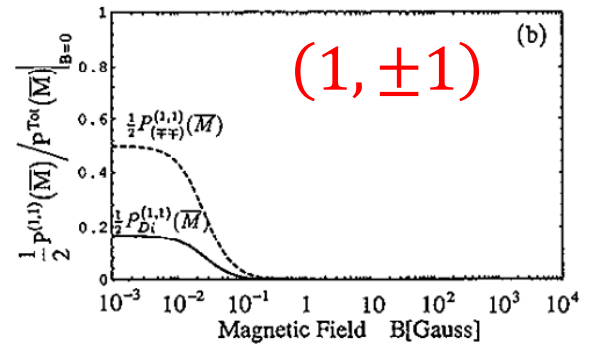
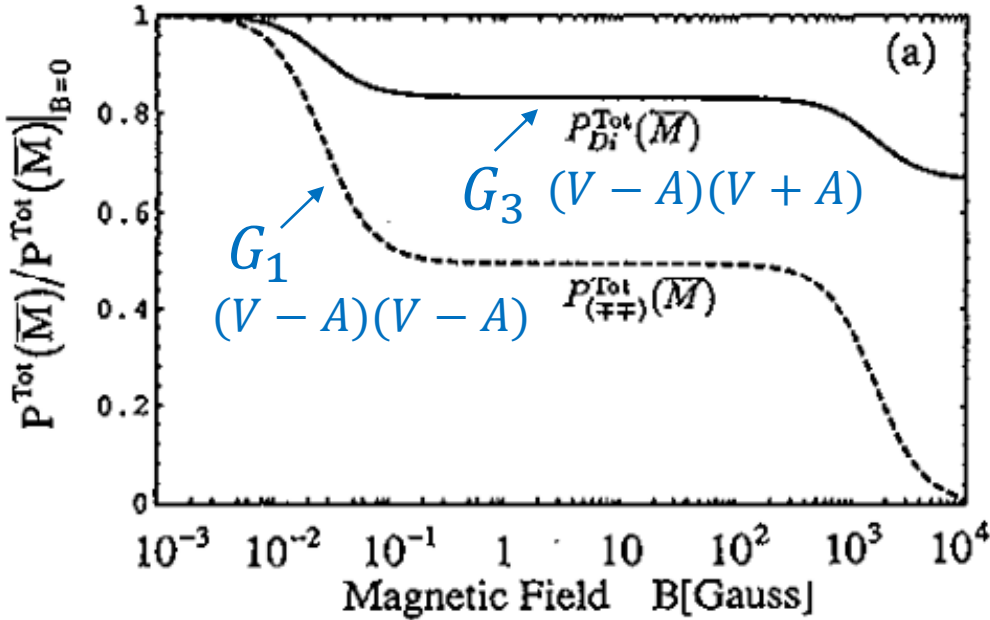
$$|c_{F,m}|^2 : \text{始状態の存在比} \quad \sum_{F,m} |c_{F,m}|^2 = 1$$

遷移確率 vs. 磁場

K.Horikawa & K.Sasaki, PRD53, 560 (1996).

10^4 Gauss = 1 Tesla

Total



$(1, \pm 1)$ contribution vanishes.

$(1, 0)$ & $(0, 0)$ mixes.

現状の制限 (PSI)

磁場 $B = 0.1$ Tesla のもと

$$P < 8.3 \times 10^{-11}$$

L. Willmann *et al.*, PRL**82**, 49 (1999).



(磁場の影響も考慮)

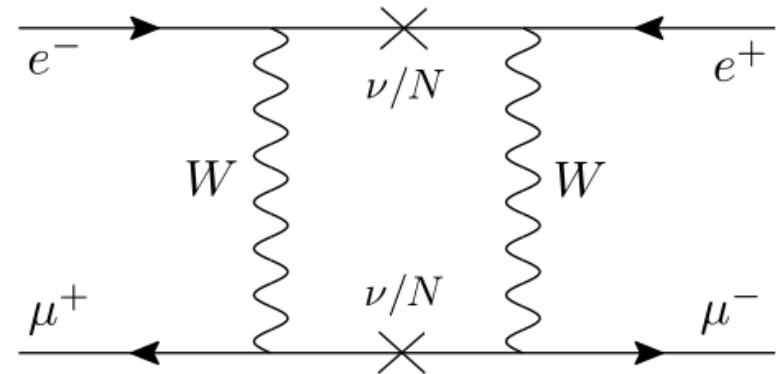
参考 : K. Horikawa & K. Sasaki, PRD**53**, 560 (1996),
W. S. Hou & G. G. Wong, PLB**357**, 145 (1995).

$$\underline{|G_i| \lesssim 3.0 \times 10^{-3} G_F}$$

Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換を起こす新粒子分類 4つ

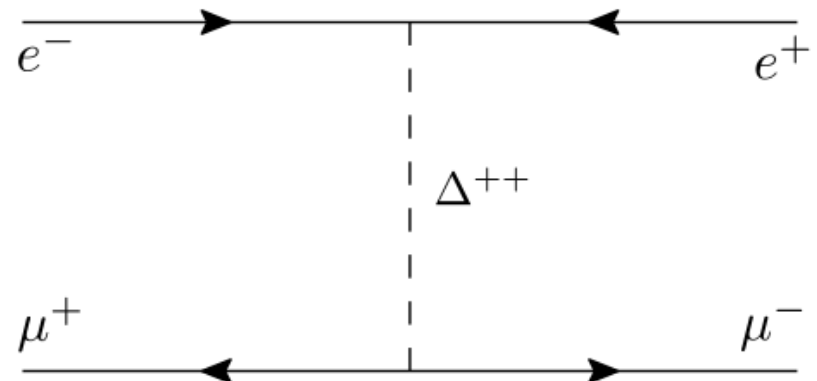
$$1. \Delta L_e = \Delta L_\mu = 0$$

- mass term of SM singlet
which violates lepton number
- loop
- e.g. Majorana ν mass



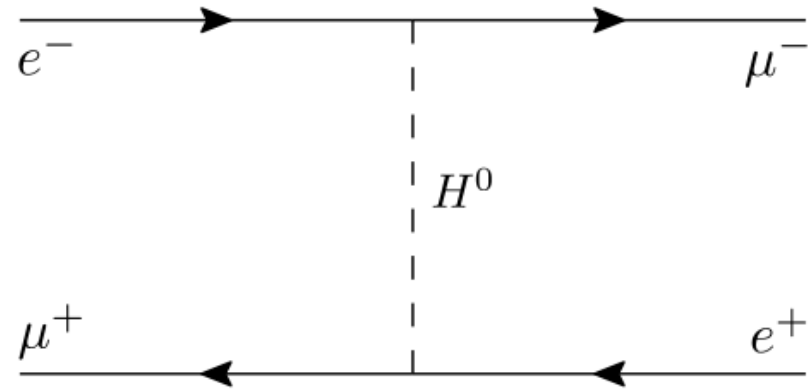
$$2. (\Delta L_e, \Delta L_\mu) = (\pm 2, 0), (0, \pm 2)$$

- doubly-charged mediator
- tree
- LNV is not needed.
- If mediator couples to W^+W^+ , $0\nu 2\beta$ is induced.



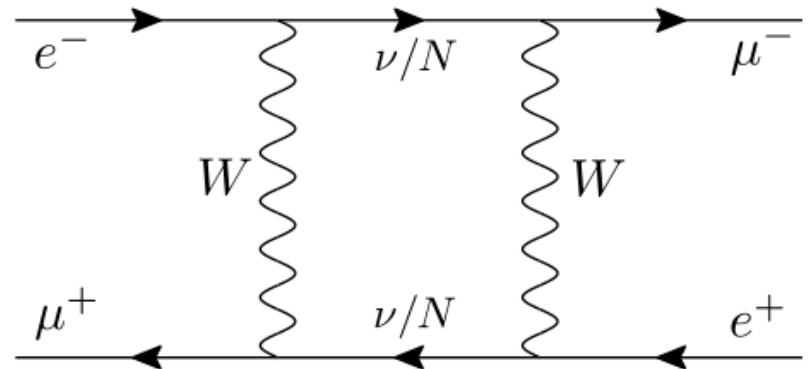
3. $\Delta L_e = -\Delta L_\mu = \pm 1$

- neutral mediator
- tree
- LNV is not needed.
- If a diagonal coupling $\bar{\ell}\ell H^0$ exists, $\mu \rightarrow e\gamma$ is induced.



4. $(\Delta L_e, \Delta L_\mu) = (\pm 1, 0), (0, \pm 1)$

- loop
- 模型によらず
 $\mu \rightarrow e\gamma$ や $\mu \rightarrow 3e$ の制限が厳しい



Summary of models

- Tree level

Model	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
Type I + II hybrid seesaw	✓	–	–	–	–
Left-right model with $SU(2)_R$ triplet	–	✓	–	–	–
Inert Higgs doublet	–	–	✓	△	△
R -parity violating SUSY	–	–	✓	–	–
Dilepton gauge boson	–	–	✓	–	–
Neutral flavor gauge boson	✓	✓	✓	–	–

✓ : $G_i/G_F \sim O(10^{-3})$ is allowed △ : suppressed by LFV bounds

- $\Delta L_e - \Delta L_\mu = \pm 1$

Model	$ G_1 /G_F$	$ G_2 /G_F$	$ G_3 /G_F$
Heavy singlet neutrino	$\lesssim O(10^{-8})$	–	–
Left-right model without $SU(2)_R$ triplet	$\lesssim O(10^{-8})$	$\lesssim O(10^{-8})$	$\lesssim O(10^{-10})$
SUSY (Gaugino loop)	$\lesssim O(10^{-8})$	–	–
Leptoquark	$\lesssim O(10^{-8})$	$\lesssim O(10^{-8})$	$\lesssim O(10^{-8})$

Neutrino mass models

- radiative neutrino mass model (loop induced by LNV)

Model	$ G_1 /G_F$	$ G_2 /G_F$
Charged Higgs(ino)	$\lesssim O(10^{-5})$	–
KNT model	–	$\lesssim O(10^{-5})^{(*)}$
AKS model	–	$\lesssim O(10^{-6})$

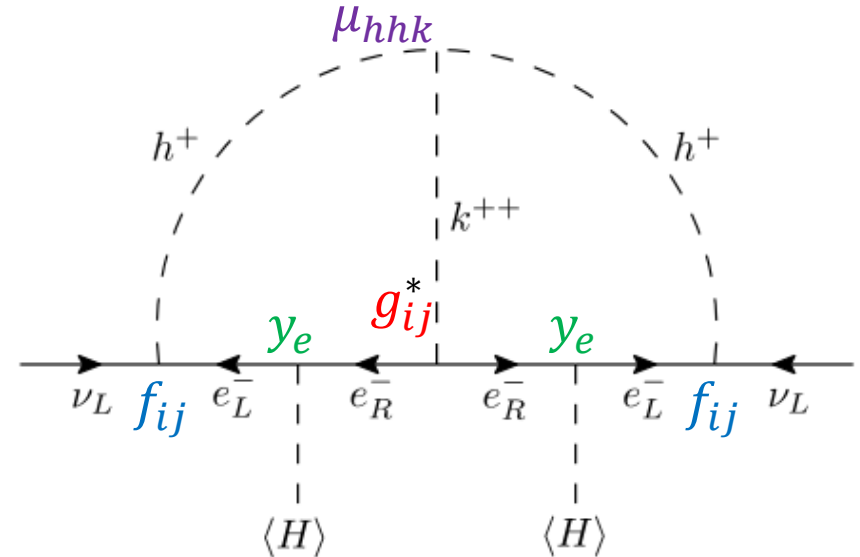
- neutrino mass model (tree by doubly charged scalar)

Model	$ G_1 /G_F$	$ G_2 /G_F$
Type-II seesaw	$\lesssim O(10^{-5})^{(\#)}$	–
Zee-Babu model	–	$\lesssim O(10^{-3})$
Cocktail model	–	$\lesssim O(10^{-5})$

例：Zee-Babu 模型

radiative neutrino mass 模型の一つ

⇒ two-loop で neutrino 質量を生成



$$-\mathcal{L} \supset \left(f_{ij} \bar{\ell}_i^c \cdot \ell_j h^+ + g_{ij} \bar{e}_i^c e_j k^{++} + \mu_{h h k} h^+ h^+ k^{--} + h.c. \right) \\ + m_h^2 h^- h^+ + m_k^2 k^{--} k^{++}$$

f : anti-symmetric for i, j g : symmetric for i, j

⇒ $M_\nu \propto f M_e g^* M_e f^T$ $M_e = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$

rank-2 ($m_{\text{lightest}} = 0$) $\because f$ は flavor について反対称

Normal ordering の場合 $M_\nu = U^* \text{diag}(0, m_2, m_3) U^\dagger$
 $= m_2 u_2^* u_2^\dagger + m_3 u_3^* u_3^\dagger$

$U = (u_1, u_2, u_3)$: PMNS行列

where

$$u_1 = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} \\ -s_{12}c_{23} - e^{i\delta}c_{12}s_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - e^{i\delta}c_{12}s_{13}c_{23} \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} s_{12}c_{13} \\ c_{12}c_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}s_{23} \\ -c_{12}s_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}c_{23} \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} e^{-i\delta}s_{13} \\ c_{13}s_{23} \\ c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$



ニュートリノ質量再現のため g の構造が制限される

$$M_\nu = \frac{1}{M_0} f M_e g M_e f^T \quad f = f_0 \begin{pmatrix} 0 & U_{\tau 1} & -U_{\mu 1} \\ -U_{\tau 1} & 0 & U_{e 1} \\ U_{\mu 1} & -U_{e 1} & 0 \end{pmatrix} \quad f_0 : \text{比例係数}$$

$$\frac{f_0^2}{M_0} M_e g M_e = m_2 u_3 u_3^T + m_3 u_2 u_2^T + a_1 u_1 u_1^T + a_2 (u_1 u_2^T + u_2 u_1^T) + a_3 (u_1 u_3^T + u_3 u_1^T)$$

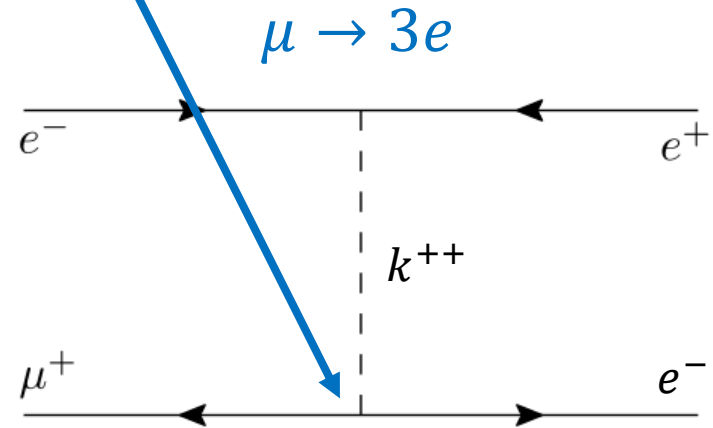
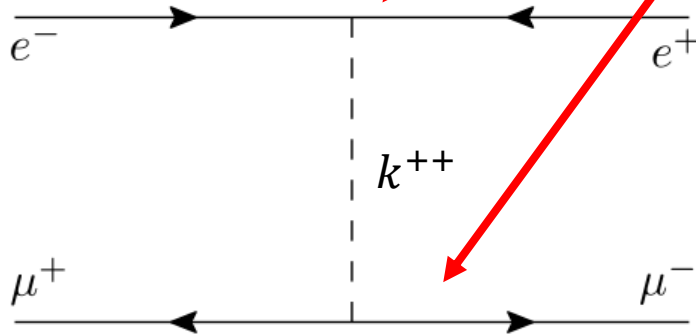
a_1, a_2, a_3 : フリーパラメータ

$$-\mathcal{L} \supset g_{ij} \bar{e}_i e_j^c k^{--}$$

$$g = \begin{pmatrix} g_{ee} & g_{e\mu} & g_{e\tau} \\ g_{e\mu} & g_{\mu\mu} & g_{\mu\tau} \\ g_{e\tau} & g_{\mu\tau} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix}$$

$\tau^- \rightarrow e^+ \ell \ell'$
 $\tau^- \rightarrow \mu^+ \ell \ell'$

Mu-to-Mu 転換



フリーパラメータ a_1, a_2, a_3 を以下のように定めて解析

- a_1, a_2, a_3 の自由度のうち1つを使って g_{ee} を調整
($g_{ee} m_e^2 \sim g_{\mu\mu} m_\mu^2$ より g_{ee} は 1 を超えがち)
- 残りの自由度2つを使って $g_{e\mu}$ と $g_{e\tau}$ を消去

⇒ $g_{\mu\tau}$ は残るので $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$, $\tau \rightarrow 3\mu$ を予言

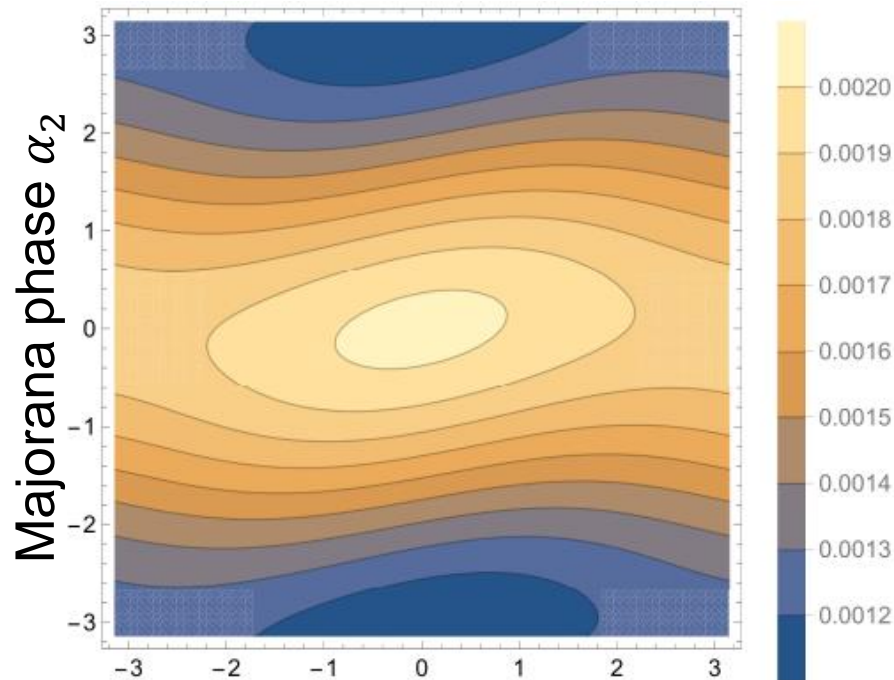
$$g_{ee} = g_{\mu\mu}, g_{e\mu} = g_{e\tau} = 0,$$

$$f_0^2 = 0.002, m_k = 1.2 \text{ TeV}, M_0/(48\pi^2) = 500 \text{ GeV}$$

$$-\mathcal{L} \supset \frac{G_2}{\sqrt{2}} [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$$

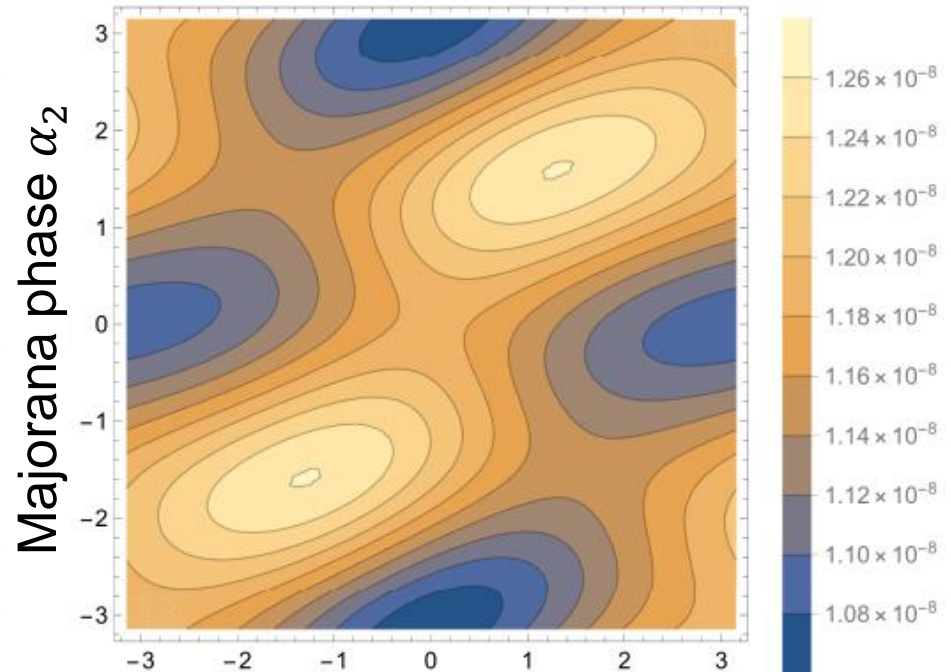
$$|G_2|/G_F$$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow 3\mu) = \text{Br}(\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-)$$



Dirac phase δ

$$\Rightarrow \frac{G_2}{G_F} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$$



Dirac phase δ

$$\Rightarrow \text{Br}(\tau \rightarrow 3\mu) \sim \mathcal{O}(10^{-8})$$

(just below the current experimental upper limit)

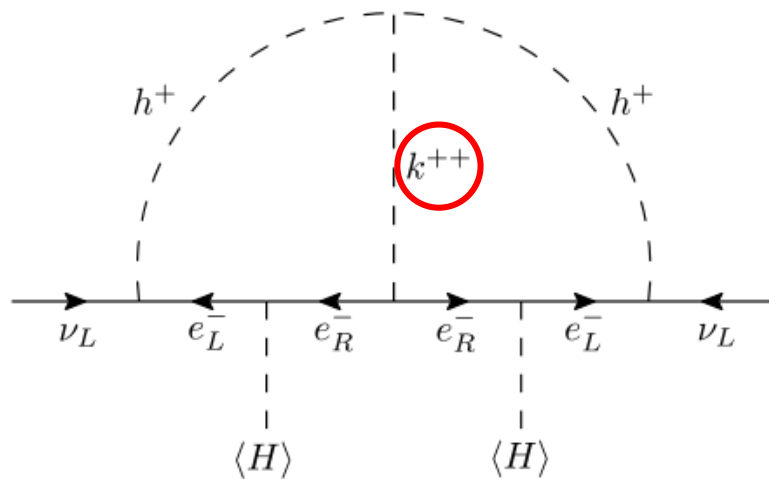
Radiative neutrino mass with doubly-charged scalar

➤ radiative neutrino mass

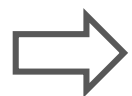
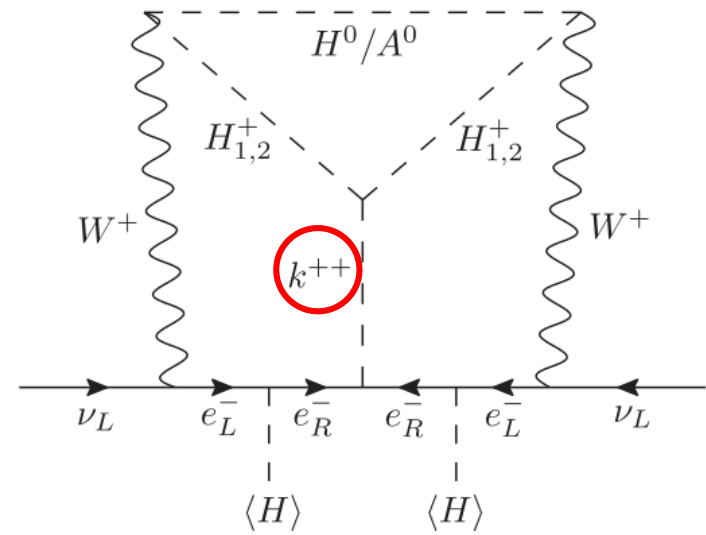
ニュートリノ質量をloopで生成 (自然に質量の小ささを説明)

doubly-charged scalar を含む例

• Zee-Babu 模型



• cocktail 模型



レプトンと結合するdoubly-charged scalarは $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ 転換を起こす

Cocktail模型

Zee-Babu 模型に inert Higgs doublet η を追加

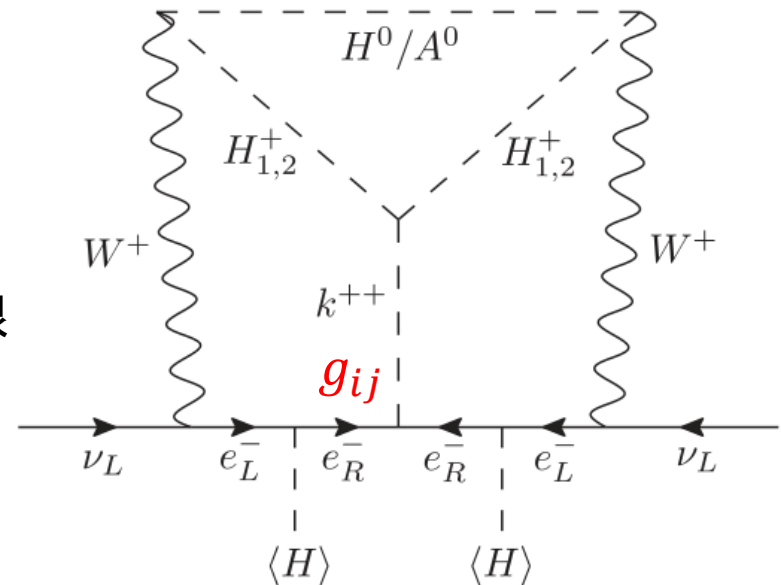
ただし Zee-Babu 模型と違い singlet h^+ とレプトンの結合を禁止

⇒ h^+ の loop による $\mu \rightarrow e\gamma$ は禁止
ニュートリノ質量は three-loop で生成

$$M_\nu \propto M_e g M_e$$

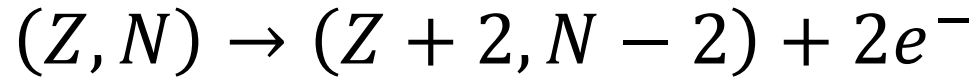
⇒ Zee-Babu 模型よりもパラメータ少
 θ_{12}, θ_{13} を作るため $g_{e\tau}$ が必須
↑ LFV探索で制限

⇒ $G_{\text{Mu}-\overline{\text{Mu}}} < 5 \times 10^{-5} G_F$
(Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換を大きくできない)



$H_{1,2}^+$: mixed state of η^+ & h^+

ニュートリノレス2重 β 崩壊 ($0\nu 2\beta$)



- レプトン数を破る(LNV)過程

⇒ Majoranaニュートリノ質量の検証に有用

- 現状の制限

$$T_{1/2}({}^{76}\text{Ge}) > 1.8 \times 10^{26} \text{ years} \quad (\text{GERDA, 2020})$$

$$T_{1/2}({}^{130}\text{Te}) > 2.2 \times 10^{25} \text{ years} \quad (\text{CUORE, 2022})$$

$$T_{1/2}({}^{136}\text{Xe}) > 2.3 \times 10^{26} \text{ years} \quad (\text{KamLAND-Zen, 2022})$$

⇒ $m_{ee} < \mathcal{O}(10^{-1}) \text{ eV}$

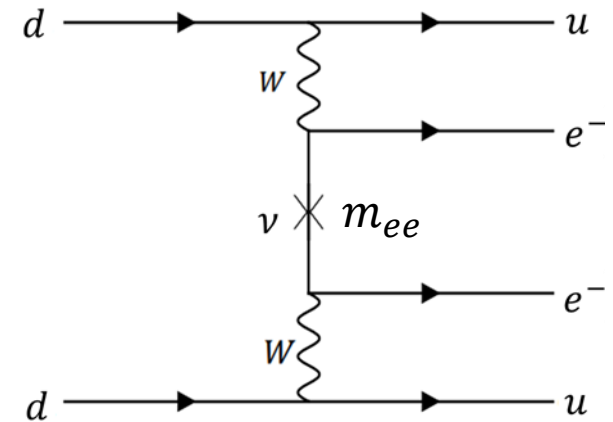
$0\nu 2\beta$ in Zee-Babu & cocktail models

- Zee-Babu模型

Majoranaニュートリノ質量を通じた $0\nu 2\beta$

ただし $m_{ee} \simeq 1-4 \text{ meV} \ll \text{current bound}$

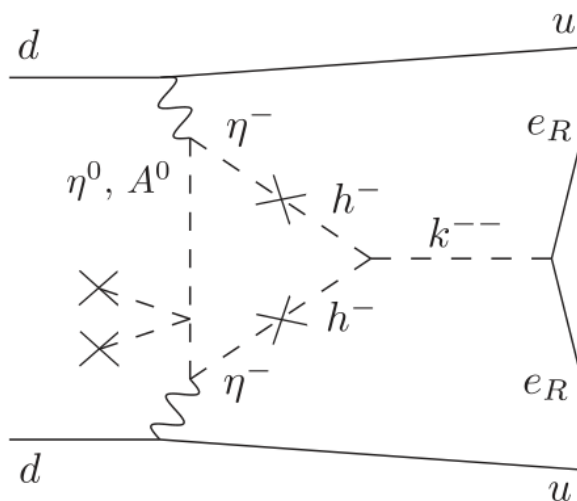
⇒ まだ探索実験で見えない



- cocktail模型

Majoranaニュートリノ質量由来のものとは別に $0\nu 2\beta$ への寄与が存在

Z. Liu & P.-H. Gu, NPB915 (2017) 206.



⇒ 探索実験で見える可能性

“hybrid” 模型

$$M_\nu \propto R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T$$

$R \gg |f f^T|$ (cocktail)

$0\nu 2\beta$ 大

$R \sim |f f^T|$

$R \ll |f f^T|$ (Zee-Babu)

$\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ 大

two-higgs-doublet 模型 + two singlets

		ℓ	e_R	Φ_1	Φ_2	h^+	k^{++}
$SU(2)_L \times U(1)_Y$		$(2, -\frac{1}{2})$	$(1, -1)$	$(2, -\frac{1}{2})$	$(2, -\frac{1}{2})$	$(1, 1)$	$(1, 2)$
Type I/Y	Z ₂ -charge A	+	+	-	+	-	+
Type II/X		+	-	-	+	-	+
Type I/Y	Z ₂ -charge B	+	+	-	+	+	+
Type II/X		+	-	-	+	+	+

(1) Z₂-charge A: Liu-Gu 模型

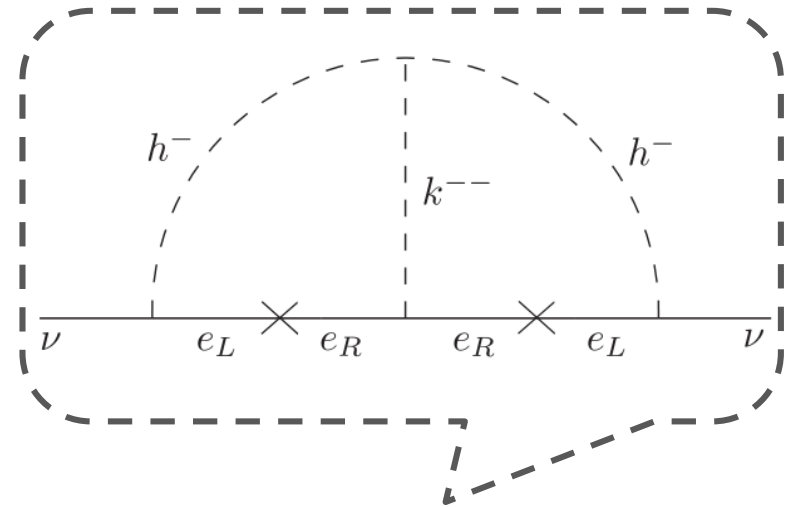
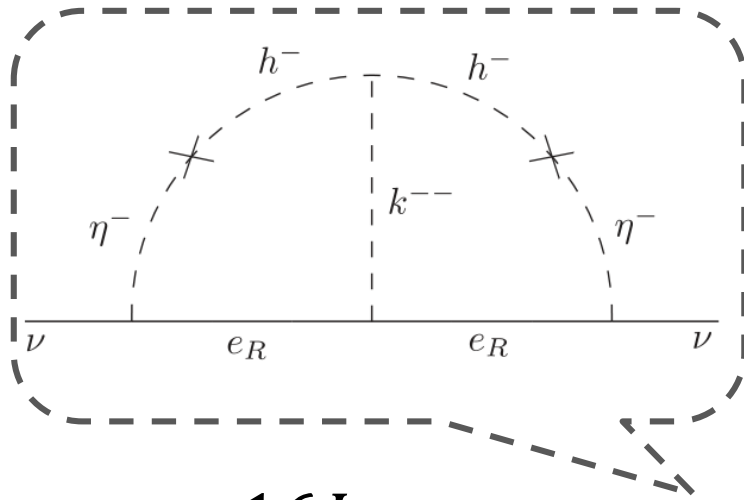
$\ell\ell h^+$ 禁止 $\Phi_1\Phi_2 h^+$ 許可 \Rightarrow $M_\nu \propto M_e g M_e$
 (charged higgs η^+ とレプトンの湯川結合をなくすと cocktail模型に帰着)

(2) Z₂-charge B: Zee-Babu 模型

$\ell\ell h^+$ 許可 $\Phi_1\Phi_2 h^+$ 禁止 \Rightarrow $M_\nu \propto f M_e g^* M_e f^T$

- ✓ Z₂-charge B に $\Phi_1\Phi_2 h^+$ 項を soft-breaking 項として加えて
A と B の hybrid を考えることができる

Neutrino mass



$$M_\nu = \frac{16L_{ZB}m_{hhk}}{m_k^2} (R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T)$$

$$R = \frac{r^2 s_{2\phi}^2 m_k^2 L_{LG}}{16v^2 L_{ZB}}$$

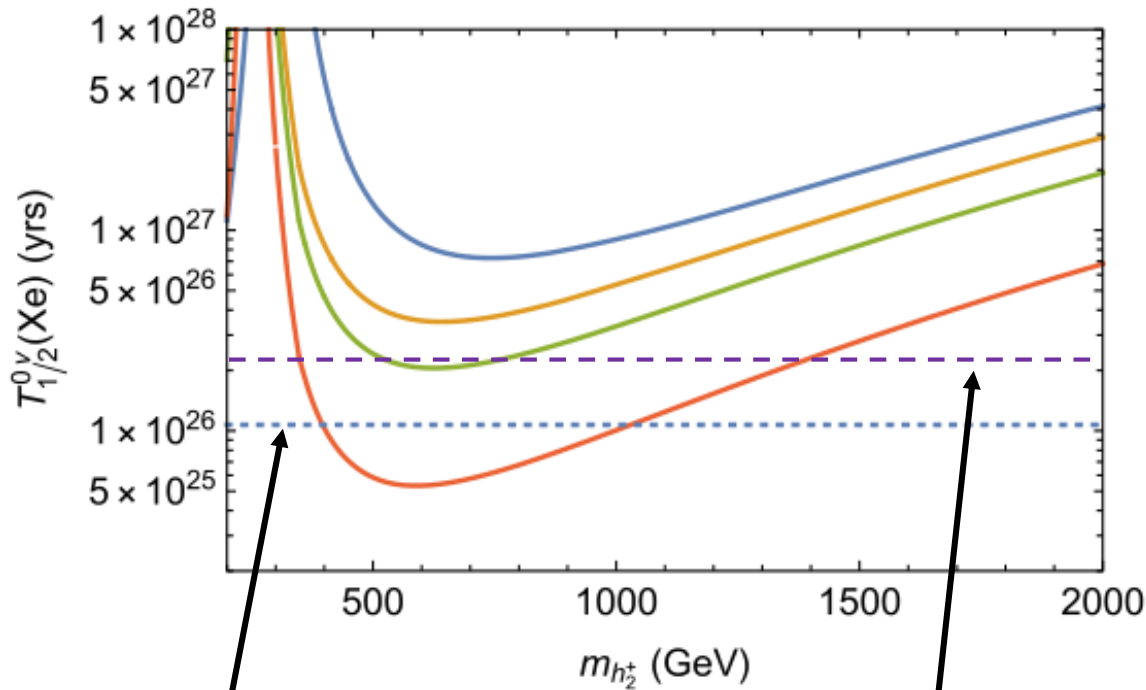
L_{LG}, L_{ZB} : loop functions

$$r = \begin{cases} -\cot\beta & \text{for type I/Y} \\ \tan\beta & \text{for type II/X} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} h_1^+ \\ h_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\phi & s_\phi \\ s_\phi & c_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta^+ \\ h^+ \end{pmatrix}$$

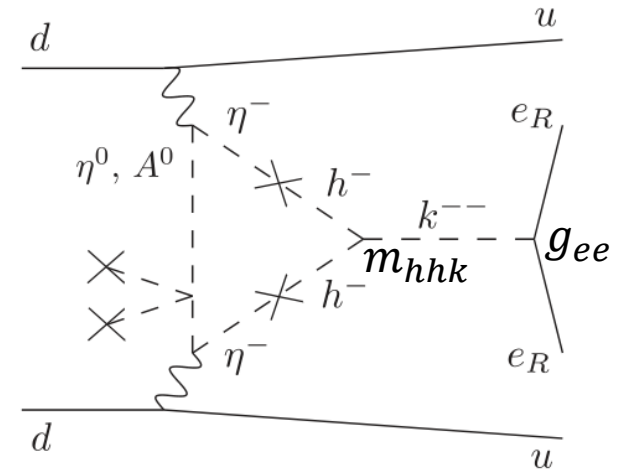
$0\nu 2\beta$ by cocktail diagram

$$g_{ee} = 0.3 \quad m_k^2/m_{hhk} = 1 \text{ TeV}$$



bound from KamLAND-Zen (2016)

(2022)



	$m_{h_1^+}$	m_H
1	300 GeV	450 GeV
2	250 GeV	450 GeV
3	250 GeV	400 GeV
4	250 GeV	300 GeV

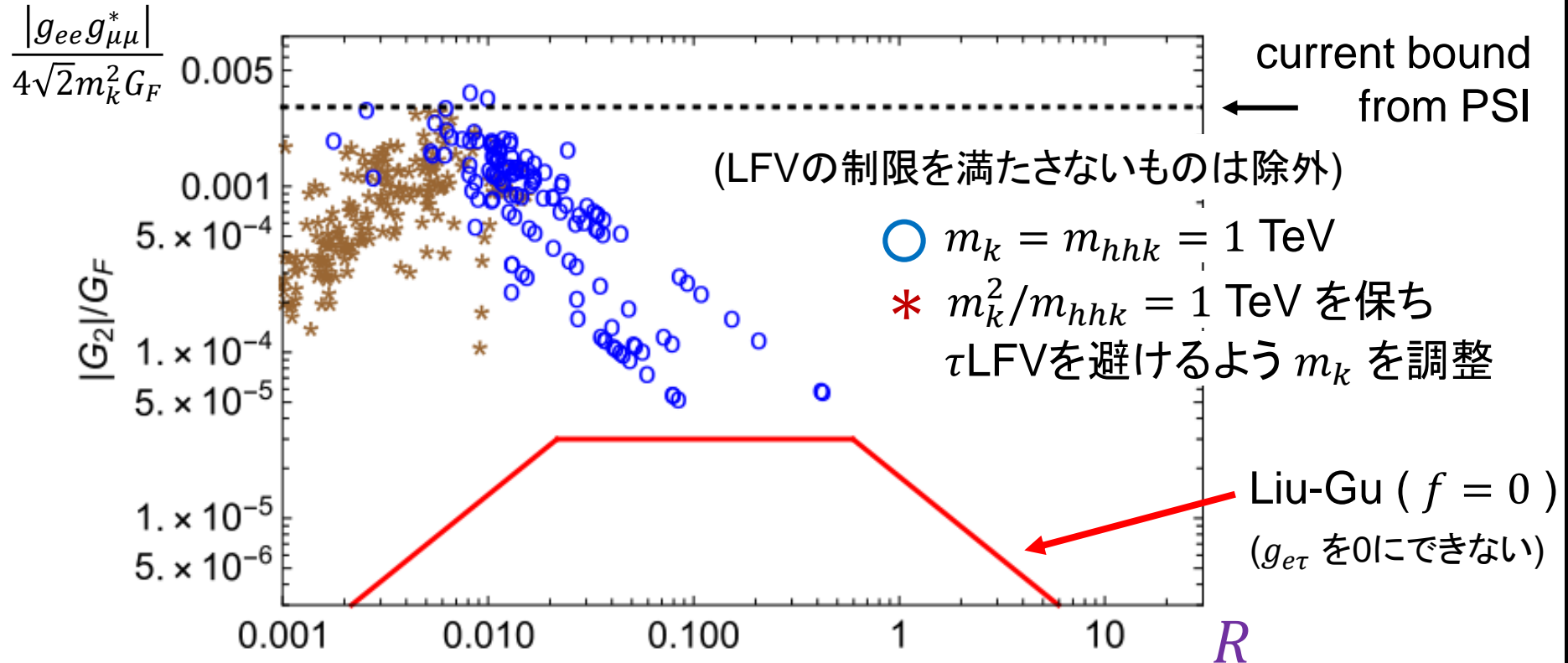
(m_A は $m_H^2 - m_A^2 \simeq v^2$
となるよう選択)

結果: Mu-to- $\bar{\mu}$ vs. R

$$M_\nu \propto R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T$$

$$g_{ee} = 0.3 \quad m_{h_2^+} = 1 \text{ TeV} \quad L_{ZB} = 2/(16\pi^2)^2 \quad g_{e\mu} = g_{e\tau} = 0$$

⇒ 残りの g_{ij} と f_{ij} (計6個)は ニュートリノ振動パラメータから決定
(データの誤差の範囲でランダムに振る)



まとめ (1/2)

● Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換

- ✓ $\Delta F = 2$ の稀過程
- ✓ 日本と中国で将来実験が計画
- ✓ 素粒子模型のレプトン構造を調べるのに有用な probe
- ✓ 様々な模型に対し Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換がどれだけ有効か調査した

● 例 : Zee-Babu 模型

- ✓ radiative neutrino 模型のひとつ (two loop)
- ✓ ニュートリノ質量を再現して 他のLFVの制限を満たしつつ
Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換が現状の制限程度の大きさになり得る
- ✓ Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換と共に τ 稀崩壊も大きくなるので 相互検証が面白い

まとめ (2/2)

- radiative neutrino massをdoubly-charged scalarで作る模型について
ミューオニウム-反ミューオニウム転換と $0\nu 2\beta$ の関係を調査
 - ✓ Zee-Babu模型では $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ 大、 $0\nu 2\beta$ 小
cocktail模型では $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ 小、 $0\nu 2\beta$ 大
 - ✓ 2HDM + two charged singlets を Z_2 対称性で分類
(soft-breaking項により2つの場合が混ざる)
- $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ と $0\nu 2\beta$ がよい相補検証に
 - ✓ $R \sim \mathcal{O}(0.001) - \mathcal{O}(0.1)$ で
 $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ と $0\nu 2\beta$ が共に現在の制限くらいの大きさになり得る
- left-right模型に議論を拡張することも可能
 - ✓ singly-charged & doubly-charged scalars が $SU(2)_R$ triplet に統合